

УДК 629.735.45

В.О. Шлапацький

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ЯВИЩА ВТРАТИ ЕФЕКТИВНОСТІ РУЛЬОВОГО ГВИНТА ВЕРТОЛЬОТА

Проведено аналіз теорії гвинта вертольота з метою їх застосування в задачах визначення показника ефективності рульових гвинтів, на основі якого розроблено математичну модель, яка дозволяє дослідити явище втрати ефективності рульового гвинта вертольота в умовах обдування вітром різного напрямку та швидкості на режимі висіння

**Ключові слова:** бічний вітер, ефективність, рульовий гвинт, вертоліт, обмеження, режим "вихрове кільце".

### Вступ

Рульовий гвинт вертольота призначений для зрівноваження реактивного моменту гвинта-носія, забезпечення шляхової керованості та стійкості вертольота одногвинтової схеми. Рульовий гвинт (РГ) має великий діапазон зміни кутів установки лопатей від додатних на звичайних режимах польоту до від'ємних на режимі самообертання гвинта-носія та при інтенсивних лівих розворотах вертольота.

Конструкція РГ та система керування гвинтом є такими, що при переміщенні вперед правою ногою педалі кут установки лопатей та, як наслідок, сила тяги рульового гвинта збільшується, внаслідок чого з'являється шляховий керуючий момент, спрямований на компенсацію реактивного моменту гвинта-носія вертольота. На режимах висіння вертольота для компенсації такого моменту необхідними є великі кути установки рульового гвинта, що відповідає положенню правої педалі поблизу упору.

**Постановка проблеми.** У випадку несприятливого сполучення висоти висіння вертольота над рівнем моря та зовнішніх факторів, таких як висока температура навколишнього середовища та наявність бічного вітру, трапляються випадки зменшення або повної втрати ефективності рульового гвинта, що призводить до режиму некерованого самообертання вертольота та, в кращому випадку, аварії літального апарату. На рис. 1 наводяться фотографії наслідків втрати ефективності рульового гвинта вертольота Ми-8 МТ ВПС Грузії, а саме, режиму некерованого самообертання та плоский штопор.

Ефективність рульового гвинта визначається його показником, який дає можливість зробити висновок про те, на скільки ефективно використовується потужність, що підводиться до гвинта. Коефіцієнт корисної дії дорівнює відношенню корисної потужності, що знімається з гвинта і витрачається на створення тяги, до потужності, що витрачається на його обертання. Іншими словами він показує на скільки реальний гвинт відрізняється від ідеального, який сам по собі не потребує потужності на його привід.

Показник ефективності РГ має наступний вигляд:

$$\eta_{\text{ОРГ}} = \frac{N_{\text{ід}}}{N} = \frac{T \cdot v_i}{N \sqrt{2\rho F}}, \quad (1)$$

де  $N_{\text{ід}}$  – потужність, що витрачається на обертання ідеального гвинта;  $N$  – потужність, що витрачається на обертання реального гвинта;  $T$  – тяга гвинта;  $v_i$  – індуктивна швидкість за гвинтом.

Для розрахунку коефіцієнта корисної дії гвинта, особливо на критичних режимах, необхідним є отримання характеристик ефективності гвинта (коефіцієнта тяги та крутильного моменту), які визначають тягу  $T$  та потужність  $N$ . Це, в свою чергу, потребує розробки математичної моделі, яка задовольняла б певним вимогам, що полягають в необхідності врахування усіх особливостей роботи рульового гвинта вертольота, а саме врахування витрат потужності гвинта на профільний опір, витрат на вихроутворення в струмені за гвинтом внаслідок нерівномірності поля індуктивних швидкостей, кінцевих та комелевих втрат на закручування повітря, а також врахування взаємодії рульового гвинта з індуктивним струменем за гвинтом-носієм. Окрім того, з метою дослідження явища втрати ефективності рульового гвинта необхідно розглядати нестационарний процес, що описує роботу рульового гвинта, як елемента несучої системи вертольота.

**Метою роботи** є розробка математичної моделі для проведення досліджень явища втрати ефективності РГ вертольота Ми-8 МТ за допомогою числового моделювання роботи рульового гвинта, який знаходиться в комбінації з елементами несучої системи вертольота, в умовах обдування бічним вітром різного напрямку та швидкості.

### Основний розділ

**Аналіз стану питання.** На сьогоднішній час у всьому світі загальноприйнятими вважаються три шляхи отримання інформації щодо характеристик рульових гвинтів вертольотів, а саме, проведення льотних випробувань, проведення експериментальних досліджень та проведення моделювання роботи РГ за допомогою числових методів та числового експерименту.

