

ВІДНОСНІ КОЛИВАННЯ ВАНТАЖУ, СПРИЧИНЕНІ НЕРІВНОСТЯМИ ШЛЯХУ ПРИ ЙОГО ПЕРЕМІЩЕННІ

О.М.Ларін, Б.І. Кривоший
(Академія цивільного захисту України, Харків)

Наведено математичне наповнення алгоритму дослідження відносних коливань надресорного вантажу, що спричинені нерівностями шляху його переміщення, якщо подовжній профіль „горбів” шляху задано рівнянням.

відносні коливання, надресорний вантаж, нерівностями шляху переміщення

Постановка проблеми. Останнім часом намітилася тенденція споруджувати на дорогах населених пунктів перешкоди, подовжній профіль яких має вигляд «одиничного горба» (в західній Європі їх ще називають „поліцейський, що лежить”). При русі через цю перешкоду на елементи підвіски діють великі навантаження, які впливають на довговічність всього транспортного засобу у цілому. Руйнуванню транспортного засобу перешкоджають системи підвіски (пружини, ресори, пневматичні циліндри) [1 – 4]. Звідси зрозумілою є задача математичного моделювання руху вантажу з урахуванням дії підвіски. Особливо це питання актуально для аналізу руху автомобілів спеціального призначення (рятувальних, пожежних, швидкої допомоги, міліції), які вимушені проїздити шляхові перешкоди на великій швидкості. Адже від своєчасного прибуття на місце події цих транспортних засобів часто залежать людські життя і збереження майна.

Аналіз останніх досліджень. Коливання транспортного засобу впливають на його стан, а також на стан водія. Тому, головною вимогою до сучасного транспортного засобу, є підвищення плавності ходу. Вібраційна чутливість організму людини складає 15 – 1500 Гц. Дія коливань на організм людини залежить від частоти, амплітуди і тривалості дії [1 – 3]. Вплив знакозміних прискорень на організм людини, у більшій мірі, залежить від частоти коливань. Тому актуальними будуть дослідження, спрямовані на вивчення можливостей зменшити ці коливання при переїзді автомобіля через перешкоду типу «бугор».

Постановка завдання. Нехай надресорний вантаж масою m рухається по бугристому шляху з постійною швидкістю v . Необхідно дослідити

відносні коливання вантажу, спричинені нерівностями цього шляху, якщо його подовжній профіль можна вважати заданим рівнянням $Y = F(X)$. При цьому також вважається, що коефіцієнт жорсткості гвинтової пружини дорівнює c , а її опір пропорційний відносній швидкості. Деформаціями шляху і колеса знехтувати.

Основна частина. Відносно положення надресорного вантажу визначимо узагальненою координатою y (рис. 1). Диференціальне рівняння відносних коливань системи аналогічне диференціальному рівнянню при її абсолютному русі, необхідно лише до сил, які діють на цю систему, приєднати переносну силу інерції (переносний рух – рух поступальний).

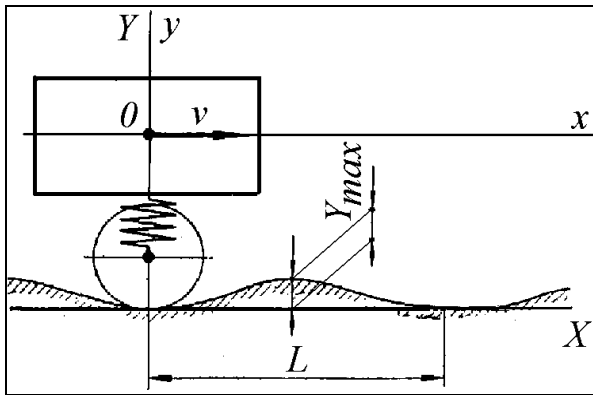


Рис. 1. Схема переміщення вантажу по шляху

Кінетична енергія надресорного вантажу в відносному русі дорівнює $T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$. Отже, коефіцієнт інерції $a = m$. В результаті диференціальне рівняння відносних коливань вантажу приймає вигляд [5, 6]:

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2 y = \frac{1}{m} \Phi, \quad (1)$$

де Φ – переносна сила інерції; n – коефіцієнт затухання; $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ – частота вільних коливань вантажу ($n < k$).

