

Кібернетика та системний аналіз

УДК 651.34

А.Е. Горюшкина, С.Г. Семенов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МОМЕНТОВ ДЛЯ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ

Определена целесообразность усовершенствования дискретного преобразования Хартли для решения задач оперативного сжатия данных. Построен систолический массив вычисления дискретного преобразования Хартли. Усовершенствовано дискретное преобразование Хартли на основе метода моментов. Сделаны выводы о возможностях применения дискретного преобразования Хартли.

Ключевые слова: дискретное преобразование Хартли, линейный массив, систолический массив быстрого дискретного преобразования Хартли.

Введение

Постановка проблемы. Сжатие цифровых данных играет важную роль в повышении эффективности использования коммуникационных ресурсов различных систем связи.

Проведенные исследования [1 – 15] показали, что в настоящее время в условиях широкого использования мультимедийной информации зачастую возникают проблемы с превышением допустимого уровня интенсивности информационного потока над значениями показателя пропускной способности коммуникационных систем.

Особенно актуальной данная проблема выглядит в системах критического применения, где важны требования к своевременности, достоверности передачи данных и другим показателям качества обслуживания.

Проведенные исследования [1 – 12] показали, что особенно важной в процессе передачи информации является задача повышения оперативности передачи данных при обеспечении требуемого уровня достоверности. Это позволит обеспечить необходимое качество обслуживания передачи мультимедийных данных.

Анализ литературы [1 – 15] показал, что одним из наиболее эффективных подходов, повышающих оперативность передачи мультимедийных данных является использование дискретных ортогональных преобразований. Проведенные исследования показали, что в настоящее время используется ряд дискретных ортогональных преобразований таких как преобразование Фурье, преобразование Уолша, преобразование Адамара и преобразование Хартли. Однако существует ряд недостатков при существующих преобразованиях:

- высокая вычислительная сложность и комплекснозначность в случае преобразования Фурье;
- высокая межблочная избыточность и фрагментарность преобразования Адамара;
- сложность характеристик, выраженных в терминах концентрации энергии преобразования Уолша.

Приведенные недостатки позволяют сделать вывод о возможности использования дискретного преобразования Хартли, в качестве основного при передаче мультимедийных данных [4].

Однако дискретное преобразование Хартли так же имеет ряд недостатков, одним из которых является высокая вычислительная сложность $O(N \log 2N)$. Данный факт позволяет сделать вывод о необходимости его усовершенствования.

Одним из путей такого совершенствования является использование систолической системы на основе метода моментов. Это позволит снизить вычислительную сложность алгоритма. Поэтому, тема статьи является актуальной.

Основная часть

Проведенные исследования показали, что для быстрого вычисления математических операций часто применяют метод моментов, который позволяет путем замены более сложных функций на идентичные по функциональности простые функции упростить математические расчеты [13].

Принцип основан на модульном сопоставлении и разложении функции в бесконечную сумму степенных рядов. Такой подход, а именно упрощение расчетных данных, позволил ускорить процесс обработки, что дало возможность проводить вычисление дискретного преобразования Хартли более эффективно.

В общем виде, процесс усовершенствования дискретного преобразования Хартли включает несколько этапов:

1. Разложение сложных функций дискретного преобразования Хартли на простые;
2. Определение точности функции;
3. Определение взаимосвязи дискретного преобразования Хартли и метода моментов;
4. Разработка вычисления одномерного момента;
5. Разработка алгоритма вычисления одномерного дискретного преобразования Хартли;
6. Построение одномерного линейного массива;
7. Построение систолического массива.

Задачи 1 – 5 были ранее рассмотрены в работе [15]. Как результат, разработанный ранее [15] алгоритм вычисления одномерных моментов, благодаря замене сложных функций на простые, позволил повысить оперативность одномерного дискретного преобразования Хартли.

Следующим этапом в решении поставленной задачи является вычисление размерности вектора $x_{k,i}$, путем построения линейного массива, представленного в виде:

$$x_{k,i} \quad (i, k = 0, 1, 2, \dots, N-1),$$

где каждому элементу $x(r)$ присваивается ранг, рав-

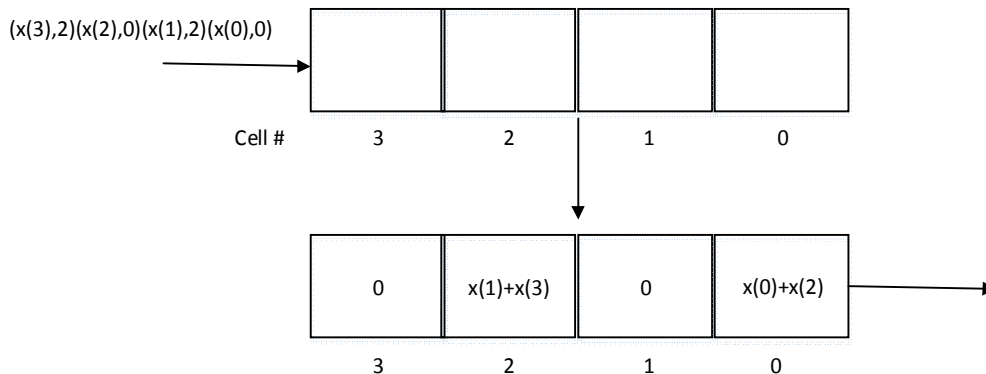


Рис. 1. Линейный массив $x_{k,i}$

Остается рассмотреть размерный вектор массива $x_{k,i}$. Следует отметить одно из свойств отображения элемента $x(r)$ к $x_{k,i}$: если $(k, N) = 1$ (т.е. k и N являются совместно простыми числами), тогда $\{ki \mid i = 0, 1, 2, \dots, N-1\}$ является полной системы вычетов по модулю N и $|S(k,i)| = 1$.

Это значит, что $x_{k,i}$ можно заменить на $x(r)$. В частности, если N простое число, то $S(0,0) = \{0, 1, \dots, N-1\}$ и $S(0,j) = \emptyset$ для $j \neq 0$, но $|S(k,i)| = 1$ для всех $k \neq 0$. Иными словами, $x_{k,i}$ это перестановка $x(r)$ всякий раз, когда $k \neq 0$. В ином случае,

$$x_{0,0} = \sum_{r=0}^{N-1} x(r), \quad (2)$$

и $x_0, f = 0$ для $j \neq 0$. Поэтому в случае, когда размер выборки простое число, первичную обработку мож-

ный $kr \pmod N$ перед перенесением его в массив. Здесь, в линейный массив данные передаются на один элемент за один раз. Элементы считаются слева направо, пока не достигнут ячейки в массиве, позиция которой совпадает с их рангом. Далее значения накапливаются в ячейке

$$|S(k,i)| > 1. \quad (1)$$

Рис. 1 иллюстрирует пример процедуры накопления входных данных в ячейке в соответствии с условием (1). Ячейка в линейном массиве будет суммировать элементы в том случае, если соответствующая ячейка $S(k,i)$ существеннее в размере предыдущей. Так, например, после восьми циклов элемент потока входных данных $x_{2,0}$ появится на конечном этапе линейного массива, как показано на рис. 1. Это займет $2N$ тактовых циклов.

Количество сложений, требуемых в первичной обработке массива для каждого k равно $N - (N/\text{gsd}(k,N))$, ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$). Поэтому общая сумма сложений необходимых в первичной обработке массива равно:

$$\sum_{k=0}^{N-1} (N - N/\text{gsd}(k,N)) = N^2 - \sum_{k=0}^{N-1} N/\text{gsd}(k,N),$$

где gsd – геометрическое стандартное отклонение значений k, N .

но использовать для получения $x_{k,i}$; через перестановку из отобранных последовательностей $x(r)$, после получения (2).

На основе процесса быстрого вычисления моментов, разработан одномерный систолический массив для реализации дискретного преобразования Хартли, а так же вычисления и анализа результатов (рис. 2).

Систолический массив состоит из генератора моментов, обработки массивов и скалярного произведения массива.

Генератор момента формируется из $N-2(2p+1)$ -сетей [15] с ряда сумматора-ключа и может использоваться для создания одномерного момента. Генератор моментов принимает на вход $x_{k,i}$ ($i, k = 0, 1, \dots, N-1$), уже преобразованный массивом первич-

ной обработки, а скалярное произведение массива выполняет умножение и производит конечную последовательность $X(k)$ на выходе. Время задержки

синхронизации потока данных отображены последовательностью цифр, заключенных в квадратные скобки, рис. 2.

