УДК 519.15

МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ СТРУКТУР ДАНИХ У РОЗПОДІЛЕНІЙ МЕРЕЖІ

О.О. Можаєв[1], Ю.П. Рондин[2], Н.Ю.Любченко[1], С.Ф. Кривчач[1]
([1]Харківський університет Повітряних Сіл, Харків;
[2]Науковий метрологічний центр (військових еталонів), Харків)

В статті досліджується двополюсна орієнтована без контурів мережа з джерелом s і стоком t. Проведені алгоритми перерахування розрізів на множині E елементів графа, які повинні містить спосіб формування вихідного розрізу, метод утворення нових розрізів із уже побудованих, процедуру виключення надлишкових елементів, порядок перебору. Показано, що описана задача про перетворення інформаційного списку в граф виникає не тільки стосовно до списку розрізів, але і при оптимізації структур даних в АСУ.

розподілена мережа, розріз, граф, оптимізації структур даних в АСУ

Постановка проблеми та аналіз літератури. Сучасні розробки розвинених країн світу в галузі інформації, її обробці та передачі примусили к дослідженню орієнтованих інформаційних мереж, які мають широке практичне застосування. Ці мережі, достатньо часто, можна математично описати, як орієнтований граф. Назвемо (s, t) мережею в тих випадках, коли буде потрібно відрізнити її від мережі з іншим джерелом і стоком. Позначимо через G(X, Г). При цьому $X = s \cup t \cup \{x_i\}_{i=1}^{N}$ – множина вершин мережі, Г – відображення X в X, що породжує дуги мережі.

Вершину орграфа будемо називати термінальною в одному з двох випадків:

– у неї не заходить жодна дуга;

– з неї не виходить жодна дуга.

В сенсі цього визначення вершини мережі s і t термінальні.

Дуги і вершини мережі G назвемо елементами мережі, позначимо їхню множину E.

Введемо на мережі G відношення наступності елементів у такий спосіб, якщо i – вершина мережі, то σ(i) – множина вихідних з неї дуг, а якщо i – дуга , то σ(i) – вершина, у яку ця дуга заходить.

Нехай $i \in \sigma^{-1}(j)$, якщо $j \in \sigma(i)$. Інакше кажучи, $\sigma^{-1}(j)$ – множина елементів, для яких елемент j являється наступником. Відзначимо, що відношення наступності елементів σ можна ввести на будь-якому орієнтованому графі без контурів. Мережа G з множиною елементів E, на якій задане відношення σ, позначимо через G(E, σ).

Будемо вважати, що елементи мережі задані своїми номерами. Правильною нумерацією елементів (за аналогією з правильною нумерацією вершин) назвемо таку, що якщо $j \in \sigma(i)$, то i < j, де i, j – номери елементів мережі.

Відзначимо, що елементи кінцевого орграфу G(E, σ) без контурів завжди можна правильно пронумерувати. Дійсно, можна побудувати взаємо-однозначне відображення (графа G(E, σ) на граф F(X, Г)), у якого множина вершин X відповідає множині E елементів графа G, а відношення суміжності вершин Г – відношенню наступності елементів σ на графі G. Відомо, що на графах такого виду, як F(X, Г), для вершин завжди можна задати правильну нумерацію [1 – 2]. Отже, її можна задати і на множині E елементів графа G(E, σ), що випливає з взаємної однозначності відображення ψ. Змішаним (s, t)- розрізом або змішаним термінальним розрізом назвемо таку множину P-елементів мережі, що якщо їх видалити з неї, то не знайдеться жодного термінального шляху.

Елемент *l* назвемо надлишковим у розрізі P, якщо множина елементів {P*l*} теж являється розрізом[3 – 5]. Розріз, що не містить надлишкових елементів, мінімальний, а розріз, що містить надлишкові елементи, надлишковий. У надлишковому розрізі завжди найдеться елемент, якій можна видалити, не порушуючи визначеної властивості розрізу. Помітимо, що з одного надлишкового розрізу можна іноді утворити кілька мінімальних розрізів, крім різних надлишкових вершин.