Для визначення переносної сили інерції Φ слід врахувати, що $X = vt$. Тоді $\phi = -m \frac{d^2}{dt^2} F(vt)$, де $Y = F(X)$ рівняння подовжнього профілю шляху.

Остаточно диференціальне рівняння відносних коливань вантажу

набуде вигляду

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2y + \frac{d^2}{dt^2}F(vt) = 0. \quad (2)$$

Розглянемо два варіанти розв'язання диференціального рівняння (2) в залежності від форми профілю нерівностей на шляху переміщення.

Варіант 1. Нехай подовжній профіль шляху має вигляд „пральної дошки” (тобто вигляд хвиль з періодом L), рівняння якої

$$Y = Y_{\max} \sin^2 \frac{\pi X}{L} \quad (\text{рис. 1}).$$

В цьому випадку рівняння (2) набуде вигляду [5, 6]

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2y + h \cos pt = 0, \quad (3)$$

де $h = \frac{Y_{\max} p^2}{2}$, $p = \frac{2\pi v}{L}$ - частота змушених коливань.

Для чисельного розв'язання рівняння (3) з крайовими умовами $y(0) = 0$ і $\dot{y}(0) = 0$ було складено програму для математичного пакету Maple.

На рис. 2 наведено результати виконання програми з параметрами $L = 6$; $Y_{\max} = 0,5$; $m = 2000$ кг; $v = 10$ м/сек; $c = 4000$; $k = \sqrt{c/m}$; $n = 0,3 \cdot k$ (коефіцієнт згасання коливань). Тут і далі на рисунках ліворуч зображено графік переміщення вантажу за час $t_B = L/v$ (сек) переїзду безпосередньо „першого” горба.

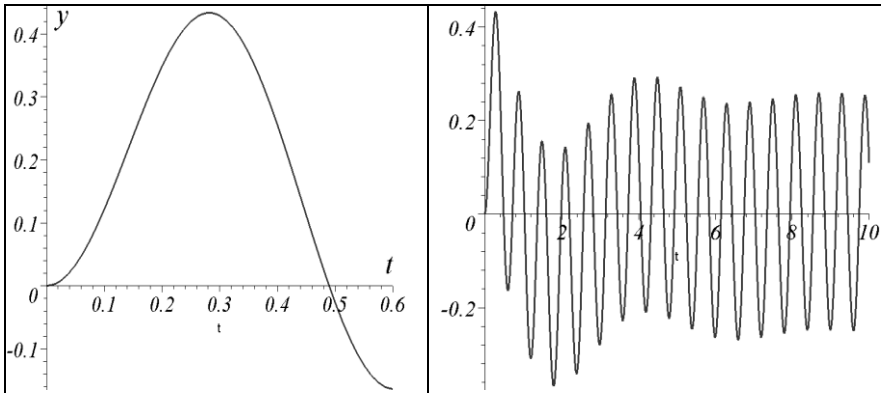


Рис. 2. Вертикальні переміщення вантажу при швидкості **10 м/сек**

На рис. 3 наведено результати чисельного розв'язання рівняння (3) з тими ж параметрами, але для $v = 1,35$ м/сек. Легко помітити, що їзда по такому шляху з такою швидкістю може призвести до явища ре-

зонансу.

Далі розглянемо варіант розв'язання диференціального рівняння (2), коли форма профілю нерівності на шляху переміщення вантажу має вигляд одиничного горба (тобто „поліцейського, який лежить”).

