

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПОДСТРОЕК

В.В. Нарожный, С.Н. Фирсов, И.В. Бычкова

(Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»)

*В данной статье предлагается метод, позволяющий синтезировать алгоритмы параметрических подстроек для обеспечения активной отказоустойчивости системы управления беспилотного летательного аппарата.*

***алгоритмы параметрических подстроек, отказоустойчивость системы, беспилотный летательный аппарат***

**Введение.** В настоящее время во всем мире ведутся работы по усовершенствованию существующих и разработка новых беспилотных летательных аппаратов, а также фундаментальные и поисковые исследования, направленные на изучение нетрадиционных конструкций и принципов полета. Возросшая тенденция к увеличению числа беспилотных летательных аппаратов, а также расширение сферы их использования в авиации и космонавтике позволит в перспективе выйти на создание высоконадежных, пространственно распределенных интеллектуальных макросистем, способных решать широкий спектр задач, при оптимальном соотношении цены и качества и без риска для человека. Процесс совершенствования функциональных возможностей техники неразрывно связан с повышением задач обеспечения ее надежности, жизнеспособности, безопасности и отказоустойчивости.

Перспективным подходом к обеспечению отказоустойчивости, является системный подход, позволяющий обеспечивать активную отказоустойчивость систем автоматического управления (САУ) беспилотных летательных аппаратах (БПЛА).

**Постановка задачи.** В системном подходе к обеспечению отказоустойчивости систем управления предлагается раскрыть целостность системы и ее механизмов, обозначить разнообразие типов связей, установить влияние разных отказов, построить модели работоспособного и неработоспособного состояний, связать все и восстановить работоспособность. Влияние компенсируемых отказов на выходные сигналы систем автоматического управления (САУ) беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), а, следовательно, и на работу, и на работоспособность можно парировать путем использования подстраиваемых параметров, предусмотренных в САУ или введенных дополнительно для обеспечения отказоустойчивости. Параметрическая подстройка

должна производиться с применением определенных алгоритмов, использующих информацию о качестве функционирования всей САУ БПЛА, причем таким образом, чтобы обеспечить восстановление работоспособности за приемлемое время и с требуемой степенью точности.

**Материалы исследований.** Рассмотрим метод синтеза алгоритма параметрической подстройки на основании положений дискретного аналога второго метода Ляпунова, позволяющего получать условия асимптотической устойчивости в некоторой области или в целом при появлении компенсируемых отказов в системе управления. Второй (или прямой) метод Ляпунова сводится к построению специальной вспомогательной скалярной функций, называемой функцией Ляпунова  $V[\Delta(k)]$ , и изучению ее свойств, а также свойств ее первой разности  $V[\Delta(k) + 1]$ , определенной вдоль траектории системы. Рассмотрим построение алгоритма параметрической подстройки на примере системы с одним входом и выходом, возмущенное поведение которой описывается следующим уравнением выхода:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + \lambda(k)bu(k), \quad (1)$$

где  $\Delta y(k)$  – отклонение выхода САУ БПЛА от эталонного значения в  $k$ -й момент времени;  $\Delta y(k+1)$  – отклонение выхода САУ БПЛА от эталонного значения в  $(k+1)$ -й момент времени;  $G$  – матрица фильтра Люенбергера соответствующей размерности;  $\lambda(k)$  – подстраиваемый коэффициент САУ БПЛА;  $b$  – матрица управления;  $u(k)$  – управляющее воздействие  $k$ -й момент времени.

Качество восстановления работоспособности САУ БПЛА, применением параметрической подстройки оценим с помощью функции:

$$V[\Delta y(k)] = \Delta y^T(k) Q \Delta y(k) \quad (Q = Q^T > 0). \quad (2)$$

Функция  $V[\Delta y(k)]$  при  $\Delta y(k) = 0$  и  $V[\Delta y(k)] > 0$  для  $\forall \Delta y(k) \in \Omega_{\Delta y}$ , где  $\Omega_{\Delta y}$  – множество точек односвязной конечной области пространства состояния системы, содержащей в себе начало координат и некоторую ее конечную окрестность, является определенно положительной.