Аналіз літератури довів, що теорії розрізів приділяється значна увага, та нажаль існуючі алгоритми перерахування розрізів не містять способи формування вихідного розрізу, метод утворення нових розрізів із уже побудованих, процедуру виключення надлишкових елементів, порядок перебору.

Метою даної статті є розробка алгоритмів перерахування розрізів, які містять способи формування вихідного розрізу, метод утворення нових розрізів із уже побудованих, процедуру виключення надлишкових елементів, порядок перебору.

Викладення основного матеріалу. Як вихідний розріз візьмемо множину елементів

$$P_0 = \sigma(s).$$

Ясно, що надлишкових елементів у неї бути не може. У побудованому вихідному розрізі елементи розташовані в порядку зростання номерів.

З кожного побудованого розрізу $P = \{l_1, l_2, ..., l_n\}$ можна сформувати $l \le n$ нових розрізів. Якщо $t \overline{\in} \sigma(l_i)$, то

$$P_i = ((P \setminus l_i) \cup \sigma(l_i)) \setminus I_i , \tag{1}$$

де I_i – множина надлишкових елементів в P_i .

У кожному знов побудованому розрізі упорядкуємо елементи по зростанню номерів, а елементи з однаковими номерами замінимо одним. Усі сформовані розрізи заносимо в спільний список розрізів у лексикографічному порядку по зростанню номерів складових елементів. Зазначимо, що при породженні розрізів з P заміною різних елементів l_i на $\sigma(l_i)$ кілька разів може утворюватися той самий мінімальний розріз, якій варто занести в список тільки перший раз.

Завдяки прийнятій правильній нумерації елементів мережі, кожний знову побудований розріз розташовується в лексикографічно упорядкованому списку після того розрізу, по якому він побудований.

Розглянемо спосіб виключення надлишкових елементів з кожного породженого з P розрізу

$$\tilde{P} = (P \setminus l_i) \cup \sigma(l_i). \tag{2}$$

У розрізі $\tilde{P}$ деякий елемент r_j виявиться надлишковим, якщо всі (s, r_j)-шляхи або всі (r_j , t)-шляхи проходять ще через який-небудь елемент $r_k \in P$. Але для прийнятого способу породження розрізів на (s, r_j)-шляхах подібних елементів r_k у розрізі $\tilde{P}$ бути не може. Тому пошук надлишкових елементів варто робити, враховуючи тільки відрізки (r_j , t)-шляхів.

Упорядкуємо в породженому розрізі $\tilde{P}$ елементи по зростанню номерів. Тоді для перевірки елементів r_j на надмірність можна обмежитися відрізками (r_j , t)-шляхів, на яких номер останнього елемента не більше, ніж номер останнього елемента в розрізі $\tilde{P}$.

Позначимо як $\tilde{P} = \{r_1, r_2, ..., r_m\}$ розріз, який утворено з розрізу $P = \{l_1, l_2, ..., l_n\}$ заміною l_i на $\sigma(l_i)$. Процедура виключення надлишкових елементів буде мати такий вигляд.

Розрізи, що переглядаються, вибираються зі списку побудованих розрізів у лексикографічному порядку по номерах складових їхніх елементів. При перегляді розрізу з нього породжуються нові розрізи заміною тих елементів l_i , для яких $\sigma(l_i)$ не містить стоку t.

Розглянемо спосіб перетворення списку розрізів у мережу. У формалізованому виді цю задачу можна сформулювати так.

Є список μ, що складається з M рядків $S_1,\dots,S_M$, що має такі властивості.

1. Рядок $S_i=(a_{i1},\dots,a_{im})$ містить m_i неповторюваних символів алфавіту $A=\{a_i\}_{i=1}^{N}$.

2. Допускається будь-яка перестановка символів у рядку.

3. Не існує S_i, $S_j \in \mu$, таких, що $S_i \le S_j$.

4. Найдеться хоч одна пара символів a_i, a_j, для яких не існує рядка $S_k \in \mu$ такого, що $a_i \in S_k$, $a_j \in S_k$. У цьому випадку будемо говорити, що символи a_i і a_j несумісні.

Потрібно побудувати мінімальний по числу вершин орграф R(Y, F), що володіє такими властивостями.