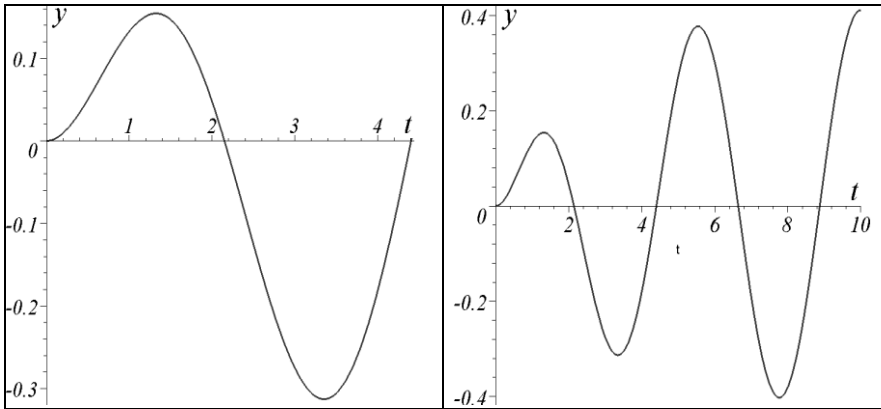


Рис. 3. Вертикальні переміщення вантажу при швидкості **1,35 м/сек**

Варіант 2. Нехай подовжній профіль шляху має вигляд одиничного горба, рівняння якого задамо у вигляді

$$Y = Y_{\max} e^{-Y_{\max}^2 (X-L)^2 / L^w} . \quad (4)$$

Тут Y_{\max} - „висота” горба, L - половина ширини основи горба (орієнтовно), w - параметр форми горба. На рис. 4 наведено приклад профілю горба для $Y_{\max} = 0,15$; $L = 0,3$ і $w = 6,5$.

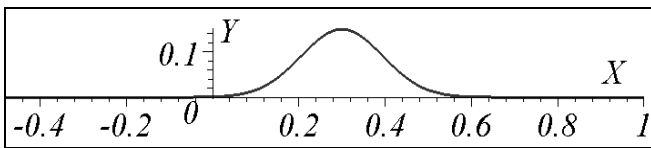


Рис. 4. Профіль шляху у вигляді одиничного горба

З урахуванням опису перепони у вигляді (4), згідно (2) маємо диференціальне рівняння коливань вантажу при переїзді через цей горб, при розв'язанні якого слід врахувати крайові умови $y(0) = 0$ і $\dot{y}(0) = 0$.

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + k^2y + 2v^2Y_{\max}^4 e^{\left(\frac{Y_{\max}^2(vt-L)^2}{L^w}\right)} \left(\frac{2Y_{\max}^2(vt-L)^2}{L^{2w}} - \frac{1}{L^w}\right) = 0. \quad (4)$$

Для чисельного розв'язання рівняння (4) також було складено програму для середовища математичного процесора Maple.

На рис. 5 наведено приклади виконання програми з параметрами $L = 0,3$; $Y_{\max} = 0,15$; $w = 6,5$; $m = 2000$ кг; $v = 20$ м/сек; $c = 4000$; $n = 0,3 \cdot k$ (коефіцієнт згасання коливань).

Ліворуч також зображено графік переміщення вантажу за час $t_B = 2$ L/v переїзду безпосередньо бугра.