В соответствии с дискретным аналогом второго метода Ляпунова определим первую разность функции (2), как

$$\Delta V[k, k+1] = V[\Delta y(k+1)] - V[\Delta y(k)] = \Delta y^T(k+1) Q \Delta y(k+1) - \Delta y^T(k) Q \Delta y(k). \quad (3)$$

После подстановки в выражение первой разности (3) соответствующих отклонений выходного сигнала САУ БПЛА (1) и выполнения ряда преобразований, получено:

$$\Delta V[k, k+1] = \Delta y^T(k) [G^T Q G - Q] \Delta y(k) + \lambda(k) [2u(k)b^T Q G \Delta y(k) + \lambda(k)u^2(k)b^2 Q B]. \quad (4)$$

Согласно теореме устойчивости для того, чтобы динамическая система (1) была асимптотически устойчивой в области  $\Omega_{\Delta y}$ , достаточно обеспечить функции  $\Delta V[k, k+1]$  следующие свойства:  $V[\Delta y(k)]$  при  $\Delta y(k)=0$  и  $V[\Delta y(k)] < 0$  для  $\forall \Delta y(k) \in \Omega_{\Delta y}$ , которые характерны для определенно отрицательной функции.

Очевидно, что первое слагаемое функции (4) будет обеспечивать ее определенную отрицательность, если:

$$G^T Q G - Q = -P, \quad (P = P^T > 0). \quad (5)$$

Также, одно из возможных условий, при котором второе слагаемое обеспечивает  $\Delta V[k, k+1]$  требуемые свойства, состоит в следующем:

$$\lambda(k) \left[ 2u(k)b^T Q G \Delta y(k) + \lambda(k)u^2(k)b^2 Q B \right] = 0. \quad (6)$$

Для выполнения первого условия (5) задают диагональную квадратную положительную матрицу  $P = P^T > 0$  и вычисляют исходя из равенства (5) матрицу  $Q$ , удовлетворяющую требованию  $Q = Q^T > 0$ . Выполнение второго условия (6) связано с выбором значения подстраиваемого параметра  $\lambda(k)$ , обеспечивающего нулевого значения суммы двух слагаемых в области  $\Omega_{\Delta y}$ . Разрешив равенство (6), относительно скалярной функции  $\lambda(k)$ , получены следующие значения:

$$\lambda(k) = 0; \quad (7)$$

$$\lambda(k) = -2 \left[ b^T Q b \right]^{-1} u^{-1}(k) b^T Q G \Delta y(k). \quad (8)$$

Первое решение (7) – тривиальное и физически не приемлемо. Второе решение (8) приемлемо с практической точки зрения и, по сути, является  $\lambda(k)$  алгоритмом подстройки регулируемого параметра  $\lambda(k)$  по значениям отклонения  $\Delta y(k)$ . Такой алгоритм обеспечивает в области  $\Omega_{\Delta y}$  асимптотическую устойчивость САУ БПЛА, при возникновении регулируемого отклика, вызвавшего появление отклонения  $\Delta y(k)$ . Для разработанного алгоритма параметрической подстройки справедлива следующая оценка качества [1]:

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} \Delta y^T(k) P \Delta y(k) \leq \Delta y^T(k_0) P \Delta y(k_0). \quad (9)$$

При использовании в САУ БПЛА нескольких построительных коэффициентов, алгоритмы их изменения могут быть получены с помощью рассмотренного метода, который необходимо применять последовательно для каждого коэффициента при учете динамики уже синтезированных контуров параметрической подстройки.

В ряде практических случаев подстрочный коэффициент располагают таким образом, что его изменение влияет на переходной режим системы. Тогда отклонение выходного сигнала системы (1) для одного подстраиваемого коэффициента, можно представить следующим уравнением:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + \mu(k)a_i x_i(k), \quad \Delta y \in \Omega_{\Delta y}, \quad (10)$$

где  $a_i$  –  $n$ -мерный вектор столбец, все компоненты которого нулевые, кроме одного:  $a_{ij} = e_i^T A e_j$ ,  $e_1, e_j$  – единичные орты;  $A$  – матрица состояния системы при номинальном режиме функционирования;  $x_i(k)$  –  $i$ -й компонент вектора состояния системы  $X(k)$ .