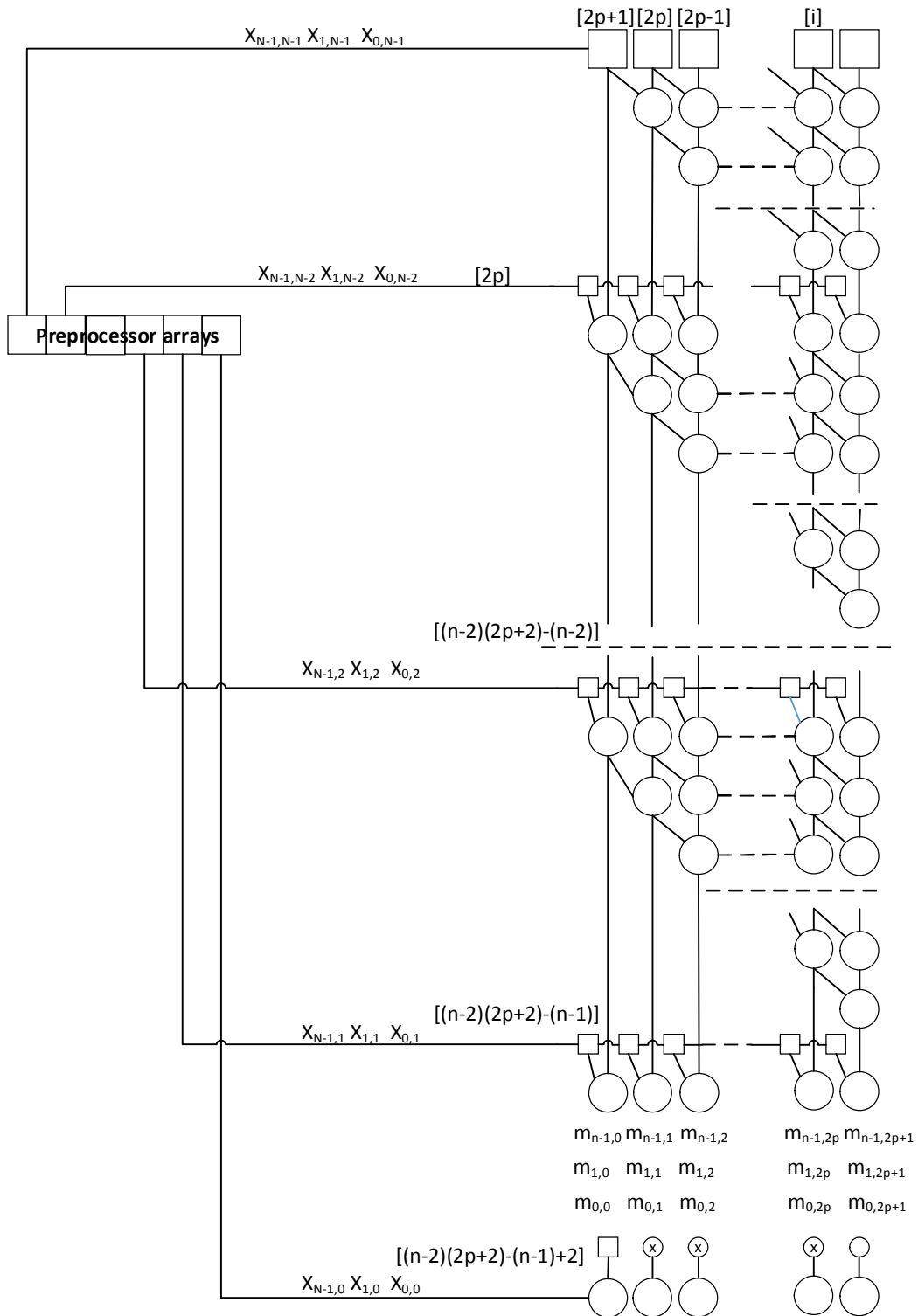


Рис. 2. Систолический массив для одномерного дискретного преобразования Хартли

Последовательность потока данных является таковой, что элементы систолического массива $m_{k(0)} * a_0$ двигаются слева направо, аккумулируя друг с другом для получения частичной суммы. Данная операция повторяется до тех пор, пока конечная последовательность вектора $X(k)$ не возникнет на

конечном этапе вывода данных. Как только элемент систолического массива $m_{k(i)}$ будет произведен на один такт раньше, чем элемент $m_{k(i+1)}$, ($i = 0, 1, \dots, 2p+1$), тогда время выполнения элемента $m_{k(2p+1)}$ займет два полных цикла и в итоге объединится в конечную последовательность $X(k)$.

Итого, общее время формирования систолической системы составляет:

$N+(2p+2)(N-2)+2+(N-1)=2(p+2)N-(4p+3)$ тактов, где N – время для предварительной обработки, $(2p+2)(N-2)$ – время вычисления моментов.

Чтобы собрать все результаты $\{X(k)\}$ необходимо $(N-1)$ тактов и еще два такта для скалярного произведения.

Применение систолической системы для вычисления дискретных моментов к дискретному преобразованию Хартли, позволит снизить вычислительную сложность используемого алгоритма. Количество операций, используемых в данном методе уравнения равно $N \log_2 N = \log_2 \log_2 N$, что позволяет сделать вывод о снижении вычислительной сложности алгоритма до 2 % в сравнении с быстрым преобразованием Хартли. Поскольку прямое и обратное преобразования Хартли полностью взаимосимметричны, данный метод применим так же к обратному дискретному преобразованию Хартли. Метод может также распространяться на многомерное дискретное преобразование Хартли из-за делимости ядра.

