

УДК 621.9.06

В.М. Чуприна

Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Чернігів

ТЕНЗОРНО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТОЧНОСТІ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ В ДИНАМІЧНІЙ СИСТЕМІ МЕТАЛОРІЗАЛЬНОГО ВЕРСТАТУ

На базі тензорно-математичного опису жорсткості основних підсистем складено просторову динамічну модель пружної системи металорізального верстату. Виконано математичне моделювання системи для знаходження траєкторії відносних переміщень інструменту і деталі. Показано вплив статичної жорсткості на точність і форму оброблюваної деталі, а також динамічних параметрів системи на якість оброблюваних поверхонь.

Ключові слова: тензор, жорсткість, верстат, пружна система, підсистема, математичне моделювання, просторова динамічна модель, траєкторія переміщення інструменту, точність обробки.

Вступ

При обробці деталей на металорізальних верстатах виникають макро- і мікропохибки обробки, які є відхиленнями від ідеальних геометричних кінематично-розрахованих траєкторій інструменту і безпосередньо залежать від жорсткості пружної системи (ПС) верстату.

Для підвищення точності обробки на верстаті необхідно забезпечити високу жорсткість його ПС в зоні різання, зокрема просторову жорсткість.

З чисельних досліджень різних авторів [1, 3, 4] відомо, що металорізальний верстат в робочій зоні має певну анізотропію жорсткості (або податливості). Таким чином жорсткість пружної системи верстату може суттєво змінюватись в різних напрямках робочого простору (іноді більш ніж на порядок).

Жорсткість ПС верстату, як збірної одиниці, забезпечується жорсткістю складових основних вузлів [2, 8, 9]. В роботі [3] на основі тензорно-геометричного підходу показано, що при приведенні жорсткості вузла в зону різання, вона може бути описана еліпсоїдом жорсткості. Тоді у верстаті повинні бути мінімум дві підсистеми, які тримають інструмент і заготовку і два еліпсоїди жорсткості, які формують просторову жорсткість верстату в зоні різання [5, 6].

Метою статті є математичне моделювання пружної системи верстату для знаходження траєкторії руху різального інструменту при обробці на верстаті з урахуванням його просторової жорсткості.

Основний матеріал

Математичне моделювання податливості ПС верстата виконується в системі MatLab-Simulink. При моделюванні і аналізі будемо розділяти статичний і динамічний режими обробки.

Для аналізу динаміки складної технічної системи верстата скористаємось діакоптичним підходом, зокрема поділом ПС на підсистеми [7].

Схема динамічної моделі повної ПС верстата

показана на рис. 1, а. В загальному випадку її можна представити у вигляді багатьох парціальних коливальних підсистем (систем мас), пов'язаних пружно-демпфуючими в'язями. В першому наближенні динамічну модель верстата будемо розглядати у вигляді трьох парціальних підсистем: інструмента (підсистема 1), деталі (підсистема 2) і несучої системи (підсистема 3).

Підсистема 3 практично не впливає на відносні коливання між точками підсистем 1 і 2. Тому для моделювання траєкторії руху інструмента відносно деталі будемо використовувати спрощену ідеалізовану динамічну модель ПС верстата, схема якої показана на рис. 1, б.

Прийнята динамічна модель складається тільки з двох практично незалежних коливальних підсистем: інструмента (підсистема 1) і деталі (підсистема 2). Не зважаючи на таке спрощення, ця модель відображає основні закономірності формування траєкторії руху інструмента відносно деталі в процесі різання.

Більш детально ця модель подана на рис. 2, а. Тут параметри підсистеми 1 позначені одним штрихом, а підсистеми 2 – двома штрихами.

Кожна з двох підсистем має по одній приведеній до зони різання масі, яка розміщена в центрі еліпсоїда жорсткості (податливості) відповідної підсистеми. В загальному випадку приведені маси вздовж головних осей податливості мають різні значення (тобто $m_{1x} \neq m_{1y} \neq m_{1z}$), хоча тут це не принципово. При цьому кожна маса утримується пружно-демпфуючими зв'язками, розташованими вздовж головних осей жорсткості (податливості) відповідних підсистем.

Під час роботи на верстаті сила різання P діє на одну підсистему, а на іншу – її реакція, тобто $P_1 = -P_2$. При цьому центри приведених мас і еліпсоїдів податливості збігаються в одну точку зони різання – точку O (рис. 2, б).