Для синтеза алгоритма подстройки параметра  $\mu(k)$  используем те же предположения, что и для  $\lambda(k)$ , в результате чего получено:

$$\mu(k) = -2 \left[ a_i^T Q a_i \right]^{-1} x_i(k) a_i^T Q G \Delta y(k). \quad (11)$$

Зависимость (11) представляет собой алгоритм параметрической подстройки параметра  $\mu(k)$ , который обеспечивает парирование отказа вызвавшего отклонение  $\Delta y(k)$ .

Произвольность в выборе функции Ляпунова позволяет получать различные решения задачи параметрической подстройки. Рассмотрим возмущенное состояние САУ БПЛА (1) в виде диагностической VL-модели [2]:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + \Delta A(\gamma_i) \tilde{y}(k) + \Delta B(\gamma_i) u(k), \quad \Delta y \in \Omega_{\Delta y}, \quad (12)$$

где  $\Delta A(\gamma_i) \approx \frac{\partial A}{\partial \gamma_i}$ ;  $\Delta B(\gamma_i) \approx \frac{\partial B}{\partial \gamma_i}$ ;  $A$  – матрица состояния системы;  $B$  – матрица управления;  $\gamma_i$  – обобщенный параметр  $i$ -го отказа.

В результате диагностирования устанавливают причину появления отклонений матриц  $\Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i)$ . В силу этого обстоятельства можно сформировать такие матрицы  $\Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i)$ , которые будут осуществлять компенсацию соответствующих отклонений матриц.

Представим динамическую систему (12) в следующем виде:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + [\Delta A(\gamma_i) - \Delta A(\gamma_i)] \tilde{y}(k) + [\Delta B(\gamma_i) - \Delta B(\gamma_i)] u(k), \quad \Delta y \in \Omega_{\Delta y}. \quad (13)$$

Введем обозначение:  $\eta(k) = [\Delta A(\gamma_i) - \Delta A(\gamma_i) \quad \Delta B(\gamma_i) - \Delta B(\gamma_i)] \begin{bmatrix} \tilde{y}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}^T$ , на основании которого выражение (13) примет следующий вид:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + \eta(k), \quad \Delta y \in \Omega_{\Delta y}. \quad (14)$$

Качество параметрической подстройки будем оценивать функцией следующего вида:

$$V[\Delta y(k), \eta(k)] = \Delta y^T(k) Q \Delta y(k) + \eta^T(k) Q \eta(k). \quad (15)$$

Первая разность функции (15) после определенных преобразований примет следующий вид

$$\Delta V[k, k+1] = \Delta y^T(k) [G^T QG - Q] \Delta y(k) + 2\eta^T(k) QG \Delta y(k) + \eta^T(k+1) Q \eta(k+1). \quad (16)$$

Для выполнения функций (16) условия определенной отрицательности в области  $\Omega_{\Delta y}$ , необходимо обеспечить выполнения ряда условий:

1)  $G^T QG - Q = -P$ , где  $P^T = P > 0$ ; 2)  $\eta(k+1) = \eta(k)$ ,  $\forall k \in T$ . Выполнение первого условия означает, что вначале параметрической подстройки необходимо вычислить значения матриц  $\Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i)$  используя полученные при диагностировании оценки  $\gamma_i$  или  $\Delta \gamma_i$ , а затем осуществляем компенсацию параметрических возмущений, вызванных компенсируемыми отказами.

Рассмотрим решение этой же задачи при выборе функции Ляпунова в форме, предложенной в критерии Калмана – Бертрама [3]:

$$V[\Delta y(k)] = \|\Delta y(k)\|. \quad (17)$$

Первая разность  $V[k, k+1] = \|\Delta y(k+1)\| - \|\Delta y(k)\|$  в силу уравнения (13) будет определено отрицательной, если  $\Delta A(\gamma_i) = \Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i) = \Delta B(\gamma_i)$ . При выполнении этого условия уравнение (13) превращается в автономное  $\Delta y(k+1) = G\Delta y(k)$ .