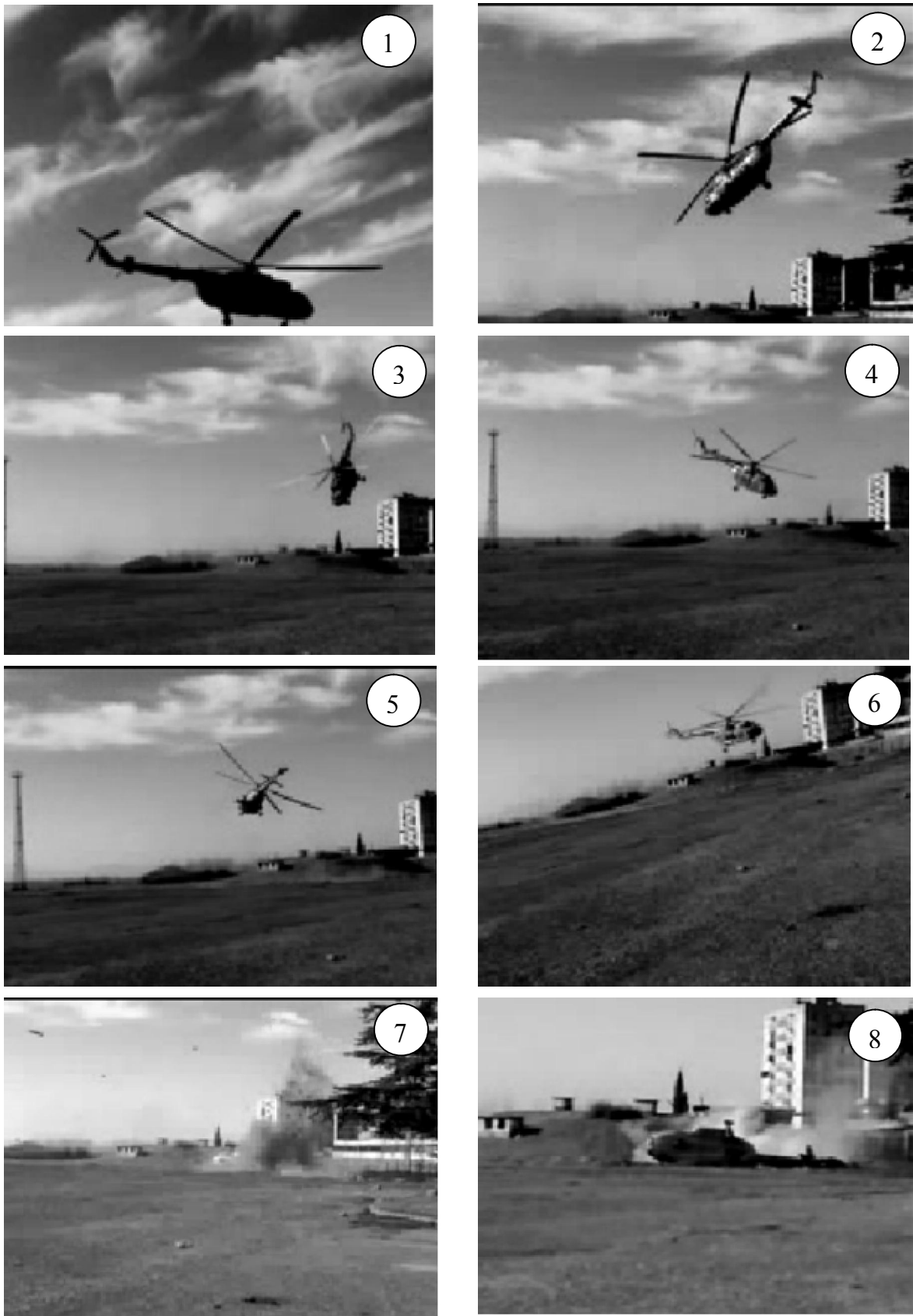


Рис. 1. Наслідки втрати ефективності рульового гвинта вертольота

Перший та другий способи не придатні для дослідження питання втрати ефективності рульового гвинта вертольота, що змушує провести аналіз теорій гвинта для розробки математичної моделі,

здатної адекватно відтворити процеси, що відбуваються навколо несучої системи вертольота під час польоту. Існуючі на сьогоднішній день методи визначення характеристик ефективності рульових гви-

нтів, які побудовані на базі імпульсної, елементно-імпульсної теорії, а також теорії елемента лопаті, мають низку відомих недоліків, які не дозволяють проводити аналіз нестационарних процесів, що протікають навколо несучої системи вертольота.

Однією з достатньо простих, але фізичних моделей, що широко застосовуються в гідроаеродинаміці, є модель ідеальної нестисливої рідини. В задачах аеродинаміки вертольотів характерні розміри величин дозволяють розглядати повітря як нестисливу рідину при великих числах Рейнольда. Це дає можливість розглядати і описувати поведінку середовища за допомогою рівнянь Ейлера. У випадку відсутності просторової завихреності вони приводять до рівнянь Лапласа для потенціалу швидкості, а для знаходження навантажень використовується інтеграл Коши-Лагранжа. Однією з особливостей такого підходу є можливість зведення задачі щодо знаходження розподілення швидкостей і тисків рідини по тривимірній області течії до пошуку функцій, визначених на поверхнях. Тим самим, здійснюється пониження розмірності задачі, що вирішується. При числовому рішенні це дозволяє уникнути необхідності проведення дискретизації просторової розрахункової області. Завдяки цьому зменшуються необхідні обчислювальні витрати і з'являється можливість уникнути проблеми побудови розрахункових сіток в області течії.

