УДК 629.7.018.74

УЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ НАТУРНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ДОВОДКЕ ПАРАМЕТРОВ ЕГО СВОБОДНОЛЕТАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

к.т.н. А.В. Бетин, М.Н. Мурин

Представлен принцип обеспечения необходимой точности измерений при использовании технологии опережающих исследований критических режимов полета на крупномасштабных свободнолетающих динамически подобных моделях. Получены необходимые условия, налагаемые на отклонения реальных значений параметров свободнолетающих моделей от заданных по подобию.

Для обеспечения достоверности моделирования на крупномасштабной свободнолетающей динамически подобной модели (СДПМ) требуется выполнение необходимых и достаточных условий, налагаемых на отклонения реальных значений массово - инерционных (а также других) параметров СДПМ от заданных по подобию. Необходимые условия определяют с точностью измерений, а достаточные - качеством системы автоматического управления СДПМ. Формализации достаточных условий посвящена, в частности, работа [1]. Здесь же основное внимание акцентируем на выводе необходимых условий. В связи с этим рассматриваем особенности применения теории ошибок [2] и введем необходимые понятия.

Известно, что точность измерения величины обычно ограничена несовершенством измерительных средств и наших органов чувств, а также статистическим характером изучаемых явлений [3]. Поэтому, кроме найденного приближенного численного значения искомой величины, необходимо определить погрешность измерения, т.е. отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины [4]. Различают абсолютную и относительную погрешности измерений. Разность между истинным $\mathbf{x}^{\mathbf{ист}}$ и измеренным значениями $\mathbf{x}^{\mathbf{изм}}$ величины $\mathbf{x}$ называют абсолютной погрешностью измерения, т.е.

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^{\mathbf{ист}} - \mathbf{x}^{\mathbf{изм}}. \tag{1}$$

Относительной погрешностью измерения δ_x называют отношение абсолютной погрешности к истинному значению величины x. Таким образом,

$$\delta_X = \frac{\Delta x}{x^{ист}} = \frac{x^{ист} - x^{изм}}{x^{ист}} \quad . \tag{2}$$

Погрешности Δx и δ_x могут иметь как одновременно положительные, так и одновременно отрицательные значения, в зависимости от соотношения истинного и измеренного значения величины x.

Из выражения (2) нетрудно получить, что

$$x^{ист} = \frac{x^{изм}}{1 - \delta_X} \ , \tag{3}$$

а учитывая выражение (1), и

$$\Delta x = x^{изм} \cdot \frac{\delta_X}{1 - \delta_X} \ . \tag{4}$$

Пусть значения величины x для натурного летательного аппарата (ЛА) и его СДПМ связаны масштабом k_X, а потребные по подобию значения этой величины x_H и x_M являются одновременно и измеренными значениями. Для выполнения условий подобия необходимо, чтобы не только потребные, но и истинные значения $x_H^{ист}$ и $x_M^{ист}$ величины x были связаны масштабом k_X, т.е.

$$\frac{x_H}{x_M} = \frac{x_H^{ист}}{x_M^{ист}} = k_X \ . \tag{5}$$

Считая абсолютную погрешность Δx_H известной величиной, а $\Delta x_M^{потр}$ - искомой величиной (и потребной абсолютной погрешностью), используя соотношение (1) и выше принятые условия, из (5) можно получить

$$\frac{x_H + \Delta x_H}{x_M + \Delta x_M^{потр}} = k_X \ .$$

После соответствующих преобразований получим $\dfrac{\Delta x_H}{\Delta x_M^{потр}} = k_X$ или

$$\Delta x_M^{потр} = \frac{\Delta x_H}{k_X} . \tag{6}$$

Используя то, что $\mathbf{\Delta x_H = x_H \cdot \frac{\delta x_H}{1-\delta x_H}}$, а также (5) и (6), получаем

$$\mathbf{\Delta x_M^{потр} = x_M \cdot \frac{\delta x_H}{1-\delta x_H}} \tag{7}$$

Абсолютная же погрешность при измерении величины $\mathbf{x_M}$ (располагаемая погрешность) согласно (4)

$$\mathbf{\Delta x_M = x_M \cdot \frac{\delta x_M}{1-\delta x_M}}. \tag{8}$$

Для того, чтобы говорить о какой-либо точности при моделировании, должно соблюдаться

$$\left|\mathbf{\Delta x_M^{потр}}\right| \geq \left|\mathbf{\Delta x_M}\right|. \tag{9}$$

которое связывает абсолютные значения потребной и располагаемой абсолютной погрешности измерения величины $\mathbf{x_M}$.

Подставляя в (9) выражения для $\mathbf{\Delta x_M^{потр}}$ и $\mathbf{\Delta x_M}$ из (7) и (8), будем иметь

$$\left|\mathbf{x_M \cdot \frac{\delta x_H}{1-\delta x_H}}\right| \geq \left|\mathbf{x_M \cdot \frac{\delta x_M}{1-\delta x_M}}\right|,$$

а после сокращения на $\mathbf{x_M}$ и

$$\left|\mathbf{\frac{\delta x_H}{1-\delta x_H}}\right| \geq \left|\mathbf{\frac{\delta x_M}{1-\delta x_M}}\right|.$$

Так как для действительных чисел **A** и **B**, согласно [5],

$$\left|\mathbf{A \cdot B}\right| = \left|\mathbf{A}\right| \cdot \left|\mathbf{B}\right|, \quad \left|\mathbf{\frac{A}{B}}\right| = \mathbf{\frac{|A|}{|B|}} \ \mathbf{(B \neq 0)},$$