Так как матрица выбирается из условия устойчивости BL-модели ( $G = \sigma I$ , где  $|\sigma| < 1$ ), то  $\forall \Delta y_i(k+1) < \Delta y_i(k+1)$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\forall k \in T$ .

Таким образом, необходимо так изменять подстраиваемый параметр, чтобы выполнялись следующие условия:  $\Delta A(\gamma_i) = \Delta A(\gamma_i)$  и  $\Delta B(\gamma_i) = \Delta B(\gamma_i)$ .

Пример применения параметрической подстройки для компенсации парируемых отказов. Рассмотрим применение разработанных алгоритмов на примере пневматического сервопривода (ПСП) БПЛА, который отклоняет органы управления для создания управляющих сил и моментов. Обобщенная сема сервопривода представлена на рис. 1, где введены следующие обозначения: ЗУ – задающее устройство; К – коммутатор; СМ – сумматор; ПУМ – предварительный усилитель мощности с изменяемым коэффициентом усиления; УМ – усилитель мощности; РУМ – релейный усилитель мощности; РМ – рулевая машинка; П – потенциометр обратной связи; КТ – контрольная точка; МПС – микропроцессорная система. Для случая скалярного управления, к которому относится ПСП, отклонения выходных сигналов можно представить уравнением:

$$\Delta y(k+1) = G\Delta y(k) + k_{ПУМ}(k)b_i U_i(k), \Delta y(k) \in \Omega_{\Delta y}. \quad (18)$$

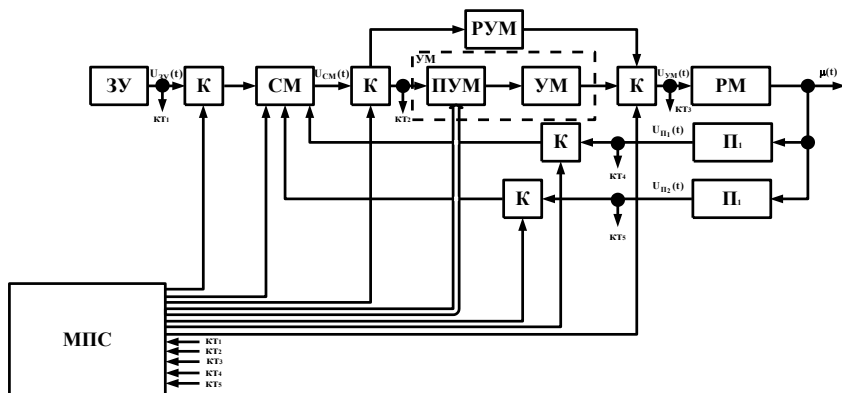


Рис. 1. Обобщенная схема ПСП с активной отказоустойчивостью

В соответствии с дискретным аналогом второго метода Ляпунова получим алгоритм подстройки регулируемого параметра  $k_{ПУМ}(k)$  по значениям отклонения  $\Delta y$ :

$$k_{ПУМ}(k) = -2[b_i^T Q b_i]^{-1} U^{-1}(k) b_i^T Q G \Delta y(k). \quad (19)$$

Результаты экспериментального исследования показывают, что алгоритм (19) осуществляет в области  $\Omega_{\Delta y}$  парирование парируемого отказа.

**Заключение.** Синтезированные алгоритмы параметрических подстроек с применением дискретного аналога второго метода Ляпунова позволяют сформировать процедуры, обеспечивающие отказоустойчивость САУ БПЛА по отношению к компенсируемым отказам посредством изменения подстраиваемых параметров, что подтверждено экспериментальными данными. Полученные результаты планируется использовать при построении отказоустойчивых САУ БПЛА.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кулик А.С. Основы моделирования систем: Учебн. пос. – Х.: ХАИ, 1998. – 90 с.
2. Кулик А.С. Сигнально-параметрическое диагностирование систем управления. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ»; Бизнес Информ, 2000. – 260 с.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: В 3 т. / Под ред. Н.Д. Егунова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимальных систем автоматического управления. – 736 с.

Поступила 14.10.2005

**Рецензент:** доктор технических наук, профессор А.Ю. Соколов,  
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»