З іншого боку застосовуються всі переваги вихрових методів, а саме врахування:

- змінності циркуляції швидкості в перерізах несучих поверхонь за радіусом і за часом;
- дискретності вихрових систем, що дозволяє враховувати кінцеву кількість лопатей;
- нелінійності аеродинамічних характеристик профілів перерізів аеродинамічних поверхонь, що знаходяться в умовах кругового обдування;
- впливу стисливості повітря на аеродинамічні характеристики профілів кінцевих перерізів аеродинамічних поверхонь;
- утворення вихрових джгутів внаслідок первинного згортання вільної вихрової пелени, що сходять із задньої кромки аеродинамічної поверхні;
- нелінійності вільного вихрового сліду, що пов'язана з підтисканням струменя, що відкидається гвинтом, і з вторинним згортанням ділянок кінцевих вихорів по краях вихрового сліду в повздовжні вихрові джгути;
- впливу нестационарності обтікання на аеродинамічні характеристики профілів (особливо в кінцевих перерізах лопаті).

В рамках такої моделі набули розвитку методи, засновані на вихровій теорії гвинта. Для моделювання явища втрати ефективності рульового гвинта вертольота більш привабливою є вихрова теорія, яка для моделювання лопатей використовує схему несучої поверхні.

Теорія несучої вихрової поверхні бере свій початок з числового методу аерогідроаеродинаміки, що був

запропонований С.М. Белоцерковським, і отримав назву методу дискретних вихорів [1]. Несуча поверхня моделювалась вихровим шаром, який (в дискретному вигляді) надавався:

- для двовимірного плоскопаралельного випадку системою точечних вихорів у формі нескінченних прямолінійних вихорів, перпендикулярних площині течії;
- для осесиметричного випадку системою кільцевих вихорів;
- для трьохвимірного випадку системою вихрових відрізків.

Вихрова пелена також моделювалась точечними та кільцевими вихорами, вихровими відрізками, а в деяких випадках підковоподібними вихорами. Важливим етапом у розвитку методу стала робота В.А. Апарінова і А.В. Дворака [2], де було запропоновано в якості гідроаеродинамічних особливостей використовувати замкнені вихрові рамки. Значний внесок у розвиток лопатевої вихрової теорії на основі схематизації лопатей вихровими поверхнями зробили М.І. Нішт, Б.Є. Локтєв, В.А. Васін, Б.С. Крицький, В.А. Анікін, Ю.П. Онушкін [3 – 8]. Побудованими на базі теорії несучої вихрової поверхні є роботи [9 – 12]. Питанням визначення характеристик рульових гвинтів присвячені роботи [5, 6].

Основні положення числового методу систематизовано й узагальнено у роботі [13], де розвинуто числовий метод, побудований на основі використання вихрової лопатевої теорії у нелінійній постановці стосовно формування вихрового сліду. Математичний аналіз методу дискретних вихорів проведено в роботі [14].

Проте, методи визначення характеристик гвинтів вертольотів, що розроблені на цих засадах, мають характерний недолік, а саме, визначене таким чином аеродинамічне навантаження не містить компоненти профільного опору. Таке припущення не дозволяє взагалі розрахувати крутильні моменти гвинтів, що може суттєво завадити під час оцінки їх ефективності.

Конкуренцію таким моделям, для отримання рішень, що мають велику точність, якщо виникає необхідність врахування ефектів в'язкості і стисливості середовища, можуть скласти математичні моделі, що побудовані на рішенні систем рівнянь гідроаеродинаміки, що включають рівняння руху Нав'є-Стокса або Рейнольдса, рівняння нерозривності, енергії, стану рідини, а також замикаючі співвідношення для параметрів, що входять в рівняння. Методи, розвинені на таких підходах [15 – 19], дозволяють проводити дослідження таких складних явищ обтікання гвинтів вертольотів, як згортання кінцевих вихорів лопатей, зрив потоку з лопаті, утворення стрибків ущільнення. Проте на шляху розробки таких методів виникають складнощі, викликані, по-перше, відсутністю чітких границь розрахункової області, що охоплює несучу систему вертольота, що призводить до необхідності розгля-

дати плин рідини у досить великому об'ємі. Окрім цього плин рідини навколо різних елементів несучої системи описується диференційними рівняннями різних типів (еліптичних, гіперболічних).

Під час розробки методів на базі обчислювальної газової динаміки (ОГД) виникає необхідність дискретизації області течії, а отже створення системи розрахункових сіток навколо лопатей, далі навколо гвинтів, і, нарешті, усієї комбінації для несучої системи вертольота. Необхідною є більш щільна сітка вузлових точок для розрахунку розвитку в'язких явищ в прилеглому шарі.