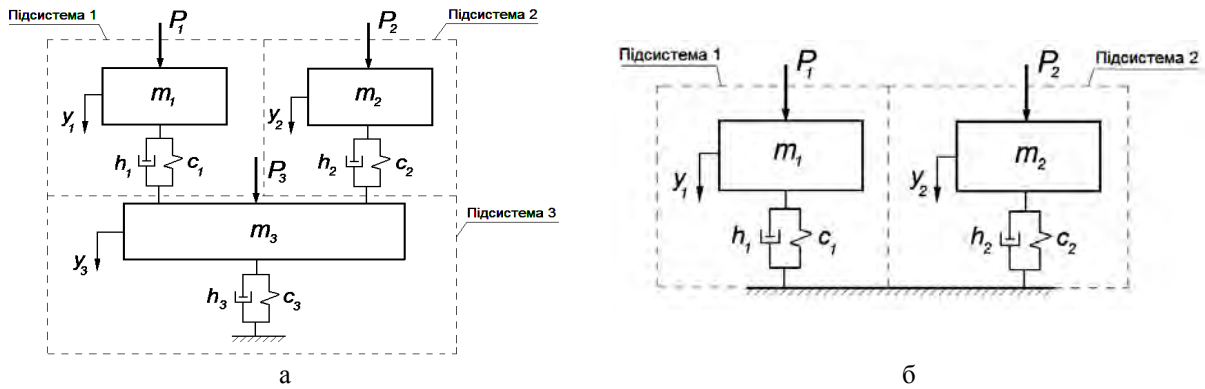


Рис. 1. Схеми динамічних моделей ПС верстата:
а – повної ПС; б – спрощеної ПС

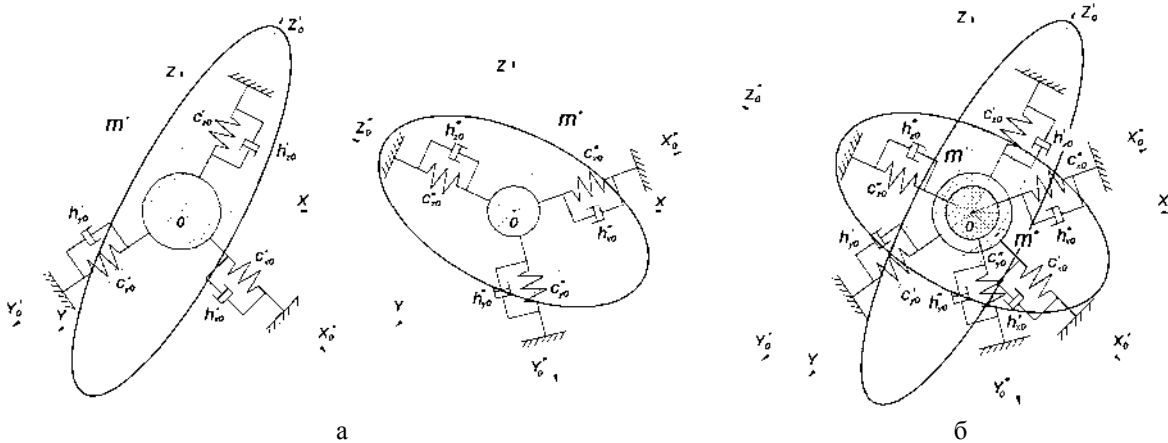


Рис. 2. Динамічна модель ПС верстата:
а – ремі підсистеми деталі і інструмента; б – біг підсистем (при різанні)

З представленої динамічної моделі верстата видно, що кожна з двох її підсистем складається з трьох ортогональних незалежних одномасових коливальних систем, які рухаються вздовж трьох головних осей еліпсоїда жорсткості (податливості). Під дією сил різання парціальні системи рухаються незалежно. Між ними існує тільки координатний зв'язок.

Рівняння руху динамічної моделі з двох незалежних коливальних підсистем можна записати у матричному вигляді як

$$\begin{cases} [M_1][\ddot{q}_1] + [H_1][\dot{q}_1] + [C_1][q_1] = [P_1]; \\ [M_2][\ddot{q}_2] + [H_2][\dot{q}_2] + [C_2][q_2] = [P_2], \end{cases} \quad (1)$$

де $[M_i]$, $[H_i]$ і $[C_i]$ – квадратні матриці постійних коефіцієнтів повної моделі (інерційних, демпфірування і жорсткості відповідно); $[q_i]$ – матриця (вектор) узагальнених координат системи (невідомих); $[P_i]$ – матриця (вектор) зовнішніх навантажень системи.

Перший індекс 1 відноситься до підсистеми інструменту (точка n), а другий 2 – до підсистеми деталі (точка m).

Систему (1) можна записати у іншому вигляді

$$\begin{cases} [D_1][M_1][\ddot{q}_1] + [D_1][H_1][\dot{q}_1] + [q_1] = [D_1][P_1]; \\ [D_2][M_2][\ddot{q}_2] + [D_2][H_2][\dot{q}_2] + [q_2] = [D_2][P_2], \end{cases} \quad (2)$$

де $[D_i]$ – квадратна матриця податливості, причому $[D_i] = 1/[C_i]$.

При цьому діюча сила різання і її реакція направлені в протилежні боки. В загальному випадку головні осі податливості підсистем не колінеарні. Однак, завдяки конструкціям більшості верстатів, вони часто співпадають, причому як між собою, так і з координатними осями верстата.

Під час різання нас насамперед цікавлять відносні переміщення інструмента і деталі (точки n відносно точки m) в напрямку нормалі до оброблюваної поверхні $[q]$.

Тому для векторів $[q_1]$ і $[q_2]$ необхідно визначити їх проекції на заданий напрямок як

$$[q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1], \quad (3)$$

де $[M_1^P]$, $[M_2^P]$ – матриці відповідних поворотів векторів $[q_1]$ і $[q_2]$.

Тоді систему рівнянь (1) можна записати як

$$\begin{cases} [M_1][\ddot{q}_1] + [H_1][\dot{q}_1] + [C_1][q_1] = [P_1]; \\ [M_2][\ddot{q}_2] + [H_2][\dot{q}_2] + [C_2][q_2] = [P_2]; \\ [q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1], \end{cases} \quad (4)$$

або у такому вигляді

$$\begin{cases} [D_1][M_1][\ddot{q}_1] + [D_1][H_1][\dot{q}_1] + [q_1] = [D_1][P_1]; \\ [D_2][M_2][\ddot{q}_2] + [D_2][H_2][\dot{q}_2] + [q_2] = [D_2][P_2]; \\ [q] = [M_2^P][q_2] - [M_1^P][q_1]. \end{cases} \quad (5)$$

З системи (4) або (5) необхідно знайти невідомі переміщення $[q]$.

На основі проведеного математичного опису представленої динамічної моделі верстата виконаємо її математичне моделювання в системі MatLab-Simulink

при різних режимах і силових навантаженнях.

Спочатку виконаємо моделювання статичного стану повної системи верстата. Згідно прийнятої моделі повна ПС верстата містить дві незалежні пружні підсистеми. Виходячи з системи матричних рівнянь (1), в статиці ПС буде описуватись спрощеною системою рівнянь

$$\begin{cases} [C_1][q_1] = [P_1]; \\ [C_2][q_2] = [P_2]. \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 3 показано моделювання цієї системи.