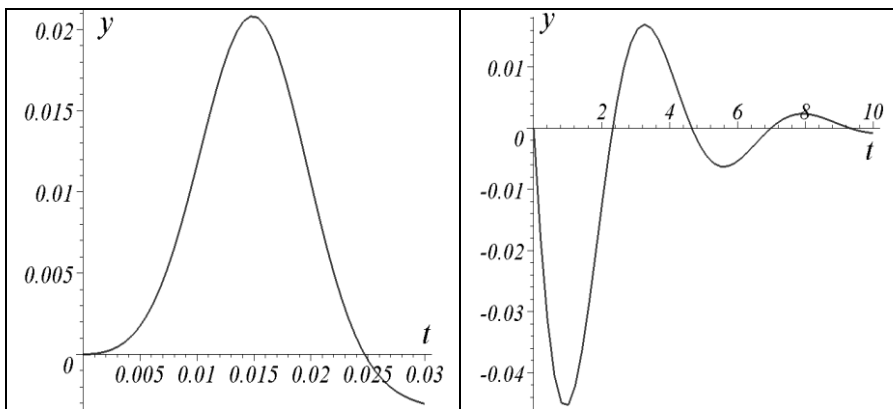


Рис. 5. Вертикальні переміщення вантажу при швидкості 20 м/сек

На рис. 6 наведено результати чисельного розв'язання рівняння (4) з тими ж параметрами, але для $v = 2$ м/сек.

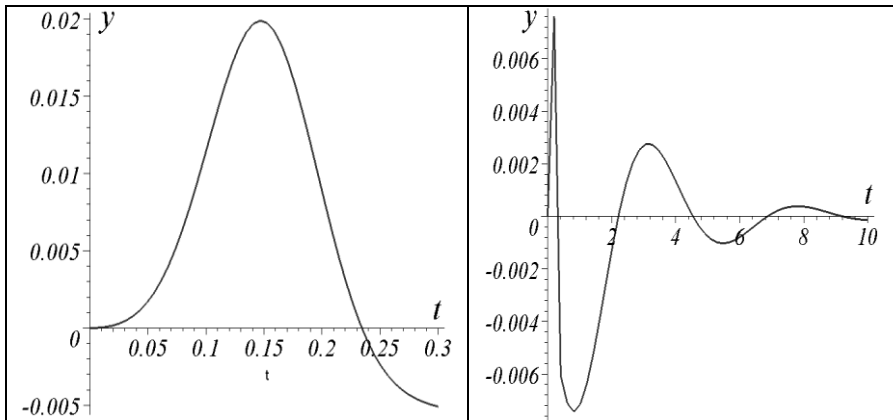


Рис. 6. Вертикальні переміщення вантажу при швидкості 2 м/сек

Висновки. Одержані в даній статті результати дозволяють дослідити відносні коливання вантажу, коли надресорний вантаж масою m рухається по бугристому шляху з постійною швидкістю v , і якщо подовжній профіль шляху можна задати рівнянням $Y = F(X)$.

З урахуванням одержаних результатів можна провести розрахунки реакції підвіски на імпульсний вплив нерівності дороги в залежності від висоти і довжини нерівності.

З деяким наближенням ці характеристики відбивають і випадки синусоїдального впливу, особливо при нерівностях дороги довжиною меншої, чим база балансируного візка.

ЛІТЕРАТУРА

1. Яценко Н.Н. *Колебания, прочность и форсированные испытания грузовых автомобилей.* – М.: Машиностроение, 1972. – 372 с.
2. Ротенберг Р.В. *Подвеска автомобиля и его колебания.* – М.: Машиностроение, 1960. – 221 с.
3. Ларін О.М., Кривошей Б.І. Випадкові коливання транспортного засобу при русі по нерівній дорозі // *Геометричне та комп'ютерне моделювання.* – Х.: ХДУХТ. – 2004. – Вип. 7. – С. 40 – 47.
4. Ларин А.Н., Росоха В.Е., Сергеев А.В. и др. *Пневматическая шина.* – Х.: ХНАДУ, 2003. – 140 с.
5. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. *Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2 (динамика).* – М.: Наука, 1968. – 624 с.
6. Лурье А.И. *Аналитическая механика.* – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

7. Кривошей Б.І. Анімаційне моделювання малих гармонійних коливань вантажу на пружині з маятником // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Х.: ХДУХТ. – 2005. – Вип. 9. – С. 128 – 137.

Надійшла 18.03.2005

Рецензент: доктор фізико-математичних наук, професор М.І. Іванов,
Академія цивільного захисту України, Харків.