При цьому об'єм обчислень зростає на декілька порядків, в порівнянні із розглядом ізольованого гвинта. Крім того, переважна більшість методів ОГД використовує припущення моделі ідеального диску гвинта з нескінченною кількістю лопатей, а також припущення стаціонарності течії. Для отримання характеристик гвинтів необхідно розглядати декілька їх обертів. Тож можна зробити висновок про занадто великий рівень вимог до обчислювальних ресурсів, що висуває такий підхід. Розробці числових методів на базі обчислювальної газової динаміки присвячені роботи [20 ... 25].

Дані щодо порівняння часу розрахунку на один оберт ізольованого гвинта-носія вертольота для декількох методів ОГД дають можливість зробити висновок про наявність досить великих витрат машинного часу для розрахунку одного повного оберту лише ізольованого гвинта-носія вертольота (до 25 годин на обчислювальних машинах типу NEC SX-5/8 1150 та ін.), і про неможливість відслідковувати характеристики рульових гвинтів під час явища втрати їх ефективності.

Крім того, в існуючих роботах не розглядаються питання, що стосуються досліджень втрати ефективності рульового гвинта вертольота в умовах обдування вітром різного напрямку та швидкості.

Отже, для моделювання явища втрати ефективності рульового гвинта вертольота доцільно обирати вихрову лопатеву теорію, а для того, щоб уникнути недоліку вихрової лопатевої теорії щодо неможливості врахування складової профільного опору лопаті гвинта необхідно поєднати її положення з положеннями теорії елемента лопаті.

### Розробка математичної моделі

Аеродинамічні поверхні несучої системи вертольота, а саме, лопаті гвинта-носія вертольота та лопаті рульового гвинта, розглядаються у вигляді тонких несучих поверхонь, що задаються функціями координат та безрозмірного часу

$$S_i(x, y, z, \tau) = 0,$$

де  $i$  – номер несучої поверхні.

Під час сходу потоку з задніх гострих кромek несучих поверхонь виникає рух рідини з утворенням поверхні стрибка тангенціальної швидкості – I, що еквівалентно сходу вихрових шарів. В залежності

від режиму польоту вертольота утворення вихрових шарів може виникати на бічних кромках несучих поверхонь – II, а також передній крайці – III.

Поверхні вихрових шарів описуються рівняннями типу  $\sigma_{ij}(x, y, z, \tau) = 0$ , де  $i$  – номер несучої поверхні, з якої сходить вихрова пелена типу  $j = I, II, III$ . Координати точок вихрових пелен  $(x, y, z)$  визначаються в процесі розрахунку, але їх початок буде знаходитись на відповідних лінях сходу вихрових пелен  $L_i$ , що знаходяться на задніх та бічних кромках несучих поверхонь  $S_i$  (рис. 2).

Кожна точка несучої поверхні представляється у вигляді радіуса-вектора  $\vec{r}$ , та подається залежністю  $\vec{r} = \vec{r}(\psi_L, \beta_L, \xi_L, \phi_L)$ .

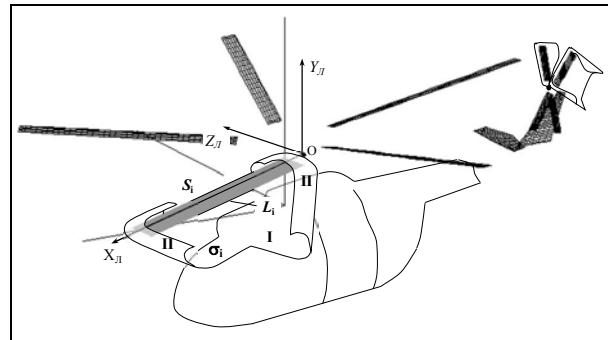


Рис. 2. Інтерпретація несучих поверхонь та вихрового сліду

Середовище вважається ідеальним і нестисливим з щільністю  $\rho$ . Усюди, за виключенням поверхонь  $S_i$  та  $\sigma_{ij}$ , течія в області  $Q$  вважається потенційною. У кожній точці області  $Q$  з радіусами-векторами  $\vec{r} \in Q$  (в кожний момент часу  $\tau$ ) поле швидкостей  $\vec{v}(\vec{r}, \tau)$  задовольняє рівнянням нерозривності і відсутності завихрення:

$$\text{div } \vec{v} = 0, \quad \text{rot } \vec{v} = 0. \quad (1)$$

Ці рівняння дозволяють ввести потенціал збуреної швидкості  $\phi(\vec{r}, \tau)$ , так що для швидкості в довільній точці  $\vec{r} \in Q$  виконується співвідношення

$$\vec{v}(\vec{r}, \tau) = \vec{V}_\infty + \nabla\phi(\vec{r}, \tau), \quad (2)$$

де  $\vec{V}_\infty$  – вектор швидкості незбуреного потоку.

Тоді, для потенціалу збурених швидкостей  $\phi(\vec{r}, \tau)$ , можна записати рівняння нерозривності, яке є виконанням умови збереження маси стосовно нестисливої рідини: В декартовій системі координат воно має вигляд:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

Рівняння динаміки плин рідини для потенційної течії, що при відсутності масових сил виражає закон збереження енергії, може бути представлено у вигляді інтегралу Коши-Лагранжа [26]:

$$p(\vec{r}, \tau) = p_\infty - \rho \left[ \frac{\partial \varphi(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} + \frac{1}{2} v^2(\vec{r}, \tau) \right], \quad (4)$$

де  $p_\infty$  – тиск на нескінченності, що визначається з граничних умов задачі.