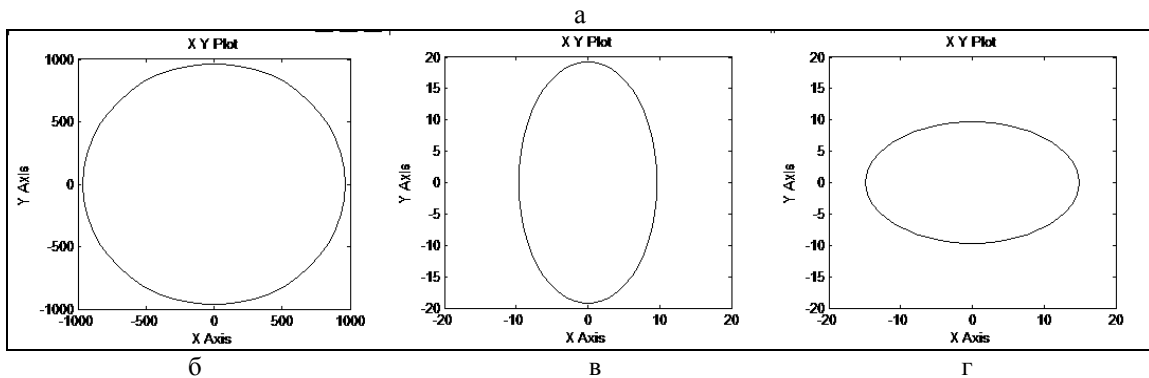
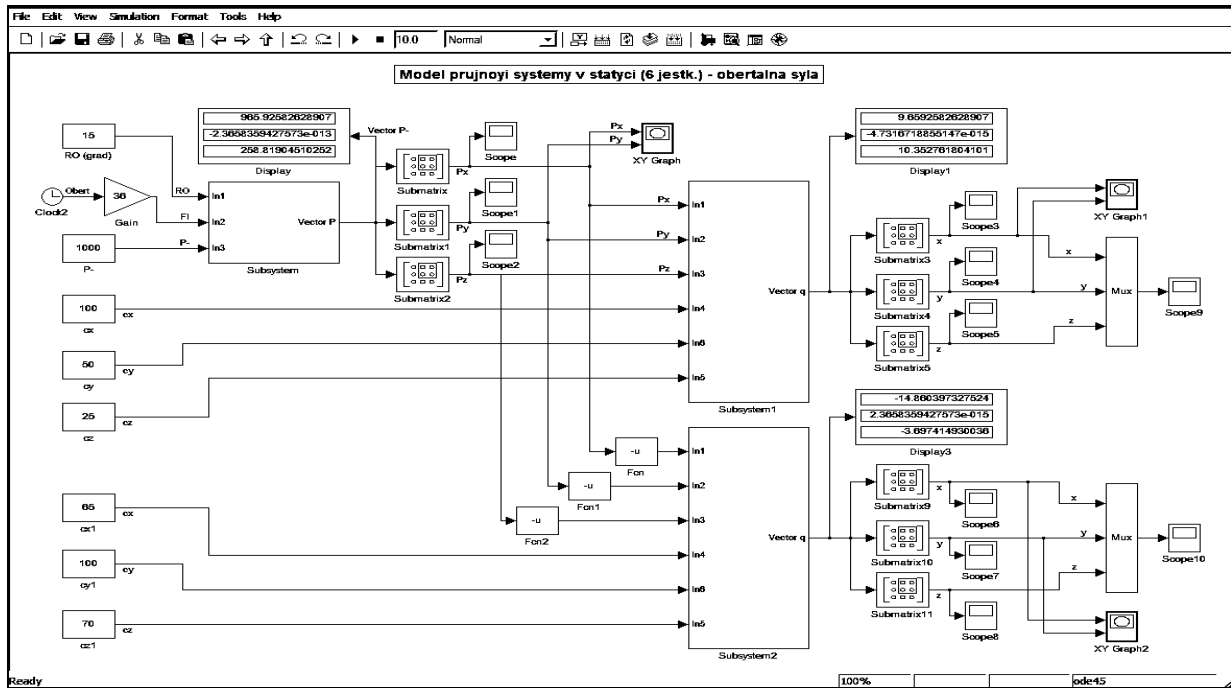


Рис. 3. Моделювання двох окремих підсистем з оберальною силою:
 а – математична модель; б – графік траєкторії вектора оберальної сили;
 в – графік траєкторії вектора переміщень першої підсистеми;
 г – графік траєкторії вектора переміщень другої підсистеми

Система навантажена двома оберальними силами P_1 і P_2 , які рівні по модулю і направлені в протилежні сторони. Кожна з підсистем під дією оберальних сил переміщується незалежно і вектори їх переміщень описують кожний свою еліптичну траєкторію. Однак, при обробці на верстаті нас більше цікавлять не абсолютні, а відносні переміщення інструмента і деталі. Тому при моделюванні будемо

знаходити відтиснення інструмента від деталі згідно виразу (3). Математична модель для варіанту моделювання за виразом (5) (при уведенні головних податливостей) показана на рис. 4, а результати моделювання приведені на рис. 5.

Фігура на рис. 5, в відображає траєкторію вектора додаткових оберальних переміщень (в мкм), які викликані податливістю ПС верстата.

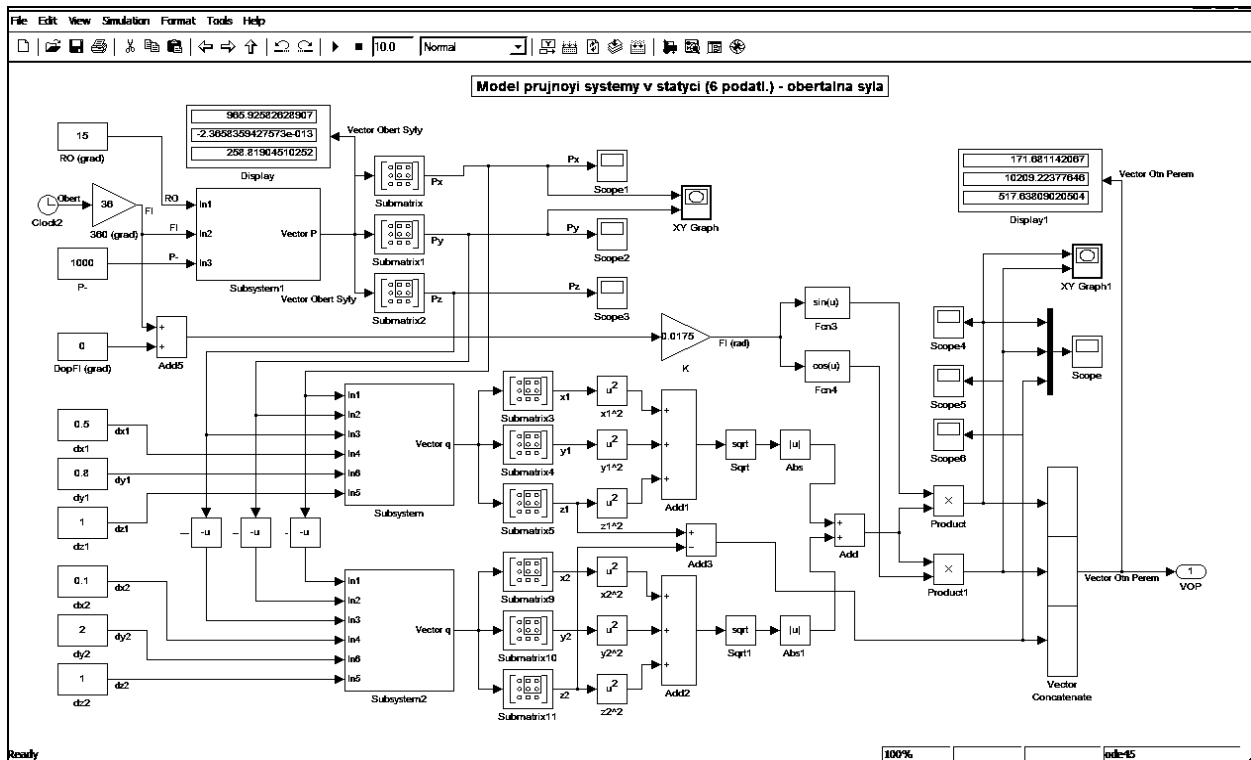


Рис. 4. Математична модель ПС (при уведенні головних податливостей)