Фактично це означає, що потрібно визначити такий порядок символів у рядках списку, щоб об'єднати максимальну кількість співпадаючих символів у рядках і при цьому неспільні символи не виявилися б в одному рядку.

Виберемо трійку символів a_i, a_j і a_k таку, що символ a_i належить одночасно двом рядкам S_p і S_q.

Введемо такі поняття форми, як пряма форма:

$$f=a_i(a_j,a_k), \tag{3}$$

та зворотна форма

$$\bar{f}=(a_j,a_k)a_i. \tag{4}$$

Форми f_1 і f_2 назвемо еквівалентними, якщо $f_1=a_i(a_j,a_k)$, а $f_2=a_i(a_k,a_j)$. Форми f_1 і f_2 назвемо альтернативними по відношенню друг до друга, якщо $f_1=\bar{f}_2$ або $f_2=\bar{f}_1$. Будемо говорити, що f_i суперечить f_j, якщо загальна система нерівностей, утворена формами f_i і f_j, є неспільною. Очевидно, що форма $f=a_i(a_j,a_k)$ може суперечити тільки формам вигляду:

$$f_1=a_j(a_i,a_l);\quad f_2=a_k(a_i,a_l);\quad f_3=(a_j,a_l)a_i;\quad f_4=(a_k,a_i), \tag{5}$$

де $l \in \left(\overline{1,N}\right)$.

Складемо початкову систему форм $\Sigma = \Sigma_0$, що містить прямі форми для всіх подібних трійок символів. Пронумеруємо форми цієї системи (нехай їх буде Q штук) і складемо матрицю протиріч форм.

Будемо змінювати систему форм Σ, заміняючи, де потрібно, форми, що складають її, на альтернативні так, щоб у результаті одержати систему $\Sigma = \Sigma^*$, що містить мінімальну кількість суперечних один одному форм. Покажчиком необхідності заміни форми f_i на f_i^* служить величина $\delta_i > 0$.

Введемо в розгляд допоміжні вектори D^+, D^- і Δ, у яких при заміні форми f_i на $\bar{f}_i$ змінюються і-й рядок і і-й стовпець матриці V, а також деякі компоненти векторів D^+, D^- і Δ за таким правилом:

1. У і-му рядку матриці V заміняємо v_{ij} на $-v_{ij}$, $j = 1, \dots, Q$,

при цьому

$$d_i^+(\text{нов}) = d_i^-(\text{стар}),\ d_i^-(\text{нов}) = d_i^+(\text{стар}),\ \delta_i(\text{нов}) = -\delta_i(\text{стар}). \qquad (6)$$

2. У і-му стовпці матриці V заміняємо v_{ki} на $-v_{ki}$, $k = 1, \dots, Q$.

Роблячи подібним чином для тих f_i, у яких $\delta_i > 0$, поступово зменшуємо спільну кількість протиріч у системі Σ, поки не виявиться, що всі $\delta_i \le 0$, $i = 1, \dots, Q$, і одержимо систему форм $\Sigma = \Sigma^*$ із мінімальним числом протиріч. Вона задасть частковий (або повний) порядок на множині символів A, що дозволить об'єднати максимальне число символів у рядках, щоб побудувати граф необхідного вигляду.

Висновки. У статті розглянуто алгоритм перерахування розрізів, який дозволяє побудувати орієнтований граф, що є математичною моделлю орієнтованих інформаційних мереж, які досить часто використовуються на практиці. Таким чином, нами одержана нова можливість подальшого покращення функціонування комп'ютерних інформаційних мереж за рахунок оптимізації структур даних шляхом перетворення інформаційного списку в відповідний орієнтований граф.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир,1984. – 455 с.*
2. *Зубов В.С. Справочник программиста. Базовые методы решения графовых задач и сортировки. – М.: ИИД Дом «Филинъ». – 1999. – 256 с.*
3. *Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968. – 336 с.*
4. *Бурков В.Н., Заложнев А.А., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. – М.: Синтег, 2001. – 124 с.*

5. *Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.И. Дискретная математика для инженера. – М.: Энергия, 1980. – 120 с.*

Надійшла 1.08.2005

Рецензент: доктор технічних наук, професор Є.Л. Казаков,
Об'єднаний науково-дослідний інститут ЗС, Харків.