Математична постановка задачі зводиться до знаходження швидкості рідини в будь-якій точці  $\vec{r} \in Q$ , для чого необхідно знайти потенціал швидкостей  $\varphi(\vec{r}, \tau)$ , що задовольняє рівнянню Лапласа (3), а також наступним граничним умовам:

1) на непроникних несучих поверхнях умові непротікання, яке, у зв'язаній з  $S_i$  системі координат, полягає в рівності нулю нормальних складових швидкості рідини, а в інших системах відліку має вигляд:

$$\frac{\partial \varphi(\vec{r}_{Si}, \tau)}{\partial \vec{n}} = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{n}(\vec{r}_{Si}, \tau) + \vec{W}^*(\vec{r}_{Si}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{Si}, \tau), \quad (5)$$

де  $\vec{r}_{Si} \in S_i$ ,  $\vec{W}^*(\vec{r}_{Si}, \tau) = \vec{V}_0 + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{Si} + \vec{V}_{пер}$  – швидкість точок поверхні  $S_i$  під час її просторового руху, що обумовлена швидкістю рухомого початку координат  $\vec{V}_0$ , його обертальним рухом  $\vec{\Omega} \times \vec{r}_{Si}$ , та переміщенням точки у рухомій системі координат  $\vec{V}_{пер} = \vec{V}_{пер}(\vec{\omega}, \dot{\beta}_л, \dot{\xi}_л, \dot{\phi}_л)$  (де для гвинтів системи  $\dot{\beta}_л, \dot{\xi}_л, \dot{\phi}_л$  – це кутові швидкості руху лопатей відносно горизонтального, вертикального та осевого шарнірів відповідно,  $\vec{\omega}$  – вектор кутової швидкості гвинта-носія або рульового гвинта вертольота, а  $\vec{n}$  – орт зовнішньої нормалі до  $S_i$ ).

2) на нескінченному віддаленні від поверхонь та сліду умові убувань збурень:

$$\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \nabla \varphi(\vec{r}, \tau) \rightarrow 0, \quad \vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad (6)$$

(в наданій роботі “нескінченим віддаленням” вважається відстань, що дорівнює діаметру гвинта-носія вертольота);

3) на  $n$  вільних вихрових пеленах  $\sigma_{ij}$ , ( $j=1 \dots n$ ), кінематичній умові сумісності течії (безперервності нормальної компоненти швидкості на  $\sigma_{ij}$ ), а також умові відсутності перепаду тиску:

$$\left( \vec{v}(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \right)_- = \left( \vec{v}(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot \vec{n}(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \right)_+; \quad (7)$$

$$\left( p(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \right)_- = \left( p(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \right)_+, \quad \vec{r}_{\sigma_{ij}} \in \sigma_{ij} = \bigcup_{j=1}^n \sigma_{ij}, \quad (8)$$

де індекси “-” і “+” означають граничні значення параметрів під час прямування до точки  $\sigma_{ij}$  з різних боків від пелени;

4) для крамок несучих поверхонь  $L_i$ , що задаються, з яких сходять вихрова пелена, умови (7) та (8) є еквівалентом виконання гіпотези Чаплигіна-Жуковського-Кутта про скінченність швидкості на цих крамках.

Усі вищезазначені умови виконуються для кожного розрахункового кроку квазістаціонарного процесу, що розглядається.

Граничні умови (5)...(8) доповнюються початковою умовою про величину циркуляції швидкості, що взята по будь-якому контуру, який охоплює несучі поверхні та вихровий слід. При моделюванні квазістаціонарних процесів початковою умовою обирається такий стан системи, коли повністю відсутня взаємодія несучих поверхонь із середовищем, тобто дорівнює нулю переносна швидкість  $\vec{W}^*$ . В такому разі циркуляція швидкості, що взята по контуру, який охоплює розрахункову схему, буде дорівнювати нулю. Рівність циркуляції швидкості по контуру, який охоплює розрахункову схему і вихровий слід, її початковому нульовому значенню є виконанням теореми Кельвіна про незмінність за часом циркуляції швидкості, що взята по будь-якому замкненому контуру у баротропній нев'язкій рідині:

$$d\vec{\Gamma}/d\tau = 0. \quad (9)$$

Рішення поставленої крайової задачі знаходиться за допомогою потенціалу подвійного шару. На поверхнях, якими моделюються елементи несучої системи вертольота та вихровий слід, розташовується шар диполів інтенсивністю  $\gamma(\vec{r}_{Si}, \tau)$ ,  $\vec{r}_{Si} \in S_i$

( $\gamma_{\sigma_{ij}}(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau)$ ,  $\vec{r}_{\sigma_{ij}} \in \sigma_{ij}$ ) [27...28]:

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r}, \tau) &= \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_i \vec{r}_{Si}} \gamma(\vec{r}_{Si}, \tau) \cdot \frac{\vec{n}(\vec{r}_{Si}, \tau) \cdot (\vec{r}_{Si} - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_{Si} - \vec{r}_0|^3} dS_i \vec{r}_{Si} + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \cdot \iint_{\sigma_{ij} \vec{r}_{\sigma_{ij}}} \gamma(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot \frac{\vec{n}_j(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot (\vec{r}_{\sigma_{ij}} - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_{\sigma_{ij}} - \vec{r}_0|^3} d\sigma_{ij} \vec{r}_{\sigma_{ij}}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(\vec{r}, \tau) &= \vec{V}_\infty + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \iint_{S_i \vec{r}_{Si}} \gamma(\vec{r}_{Si}, \tau) \cdot \nabla_{\vec{r}_0} \frac{\vec{n}(\vec{r}_{Si}, \tau) \cdot (\vec{r}_{Si} - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_{Si} - \vec{r}_0|^3} dS_i \vec{r}_{Si} + \frac{1}{4\pi} \times \\ &\times \iint_{\sigma_{ij} \vec{r}_{\sigma_{ij}}} \gamma(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot \nabla_{\vec{r}} \frac{\vec{n}_j(\vec{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot (\vec{r}_{\sigma_{ij}} - \vec{r}_0)}{|\vec{r}_{\sigma_{ij}} - \vec{r}_0|^3} d\sigma_{ij} \vec{r}_{\sigma_{ij}}. \end{aligned}$$

Потенціал подвійного шару отримує на поверхні  $S_i$  ( $\sigma_{ij}$ ) стрибок, що дорівнює інтенсивності шару диполів:

$$\varphi_+(\vec{r}_{Si}(\sigma_{ij}), \tau) - \varphi_-(\vec{r}_{Si}(\sigma_{ij}), \tau) = \gamma(\vec{r}_{Si}(\sigma_{ij}), \tau), \quad (11)$$

а граничні значення нормальної похідної потенціалу є однаковими по обидві сторони від поверхні (7).

Потенціал і швидкість, що знайдені за формулами (10), задовольняють рівнянню (3) і умові (6). Для відповідності умові (5) в кожен момент часу  $\tau$  необхідно знайти таку щільність розподілення диполів  $\gamma(\vec{r}, \tau)$ , за якої:

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{i\bar{r}_{Si}}} \gamma(\bar{r}_{Si}, \tau) \frac{\partial \bar{n}(\bar{r}_{Si}, \tau)(\bar{r}_{Si} - \bar{r}_{S0})}{\partial \bar{n}_{\bar{r}_{S0}} |\bar{r}_{Si} - \bar{r}_{S0}|^3} dS_{i\bar{r}_{Si}} = +f(\bar{r}_{S0}, \tau), \quad (12)$$

де  $f(\bar{r}_{S0}, \tau) = \bar{W}^*(\bar{r}_{S0}, \tau) \cdot \bar{n}(\bar{r}_{S0}) - \bar{V}_\infty \cdot \bar{n}(\bar{r}_{S0}, \tau) -$

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma_{ij\bar{r}_{\sigma_{ij}}}} \left( \begin{array}{c} \gamma_j(\bar{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \times \\ \frac{\partial \bar{n}_j(\bar{r}_{\sigma_{ij}}, \tau) \cdot (\bar{r}_{\sigma_{ij}} - \bar{r}_{S0})}{\partial \bar{n}_{\bar{r}_{S0}} |\bar{r}_{\sigma_{ij}} - \bar{r}_{S0}|^3} \end{array} \right) d\sigma_{ij\bar{r}_{\sigma_{ij}}}. \quad (13)$$

Зміна положення вихрової пелени в просторі визначається з кінематичної умови про її рух по траєкторії частинок рідини:

$$\frac{d\bar{r}_{\sigma_{ij}}}{d\tau} = \bar{v}(\bar{r}_{\sigma_{ij}}, \tau). \quad (14)$$

При цьому інтенсивність шару диполів, що є розподілений по  $\sigma_{ij}$ , залишається постійною для кожної частинки пелени. Для визначення інтенсивності пелени, що сходять з ліній  $L_i$  в момент часу  $\tau$  використовується умова Чаплигіна-Жуковського-Кутта, яка, як показано в [29], призводить до виразу

$$\gamma_1(\bar{r}_{Li}, \tau) - \gamma_2(\bar{r}_{Li}, \tau) - \gamma_{\sigma_{ij}}(\bar{r}_{Li}, \tau) = 0, \quad \bar{r}_{Li} \in L_i, \quad (15)$$

де  $\gamma_1(\bar{r}_{Li}, \tau)$ ,  $\gamma_2(\bar{r}_{Li}, \tau)$  – граничні значення стрибка потенціалу при прямуванні точки  $\bar{r}$  до  $\bar{r}_{Li}$  по поверхні  $S_i$  з різних боків від  $L_i$ .