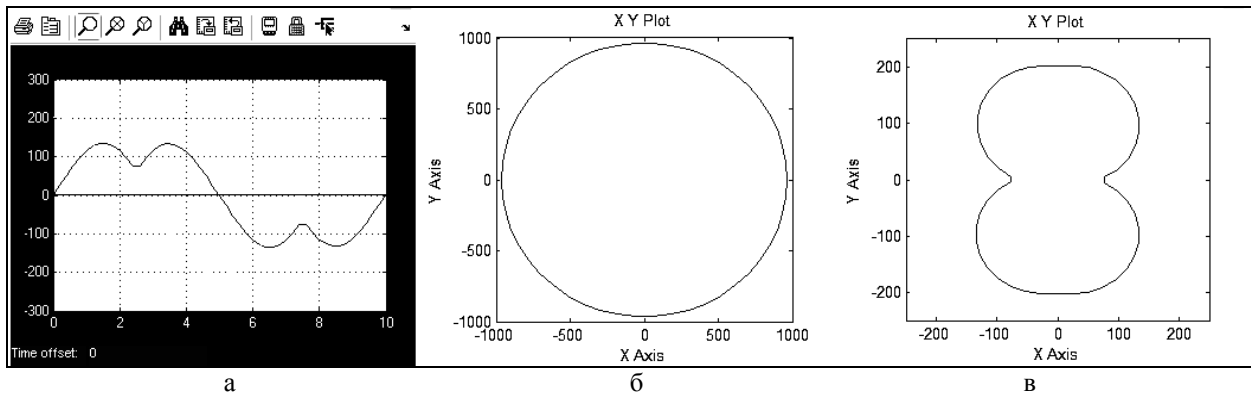


Рис. 5. Результати моделювання ПС верстата з обертальною силою:
 а – осцилограми компоненті в вектора переміщень;
 б – графік траекторії вектора обертальної сили;
 в – графік траекторії вектора обертальних переміщень

Зміна форми цієї траекторії в залежності від співвідношення податливостей (δ_{y0}/δ_{x0}) однієї з підсистем верстата показані на рис. 6.

На початку моделювання податливості по осях OX і OY приймалися рівними 10 мкм/Н, а по осі OZ – на порядок менше (1 мкм/Н).

В такому варіанті відтиснення в площині XOY для будь-якого напрямку однакові і вектор відносних переміщень описує ідеальне коло (рис. 6, а).

В процесі моделювання зменшувалась податливість δ_{y0} з кроком 10%, що змінювало співвідношення податливостей по ряду від 10:10 до 1:10. При цьому форма траекторії відтиску змінювалась в такій послідовності “коло – овал – вісімка”. При збільшенні податливість δ_{y0} з кроком 10% співвідношення по-

датливостей змінювалось по такому ряду 11:10, 12:10, ... , 19:10. При цьому деформації також зростають, а траекторія перетворюється з кола на лежачу вісімку. Якщо замість δ_{y0} змінювати податливість по іншій осі δ_{x0} , то картина буде аналогічною.

Представлені графіки траекторій відтиснення інструмента від деталі отримані за умови змінення податливості тільки для однієї з головних осей одного з еліпсоїдів податливості.

При зміні податливостей по інших осях форми траекторій можуть суттєво змінюватись. На рис. 7 показано формування траекторій при синхронній зміні в кожній з підсистем податливості однієї з головних осей еліпсоїду жорсткості. При цьому варіативні осі між собою ортогональні.

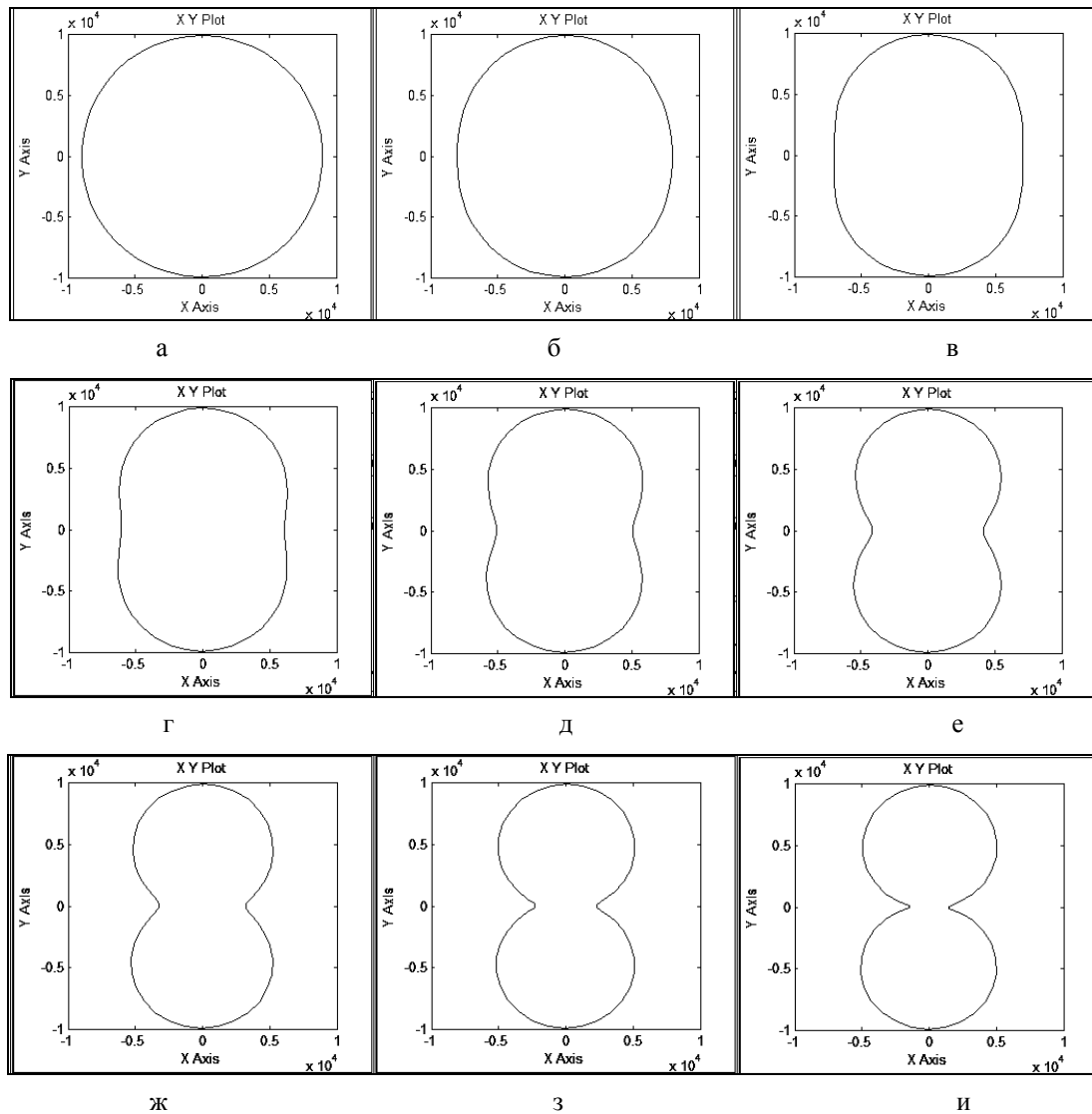


Рис. 6. Вплив співвідношення податливостей $\delta_{y0} / \delta_{x0}$ на відтиснення інструмента від деталі (форму траєкторій): а – 9:10; б – 8:10; в – 7:10; г – 6:10; д – 5:10; е – 4:10; ж – 3:10; з – 2:10; и – 1:10