Проведенный анализ показал, что время выполнения систолического массива для k -мерного дискретного преобразования Хартли составляет $O(N^k)$ операций.

Выводы

В данной статье рассмотрена задача усовершенствования дискретного преобразования Хартли для сжатия данных, в основу которого положен метод моментов.

На основе предложенного метода быстрого вычисления моментов, представлен одномерный систолический массив для дискретного преобразования Хартли. Применение систолической системы для вычисления дискретных моментов к дискретному преобразованию Хартли, позволит снизить вычислительную сложность используемого алгоритма до 2%. Данный метод может быть легко расширен для

вычисления многомерных дискретных преобразований Хартли и их инверсий.

Список литературы

1. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. Теория и приложения / Р. Брейсуэлл. – М.: Мир, 1990. – 175 с.
2. Аверченко А.П. Преобразование Фурье и преобразование Хартли / А.П. Аверченко // Технические науки. – М.: Буки-Веди, 2014. – С. 22-24.
3. Ярославский Р.Л. Основы цифровой оптики / Р.Л. Ярославский. – Спрингер, Берлин, 1996.
4. Брейсуэлл Р. Быстрое преобразование Хартли / Р. Брейсуэлл // Proc. IEEE 22. – 1984. – С. 1010-1018.
5. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли / Р. Брейсуэлл // Oxford University Press, Нью-Йорк, 1986.
6. Бунемановская О. Многомерное преобразование Хартли / О. Бунемановская // Proc. IEEE 75, 1987. – 267 с.
7. Джонс Д.Л. Вычисление дискретного преобразования Хартли / Д.Л. Джонс, М.Т. Хейдман // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. – 1985. – № 33. – С. 1231-1238.
8. Дюамель П. Алгоритмы преобразований Фурье и Хартли: применение циклической свертки реальных данных / П. Дюамель, М. Веттерли // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. – 1986. – № 34. – С. 642-644.
9. Хой Х.С. Быстрый алгоритм преобразования Хартли / Х.С. Хой // IEEE Trans. Comput. – 1987. – № 36. – С. 147-156.
10. Олмстед Д.М. Реальные переменные / Д.М. Олмстед // Крофтс. – 1956.
11. Пей С.Ц. Распределение вычислительного псевдо-Вигнера быстрым преобразованием Хартли / С.Ц. Пей, И.-И. Ян // Trans. Acoust. Speech Signal Process. – 1992. – № 40. – С. 2346-2349.
12. Роза Г.Е. Курс теории чисел / Г.Е. Роза // Oxford University Press Inc. – Оксфорд, 1994.
13. Харрингтон Р.Ф. Расчет полей методом моментов / Р.Ф. Харрингтон. – Нью-Йорк, 1968.
14. Сергеев В.Л. Преобразование Хартли в задачах цифровой обработки двумерных сигналов / В.Л. Сергеев, А.В. Усачев // Компьютерная оптика. – 1992. – № 10-11.
15. А.Е. Усовершенствование дискретного преобразования Хартли на основе метода моментов / А.Е. Горюшкина // Systems of processing of the information. – 2015.

Поступила в редколлегию 25.12.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.А. Можаяев, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

ЗАСТОСУВАННЯ СИСТОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ МЕТОДУ МОМЕНТІВ ДЛЯ УДОСКОНАЛЕННЯ ДИСКРЕТНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ХАРТЛІ

А.Е. Горюшкина, С.Г. Семенов

Визначена доцільність удосконалення дискретного перетворення Хартлі для вирішення завдань оперативного стиснення даних. Побудований систолический масив обчислення дискретного перетворення Хартлі. Вдосконалено дискретне перетворення Хартлі на основі методу моментів. Зроблені висновки про можливості застосування дискретного перетворення Хартлі.

Ключові слова: дискретне перетворення Хартлі, лінійний масив, i , систолический масив швидкого дискретного перетворення Хартлі.

THE USE OF THE SYSTOLIC SYSTEM BASED ON THE METHOD OF MOMENTS TO IMPROVE THE DISCRETE HARTLEY TRANSFORM

A.E. Gorushkina, S.G. Semenov

Expedience of improvement of discrete transformation is certain Khartli for the decision of tasks of operative compression of data. The systole array of calculation of discrete transformation is built Khartli. Discrete transformation is improved Khartli on the basis of method of moments. Conclusions are done about possibilities of application of discrete transformation Khartli.

Keywords: discrete transformation Khartli, linear array, the systole array of rapid discrete transformation Khartli.