то после соответствующих преобразований (считая $\mathbf{\delta x_H \neq 1}$, $\mathbf{\delta x_M \neq 0}$, т.е. $\mathbf{x_H^{изм}}$ и $\mathbf{x_M^{изм}}$ имеют значения отличные от нуля), получим

$$\left|\mathbf{\frac{\delta x_H - \delta x_H \cdot \delta x_M}{\delta x_M - \delta x_H \cdot \delta x_M}}\right| \geq \mathbf{1}.$$

Разделив числитель и знаменатель левой части этого неравенства на произведение $\mathbf{\delta x_H \cdot \delta x_M}$ и выполнив необходимые сокращения и преобразования, получим $\left|\mathbf{\frac{\delta x_H}{\delta x_M}}\right| \geq \mathbf{1}$ или

$$\left|\delta x_H\right| \geq \left|\delta x_M\right|. \qquad (10)$$

Таким образом, абсолютное значение относительной погрешности определения величины x_M СДПМ должно быть не больше аналогичного значения погрешности определения величины x_H натурного ЛА, что является принципом обеспечения необходимой точности измерений при использовании технологии опережающих исследований критических режимов полета на СДПМ.

В тех случаях, когда точность измерения достаточно велика, т.е. $x^{ист}$ мало отличается от $x^{изм}$, при вычислении δ_X можно вместо значения $x^{ист}$ в знаменателе подставлять полученное измерением значение $x^{изм}$. Нетрудно показать, что такое действие никак не повлияет на полученный результат.

Условие (10) является обязательным при определении любых параметров и характеристик СДПМ как на стадии подготовки, так и на стадии проведения летных исследований, налагая ограничения на применяемые приборы, оборудование и измерительные средства.

К сожалению, истинное значение величины x обычно неизвестно. Поэтому приведенные выражения (1) - (2) для погрешностей практически не могут быть использованы. Имеется лишь приближенное значение $x^{изм}$ и нужно найти его максимально возможную погрешность $\Delta x^{изм}$, являющуюся верхней границей модуля абсолютной погрешности (т.е. $|\Delta x| \leq \Delta x^{изм}$). Определение численного значения $\Delta x^{изм}$ прямых (а также косвенных) измерений является самостоятельной задачей, решение которой уже нашло свое отражение в научной и технической литературе [3] и здесь не рассматривается. Можно лишь заключить, что истинное значение x находится в интервале $\left(x^{изм} - \Delta x^{изм}, x^{изм} + \Delta x^{изм}\right)$.

В случае косвенных измерений величины $U = f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ ее погрешность зависит от погрешностей при определении аргументов $\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$ прямых измерений.

При экспериментальном определении основных параметров СДПМ погрешности измерения координат центра масс и массы СДПМ (как прямых измерений) в основном определяются точностью используемых измерительных средств. Другое дело - определение моментов инерции. Здесь, кроме погрешностей прямых измерений линейных размеров, массы и периодов колебаний, возможны погрешности расчетных формул, обусловленных принятыми допущениями, отсутствием учета влияния тех или иных факторов (обычно аэродинамических сил, жесткости подвесных устройств и т.д.).

Вполне вероятно, что создавая СДПМ, достичь потребного значения величины $\mathbf{x_М}$ не удастся, а располагаемое значение $\mathbf{x_М^{расп}}$, несмотря на все принятые меры, будет отличаться от него. В связи с этим, возникает вопрос о нахождении диапазона допустимых значений $\mathbf{x_М^{расп}}$. При его решении необходимо иметь ввиду, что предельные истинные значения величины $\mathbf{x_М}$ не должны превышать полученных по условиям подобия потребных значений. Поэтому можно записать, что

$$\mathbf{x_М - \Delta x_М^{потр} \le x_М^{расп} - \Delta x_М^{изм}};$$

$$\mathbf{x_М + \Delta x_М^{потр} \ge x_М^{расп} + \Delta x_М^{изм}},$$

а после соответствующих преобразований этих неравенств и

$$\mathbf{x_М - \Delta x_М^{потр} + \Delta x_М^{изм} \le x_М^{расп}};$$

$$\mathbf{x_М + \Delta x_М^{потр} - \Delta x_М^{изм} \ge x_М^{расп}}.$$

В общем же виде будем иметь

$$\mathbf{x_М - \Delta x_М^{потр} + \Delta x_М^{изм} \le x_М^{расп} \le x_М + \Delta x_М^{потр} - \Delta x_М^{изм}}.$$

Учитывая то, что $\mathbf{\dfrac{x_Н}{x_М} = \dfrac{\Delta x_Н^{изм}}{\Delta x_М^{потр}} = k_X}$,

окончательно получим двойное неравенство

$$\mathbf{\frac{x_Н - \Delta x_Н^{изм}}{k_X} + \Delta x_М^{изм} \le x_М^{расп} \le \frac{x_Н + \Delta x_Н^{изм}}{k_X} - \Delta x_М^{изм}}, \qquad (11)$$

которое и является необходимым условием, определяющим возможные отклонения располагаемых значений параметров СДПМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бетин А.В., Черановский В.О. Критерии получения достоверных данных о летных характеристиках самолета на его частично неподобной свободнолетающей модели //Авиационно-космическая техника и технология.- Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1997.- С.83-87.

2. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1970. - 664 с.

3. Никишова Г.Д., Баранов М.С. Погрешности измерений. Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1982. - 56 с.

4. Политехнический словарь / Гл. ред. И.И. Артоболевский М.: Советская энциклопедия, 1977. - 608 с.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). - М.: Наука, 1978. - 852 с.