Як видно з графіків зі збільшенням нерівножорсткості одночасно для двох еліпсоїдів форма траєкторії поступово змінюється від кола до “огранки” (“чотиригранки”). Крім того величина відтиснень зростає значно інтенсивніше. При різанні напрям вектора сили різання і напрям нормалі до оброблюваної поверхні не співпадають. Зазвичай кут між ними складає біля 60° (від 45° до 75°). При моделюванні значення цього кута враховується обов’язково. Це призводить до повороту траєкторії на відповідний кут, що також відображається і на оброблюваній деталі.

На рис. 8 показані повороти траєкторії на різні кути відносно діючої сили.

Слід особливо підкреслити, що отримані форми (траєкторії) відтиснень інструменту від деталі не є траєкторією інструменту. Це лише додаткові відхилення від номінального діаметру, які зумовлюють похибки обробки на верстаті.

Реальна траєкторія інструмента формується такою, яка показана, наприклад, на рис. 9.

Для визначення модуля радіус-вектора реальної траєкторії інструменту в завданому напрямку до номінального діаметру обробки деталі слід додати модуль радіус-вектора траєкторії відхилення інструменту від деталі.

Виконаємо математичне моделювання динамічної податливості ПС верстата.

Згідно прийнятої динамічної моделі повна ПС верстата складається з двох підсистем: інструмента і деталі. Математичний опис системи заданий системою матричних рівнянь (4) (або (5)). Шестимасова коливальна система складена з двох трьохмасових коливальних підсистем, причому на виході моделюються відносні коливання між інструментом і деталлю. Моделі кожної з підсистем мають різні значення жорсткостей (податливостей), відповідно до їх еліпсоїдів жорсткості (податливості).

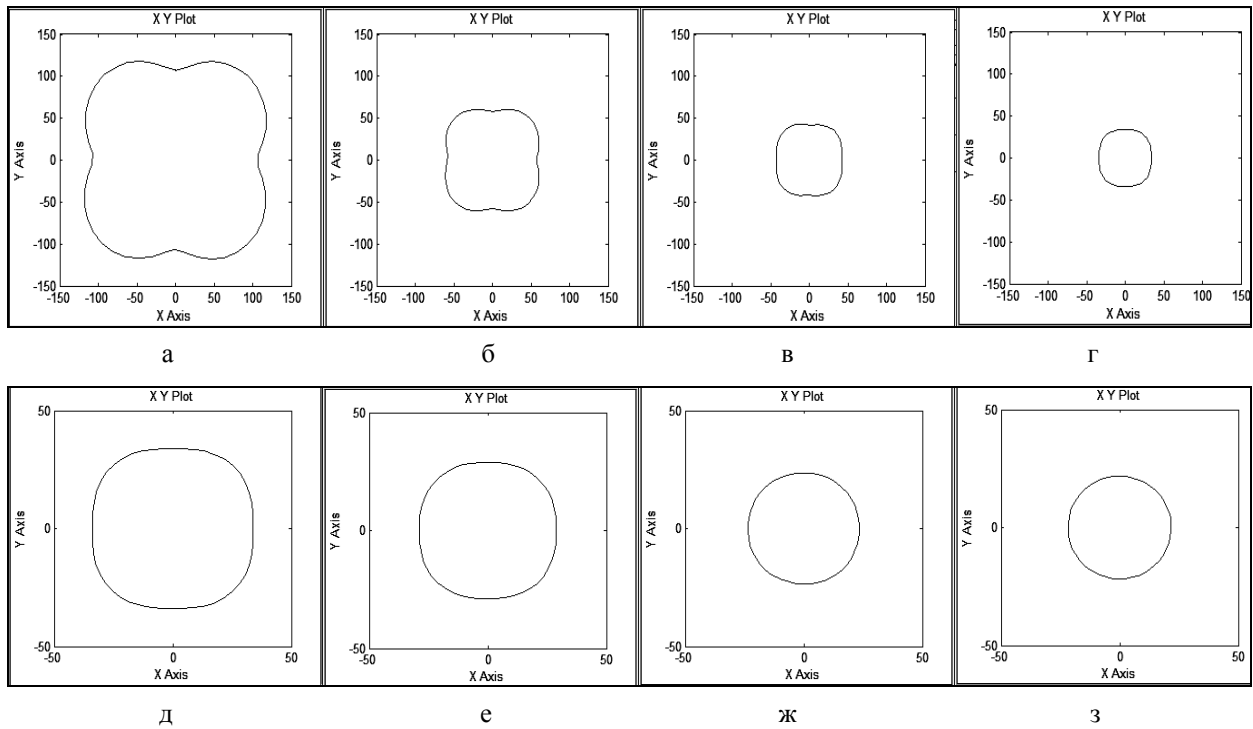


Рис. 7. Вплив співвідношення податливостей двох еліпсоїдів на відтиснення інструмента від деталі (форму траєкторій): а – 1:10; б – 2:10; в – 3:10; г – 4:10; д – 5:10; е – 6:10; ж – 7:10; з – 8:10

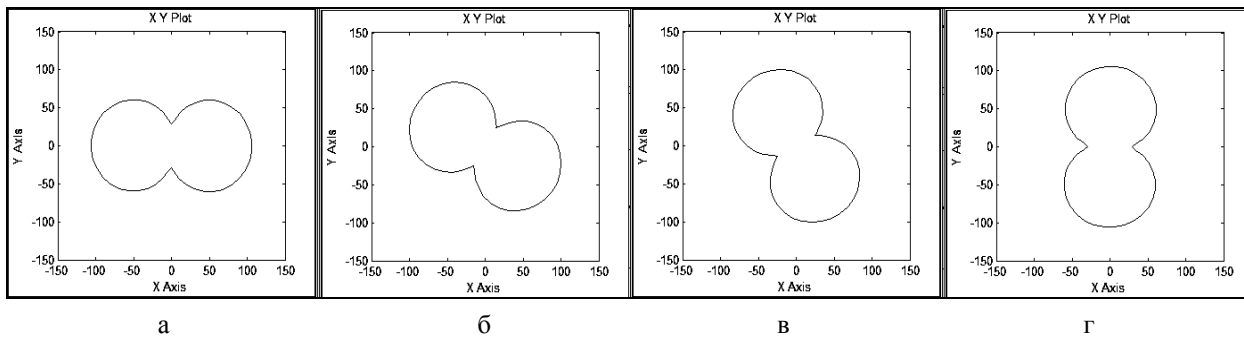


Рис. 8. Повороти траєкторії відносно діючої сили при а – 0°; б – 30°; в – 60°; г) – 90°