Якщо в момент часу  $\tau$  відомі положення вихрових пелен і інтенсивність  $\gamma(\bar{r}_{\sigma_{ij}}, \tau)$  шару диполів на них, то вираз (13) визначає відому функцію  $f(\bar{r}_{S0}, \tau)$ . Рівність (12) в цьому випадку розглядається як інтегральне рівняння відносно невідомої інтенсивності  $\gamma(\bar{r}_{Si}, \tau)$  на поверхнях  $S_i$ . Вирішивши це рівняння можна знайти швидкість і потенціал в будь-якій точці області течії за виразами (10), звідки можна знайти характеристики ефективності рульового гвинта будь якої комбінації, що, в свою чергу, дозволить визначити коефіцієнт корисної дії гвинта (1) в будь який момент розрахункового часу. Визначення таких характеристик в кожний наступний момент розрахункового процесу, тобто моделювання квазістаціонарного процесу роботи рульового гвинта, дозволить відслідковувати характеристики ефективності на критичних режимах, а моделювання явища втрати ефективності рульового гвинта досягається зміною граничних умов (5) – (8) на протязі розрахунку у файлі вихідних даних.

### Висновки

1. З проведеного аналізу публікацій за вертоліт-

ною тематикою зроблено висновок, що наукових робіт, які присвячуються питанню розробки математичної моделі явища втрати ефективності рульового гвинта вертольота, на сьогоднішній час не зустрічається.

2. Проведено аналіз теорій гвинта вертольота з метою їх застосування в задачах визначення ефективності рульових гвинтів, на основі якого зроблено висновок, що для розробки числового методу розрахунку характеристик ефективності рульових гвинтів різних модифікацій вертольотів необхідним є поєднання підходів вихрової лопатевої теорії гвинта в нелінійній квазістаціонарній постановці для ідеального середовища та теорії елемента лопаті для уточнення навантажень, що не враховуються моделлю ідеальної нестисливої рідини.

3. Розроблено математичну модель, яка дозволяє моделювати явище втрати ефективності рульового гвинта вертольота в умовах обдування вітром різного напрямку та швидкості на режимі висіння, що вказує на ознаки наукової новизни запропонованої наукової статті. Оскільки вертоліт, який побудований за одnogвинтовою схемою з рульовим гвинтом, має досить суворі обмеження за швидкістю бічного вітру, то надана математична модель уявляє собою практичний інтерес, оскільки дозволяє спрогнозувати під час створення та модернізації вертольотів величину швидкості бічного вітру, за яким накладається обмеження на виконання режимів польоту.

### Список літератури

1. Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа / С.М. Белоцерковский. – М.: Наука, 1965. – 242 с.
2. Апаринов В.А. Метод дискретных вихрей с замкнутыми вихревыми рамками / В.А. Апаринов, А.В. Дворак // Труды ВВИА им. Н.Е. Жуковского. – М., 1986. – Вып. 1313. – С. 424-432.
3. Васин В.А. Работа винта на некоторых особых режимах его обтекания : научно-методические материалы по аэродинамике летательных аппаратов / В.А. Васин. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1978. – С. 117-126.
4. Ковалев Е. К определению безопасной высоты висения вертолетов нормальной категории / Е. Ковалев, С. Полуйчик, В. Удовенко // Авиация общего назначения. – 2003. – №2. – С. 37-40.
5. Локтев Б.Е. Аэродинамические характеристики комбинации несущего и рулевого винтов вертолета: научно-методические материалы по аэродинамике летательных аппаратов / Б.Е. Локтев, Ю.П. Онушкин. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1982. – С. 97=105.
6. Чичикайло В.В. К решению задачи по определению аэродинамических характеристик комбинации несущего и рулевого винтов вертолета: научно-методические материалы по аэродинамике летательных аппаратов / В.В. Чичикайло. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1985. – С. 244-250.
7. Kritsky B., Anikin V. Multilevel Mathematical Model of Rotorcraft Aerodynamics // 27th European Rotorcraft Forum, Moscow, Russia, September 11-14, 2001. – 11 p.
8. Anikin V. Helicopter Main Rotor Aerodynamic Performance in Descent Conditions // 58th Annual Forum,

Montreal, Canada, June 11-13, 2002. – 7 p.

9. Anikin V., Kritsky B. For the Rotor Vortex Structure Analysis // 29th European Rotorcraft Forum, Friedrichshafen, Germany, September 16, 2003. – 14 p.

10. Гладышев А.И. Численное моделирование обтекания вертолетного винта методом дискретных вихрей с учётом диффузии вихрей в ближнем вихревом следе / А.И. Гладышев, В.А. Удовенко // Вестник ХНУ. – Х., 2003. – № 605. Серия "Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления", Вып. 2. – С. 15-23.

11. Миргород Ю.И. Аэродинамичні характеристики несучого гвинта на критичних режимах / Ю.И. Миргород, В.А. Бердочник // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сб. науч. трудов. – Х: НАУ «ХАИ», 2003. – Вып. 21. – С. 56-62.

12. Крицкий Б.С. Численное моделирование взаимного влияния вертолетного рулевого винта и кля / Б.С. Крицкий, В.А. Полуяхтов // Труды пятого форума Российского вертолетного общества, 20-21 февраля 2002 г. – М., 2002. – 5 с.