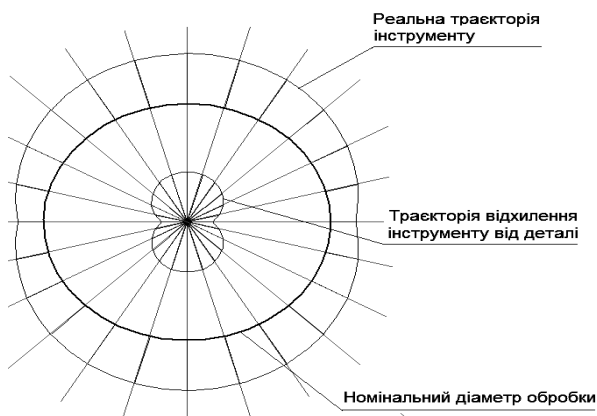


Рис. 9. Схема побудови реальної траєкторії інструменту

Для отримання частотних динамічних характеристик моделі (в формі АФЧХ і інших) складемо структурну схему шестимасової коливальної системи. Знайдемо передаточну функцію системи $W(p)$, як паралельного з'єднання елементів (з урахуванням їх знаків):

$$W(p) = \frac{s(p)}{P(p)} = \frac{k_{x1} \cdot ke_{x1}}{T_{2x1}^2 p^2 + T_{1x1} p + 1} + \frac{k_{y1} \cdot ke_{y1}}{T_{2y1}^2 p^2 + T_{1y1} p + 1} + \frac{k_{z1} \cdot ke_{z1}}{T_{2z1}^2 p^2 + T_{1z1} p + 1} - \frac{k_{x2} \cdot ke_{x2}}{T_{2x2}^2 p^2 + T_{1x2} p + 1} - \frac{k_{y2} \cdot ke_{y2}}{T_{2y2}^2 p^2 + T_{1y2} p + 1} - \frac{k_{z2} \cdot ke_{z2}}{T_{2z2}^2 p^2 + T_{1z2} p + 1} \quad (7)$$

Для побудови частотних характеристик у командному вікні програми MatLab задаємо ПФ $W(p)$ з вибраними параметрами і команду LTIVIEW. Основні характеристики системи показані на рис. 10. Аналіз цих характеристик показує, що система має шість резонансних частот відповідно до кількості приведених мас. Проте, тут вектор сили діє тільки в одному напрямку, як, наприклад, при токарній операції. При розточувальній операції вектор сили обертається навколо осі Z. Математична модель шестимасової системи з обертовим вектором сили показана на рис. 11.

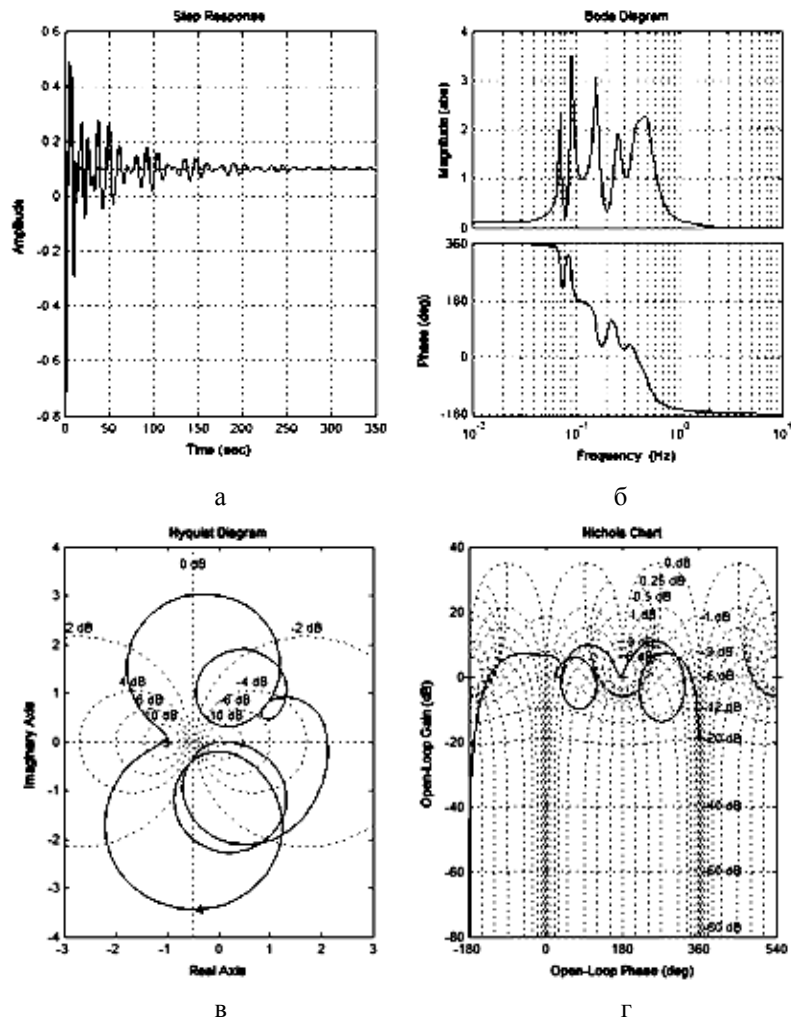


Рис. 10. Вихідні характеристики шестимасової коливальної системи: а – перехідна; б – діаграма Бode; в – діаграма Найквіста; г – діаграма Ніколса

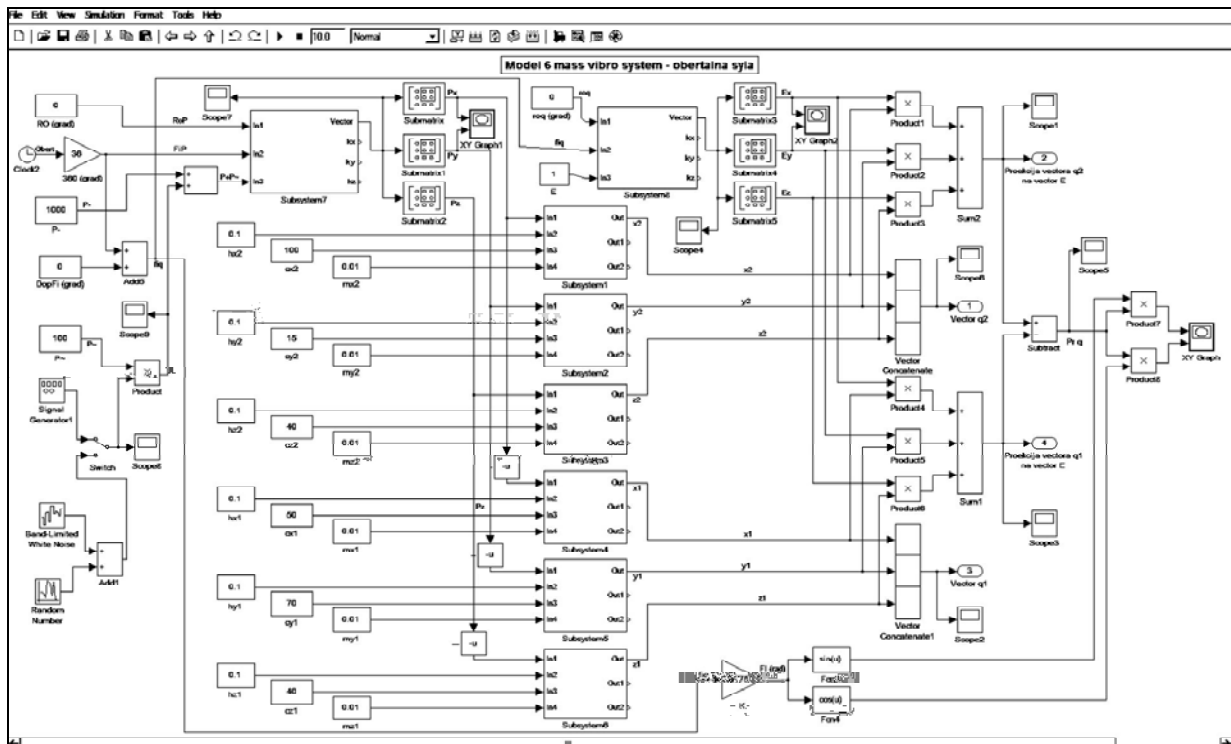


Рис. 11. Модель шестимасової коливальної системи з обертальною силою

Модель дозволяє здійснити збурення системи гармонійною (синусоїдальною) або випадковою силою.

При збуренні гармонійною обертальною силою відбувається накладення додаткових вимушених коливань на траєкторію відносних переміщень.

Приклади траєкторій для різних частот наведені на рис. 12. При обробці на верстаті динамічна складова діючої сили змінюється в часі випадково.

Моделювання додаткових переміщень від випадкової сили виконується аналогічно попереднім (рис. 13), тільки на вході застосовуються блоки Random Number та Band-Limited White Noise. Випадкова складова сили змінюється в діапазоні

$P = \pm 300\text{Н}$. На рис. 13 показані відповідні траєкторії випадкової обертальної сили і відносних переміщень при обертанні навколо осі Z.

На рис. 14 показані побудови реальних траєкторій різального інструменту відносно деталі (номінального діаметру обробки) при гармонійних (рис. 14, а) і випадкових (рис. 14, б) коливаннях (переміщеннях) під дією відповідної сили (змінної складової). При наявності резонансів в системі ці траєкторії мають ще більші амплітуди відхилення, що безпосередньо впливає на точність і якість обробки поверхонь на верстаті (зростають хвилястість і шорсткість поверхонь).

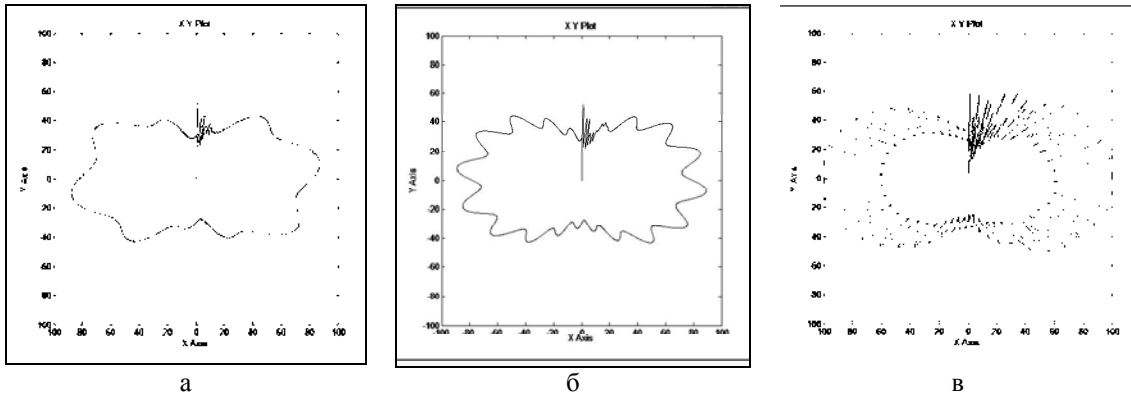


Рис. 12. Траєкторії відносних переміщень при різних значеннях частоти а – 1Гц; б – 2Гц; в – 5Гц