13. Белоцерковский С.М. Исследование на ЭВМ аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов вертолетов / С.М. Белоцерковский, Б.Е. Локтев, М.И. Нишич, под ред. С.М. Белоцерковского. – М.: Машиностроение, 1992. – 224 с.

14. Математический анализ метода дискретных вихрей с равномерным распределением / Е.Е. Егоров // Труды Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н.Е. Жуковского. – М., 1991. – С. 3-10.

15. Srinivasan G.R, Baeder J.D, Obayashi S., and McCroskey W.J. Flow Field of a Lifting Rotor in Hover: A Navier-Stokes Simulation // AIAA Journal Vol.30, (10) 1992. – P. 2371-2378.

16. Wake B.E., and Baeder J.D. Evaluation of a Navier-Stokes Analysis Method for Hover performance Prediction // Journal of AHS, Vol.41, (1), 1996. – P. 7-17.

17. Ahmad J.U. and Strawn R.C. Hovering Rotor and Wake Calculations with an Overset-Grid Navier-Stokes Solver // AHS 55th Annual Forum Proceedings, Montreal, Canada May 25-27, 1999. – P. 1949-1959.

18. Kang and Kwon. Unstructured Mesh Navier-Stokes Calculations of the Flow Field of a Helicopter Rotor in Hover // Journal of AHS April 2002, Vol.47, Num. 2. – 14 p.

19. Sedney R., and Gerber N. Numerical Study of the Critical Layer in a Rotating Fluid // AIAA Journal August 1985, Vol. 23, Num. 8. – P. 11-79.

20. Hariharan N.S., and Sankar L.N. First Principles Based High Order Methodologies for Rotorcraft Flow Field

Studies // AHS 55th Annual Forum Proceedings, Montreal, Canada, May 25-27, 1999. – P. 1921-1933.

21. BVI noise Predictions by Moving Overlapped Grid Method / Ochi A., Aoyama T., Saito S., Shima E. and Yamkawa E. // Paper presented at 55th American Helicopter Society Annual Forum, Montreal, Canada, 1999. – 9 p.

22. Pahlke K. Berechnung von Strömungsfeldern um Hubschrauberrotoren im Vorwärtsflug durch die Lösung der Euler-Gleichungen. // Forschungsbericht 1999-22, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e. V., 1999. – 19 p.

23. Pahlke K. and Chelli E. Calculation of Multi-blade Rotors in Forward Flight Using a 3D Navier-Stokes Method // Paper presented at 26th European Rotorcraft Forum, The Hague, The Netherlands, 2000. – 11 p.

24. Strawn R.C., Ahmad J. and Duque E.P.N. Rotorcraft Aeroacoustics Computations with Overset-Grid CFD Methods // Paper presented at the 54th American Helicopter Society Annual Forum, Washington, DC, USA, 1998.

25. Bettschart N. Rotor Fuselage Interaction: Euler and Navier-Stokes Computations with an Actuator Disk // Proceedings, American Helicopter Society, 55th Annual Forum, Montreal (Canada), May 1999. – 16 p.

26. Котляр Я.И. Методы математической физики и задачи аэродинамики / Я.И. Котляр. – М.: Высшая школа, 1991. – 207 с.

27. Михлин С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин – М.: Наука, 1968. – 576 с.

28. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн) / И.К. Лифанов. – М.: ТОО "Янус", 1995. – 520 с.

29. Головкин В.А. Численное решение задач о нестационарном и отрывном обтекании тел произвольной формы идеальной несжимаемой жидкостью / В.А. Головкин, М.А. Головкин // Труды VI Международной конференции по численным методам в гидродинамике. Тбилиси, 20-25 июня 1978: Сб. докладов. – М.: Ротанпринт ИПМат АН СССР, 1978. – С.89 – 94.

Надійшла до редколегії 19.03.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. С.А. Калкманов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ ЭФФЕКТИВНОСТИ РУЛЕВОГО ВИНТА ВЕРТОЛЕТА

В.А. Шлапацкий

Проведен анализ теорий винта вертолета с целью их использования в задачах определения показателя эффективности рулевых винтов, на основе которого разработано математическую модель, которая позволяет исследовать явление потери эффективности рулевого винта вертолета в условиях обдувания ветром разного направления и скорости на режиме висения

**Ключевые слова:** боковой ветер; эффективность; рулевой винт; вертолет; ограничения; режим "вихревое кольцо".

## MATHEMATICAL MODEL FOR RESEARCH OF THE HELICOPTER TAIL ROTOR EFFICIENCY LOSS PHENOMENON

V.O. Shlapatsky

The analysis of helicopter rotor theories with the purpose of their usage in the tasks of determination of tail rotor efficiency index is conducted. A mathematical model which allows to investigate the helicopter tail rotor efficiency loss phenomenon in the conditions of cross wind blowing with different direction and speed on the helicopter hovering mode is developed.

**Keywords:** cross wind; efficiency; tail rotor; helicopter; limitations; mode of the "vortex ring"