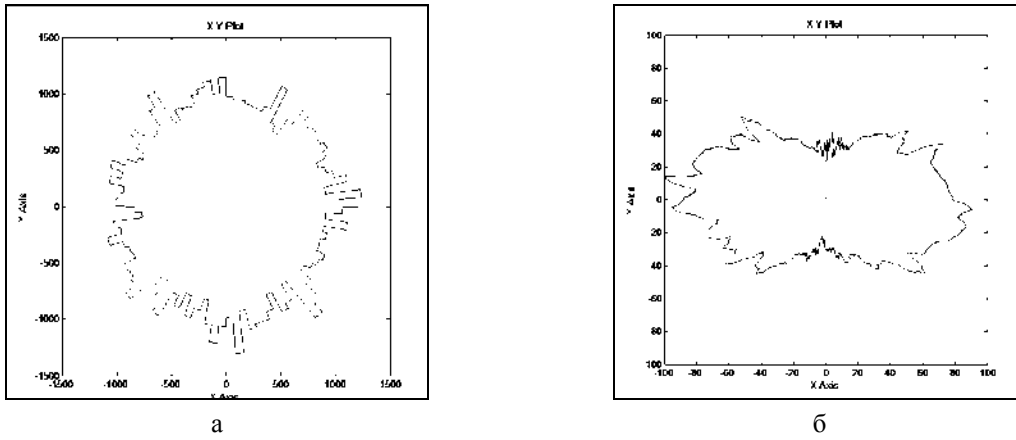


Рис. 13. Траєкторії випадкової обертальної сили – а і відносних переміщень – б

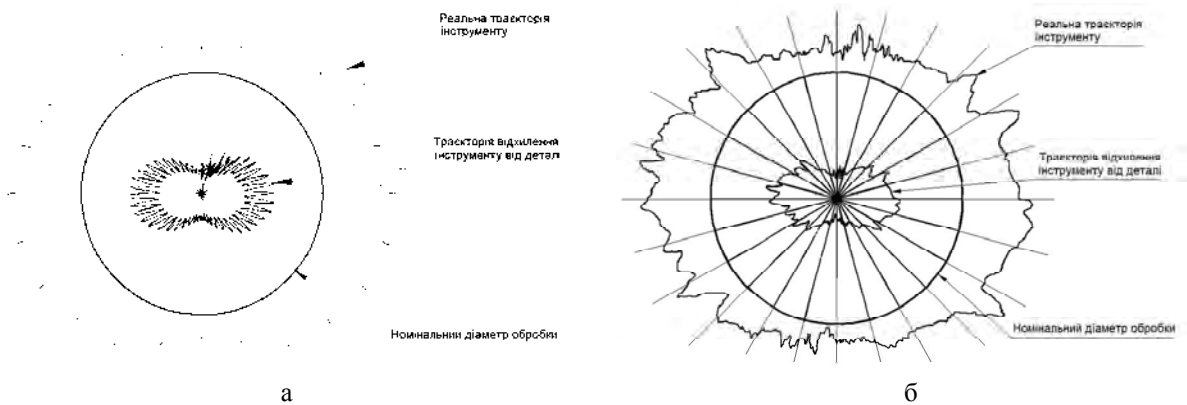


Рис. 14. Реальні траєкторії різального інструменту відносно деталі при гармонійних – а і випадкових – б коливаннях (переміщеннях)

Експериментальні дослідження, які були проведені на розточувальному верстаті типу обробляючий центр ІР320ПМФ4, при розточці отворів діаметром до 100 мм, підтвердили наявність статичної і динамічної анізотропії жорсткості ПС (приблизно від 14 до 20% в залежності від частоти), що обумовило появу похибок обробки поверхонь тестових деталей (зокрема, овальності) в межах 0,007 – 0,015 мм на діаметрі 80 мм.

Висновки

Відтиснення інструмента від деталі в процесі обробки зумовлюють похибки обробки на верстаті. При цьому їх величини визначають відхилення від ідеальної траєкторії різального інструменту і впливають на форму оброблюваних деталей, їх макро- і мікрогеометрію.

Величини макро-похибок обробки суттєво залежать від просторової жорсткості ПС верстата, зокрема від еліпсоїдів жорсткості (податливості) підсистем інструмента і деталі.

При незначних відхиленнях від рівної жорсткості в площині ХОУ однієї з підсистем (до 30 – 40%) траєкторія має форму овалу, а при більших значеннях – “вісімки”. Із збільшенням податливості відповідно збільшуються і величини відтиснень.

При наявності значної різножорсткості в обох підсистемах форма траєкторій відтиснення інструменту може змінюватись від овалу до огранки (“чотиригранки”). При різних комбінаціях параметрів еліпсоїдів жорсткості можливі й інші форми траєкторій.

При обробці деталі на верстаті на статичні відхилення, які формують макропохибки обробки (овальність, огранка і інші), накладаються додаткові динамічні відхилення, які формують мікрогеометрію обробної поверхні (хвилястість, шорсткість і інші).

Величини динамічних відхилень суттєво залежать від дисипативних властивостей ПС верстата. Зі

зменшенням демпфіруючої здатності ПС верстата ці відхилення зростають, особливо це суттєво при наближенні до резонансних зон. При цьому величини динамічних відхилень в цілому визначаються коефіцієнтом динамічності ПС верстата.

Список літератури

1. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967 – 360 с.
2. Кудинов В.А. Пузловой анализ динамических характеристик упругой системы станка / В.А. Кудинов, В.М. Чуприна // Станки и инструмент. – М.: Машиностроение, 1989. – №11. – С. 8-11.
3. Подураев Ю.В. Мехатроника: основы, методы, применение: учебн. пос. для вузов / Ю.В. Подураев. – М.: Машиностроение, 2006. – 256 с.
4. Сабиров Ф.С. Оценка динамического качества станка по характеристикам в рабочем пространстве / Ф.С. Сабиров, Н.А. Кочинев // Станки и инструмент. – М.: Машиностроение, 1982. – № 8 – С. 12-14.
5. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: підручн. / В.Б. Струтинський. – Житомир, ЖИТІ, 2001. – 612 с.
6. Струтинський В.Б. Тензорні математичні моделі процесів та систем: підручн. / В.Б. Струтинський. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 635 с.
7. Чуприна В.М. Діакоптический підхід в дослідженні динаміки верстату по частинах / В.М. Чуприна // Промислова гідраліка і пневматика: мат-ли XIII Міжнар. наук.-техн. конф. – Чернігів: ЧДТУ, 2012. – С. 68.
8. Чуприна В.М. Метод пузлового дослідження динамічних характеристик упругої системи станка як модульної структури / В.М. Чуприна // Известия ВУЗов. Машиностроение. – М., 1986, № 9. – С. 124-130.
9. Чуприна В.М. Основи забезпечення динамічної якості металорізальних верстатів при агрегатно-модульному виробництві / В.М. Чуприна // Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем: мат-ли III МНПК. – Чернігів: ЧДТУ, 2013 – С. 33-39.

Надійшла до редколегії 11.12.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.Ю. Федориненко, Чернігівський національний технологічний університет, Чернігів.

ТЕНЗОРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО СТАНКА

В.М. Чуприна

На базе тензорно-математического описания жесткости основных подсистем составлено пространственную динамическую модель упругой системы металлорежущего станка. Выполнено математическое моделирование системы для нахождения траектории относительных перемещений инструмента и детали. Показано влияние статической жесткости на точность и форму обрабатываемой детали, а также динамических параметров системы на качество обрабатываемых поверхностей.

Ключевые слова: тензор, жесткость, станок, упругая система, подсистема, математическое моделирование, пространственная динамическая модель, траектория перемещения инструмента, точность обработки.

SENSOR-MATHEMATICAL MODELING OF MACHINING ACCURACY IN DYNAMIC SYSTEM OF CUTTING MACHINE

V.M. Chupryna

On the basis of the tensor-mathematical description of the stiffness of the main subsystems spatial dynamic model of elastic system of the machine tool is made. Mathematical modeling of the system to find a path of relative movement of the tool and parts are made. Effect of static rigidity and the accuracy of the shape of the workpiece, and the dynamic parameters of the quality of machined surfaces are shown.

Keywords: tensor, rigidity, machine, resilient system, subsystem, mathematical modeling, spatial dynamic model, trajectory of the tool, precision machining.