

## СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СОВМЕЩЕНИЯ ТРАКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ТОЧЕК НЕГОЛОНОМНОЙ СИСТЕМЫ ТЕЛ

к.т.н. Б.Г. Васильев

Рассматривается обобщенная структурная схема объекта управления. Предлагается методика синтеза законов управления, удовлетворяющих целевой функции системы "водитель - автопоезд - дорога"

Объектом управления является многозвенное транспортное средство (автопоезд), движущееся по плоской опорной поверхности. На рис. 1 представлена обобщенная структурная схема трехзвенного автопоезда. Цифрами обозначены точки, кинематические параметры которых описывают состояние объекта управления:

1, 2, 3, 4, 6 и 7 - точки первого звена, являющегося головным (задающим);

5, 6, 8, 10 и 11 - точки второго звена (сцепки);

9, 10, 12, 13, 14 и 15 - точки третьего звена;

Рис.1. Обобщенная структурная схема объекта управления

6 и 10 - точки связи звеньев с помощью шарниров;  
1, 5 и 9 - точки переднего свеса соответствующего звена;  
7, 11 и 15 - точки заднего свеса соответствующего звена;  
3, 8 и 13 - внутренние точки соответствующего звена;  
2,4,12 и 14 - точки наложения неголономных (неинтегрируемых) связей конькового типа [1].

В точках наложения неголономных связей установлены колеса (поворотные или неповоротные), которые ограничивают перемещение данной точки строго вдоль направления колеса (при допущении об отсутствии бокового увода и проскальзывания колеса). Если колесо неповоротное, то неголономную связь будем называть неуправляющей или инерционной, а если поворотное - управляющей. Если группа колес связана между собой (например рулевой трапецией), то их можно заменить одной неголономной связью. На одном звене может быть не более двух независимых между собой неголономных связей.

Первое и третье звенья являются независимыми - каждое из них самостоятельно (с помощью только собственных неголономных связей) формирует траекторию движения.

Из приведенной обобщенной схемы можно получать любые частные варианты транспортных средств, когда ряд точек отсутствует, а некоторые точки сливаются. Возможно также и изменение числа звеньев. Для обозначения структурной схемы многозвенного автопоезда можно ввести матрицу, в которой строки соответствуют звеньям, столбцы - одноименным точкам, а элементы матрицы - порядковым номерам точек (отсутствующие точки можно обозначить нулями).

Система управления (СУ) представляет собой автоматизированную иерархическую трехуровневую систему.

Верхний уровень - водитель, который управляет первым звеном (путем задания  $\gamma_2$  и величины продольной скорости  $V_0 = \frac{ds_0}{dt} = V_2 \cos \gamma_2$ ) и контролирует траектории движения остальных звеньев по их вписываемости в дорожные ограничения.

Второй уровень - автоматическая система управления (АСУ<sub>2</sub>) остальными звеньями автопоезда, которая на основании получаемой информации об управляющих действиях водителя, о состоянии звеньев объекта управления и о дорожных ограничениях вырабатывает управляющие сигналы на поворот управляющих неголономных связей в соответствии с требуемыми законами управления.

Третий уровень - АСУ<sub>3</sub>, представляющая собой силовой привод (чаще всего гидравлический или электрогидромеханический типа "гидро-

усилителя руля"), который обрабатывает полученный от АСУ<sub>2</sub> управляющий сигнал. В дальнейшем АСУ<sub>3</sub> не рассматривается, так как ее быстродействие достаточно высокое и не сказывается на характере траектории движения.

Синтез рассматриваемой трехуровневой СУ требует решения таких задач, как выбор цели управления, оптимальное распределение функций между уровнями СУ, синтез законов управления, определение алгоритмов управления и структуры АСУ<sub>2</sub>.

Задача синтеза дополнительно усложняется тем, что объект управления описывается нелинейными трансцендентными уравнениями (типа Риккати и др.), не поддающимися интегрированию или линеаризации. К группе неинтегрируемых относятся все дифференциальные уравнения неголономных связей. Кроме этого, перечисленные задачи синтеза непосредственно связаны с необходимостью определения траекторий движения, что, как известно, в общем виде является нерешаемой задачей.

Разработанная методика решения задачи синтеза включает следующие этапы.

Первый этап - системный анализ функций и задач объекта управления. На этом этапе первоначально уточняется структурная схема объекта управления, а затем решаются задачи, необходимые для выбора цели управления и целевой функции, а также для формулировки специальных требований к АСУ<sub>2</sub>.

Для крупногабаритных многозвенных автопоездов целью управления обычно является безаварийность прохождения маршрута движения до пункта назначения, то есть вписываемость в дорожные ограничения. Однако эту цель невозможно формализовать в виде целевой функции. Поэтому необходимо проанализировать и найти условия, обеспечивающие выполнение этой цели.

Безаварийность движения автопоезда по вписываемости в дорожные ограничения зависит от правильности действий водителя, от структурной схемы автопоезда (включая и его размеры), от характеристик АСУ<sub>2</sub> и от дорожной обстановки. Проведенные исследования системы "водитель - автопоезд - дорога" [2] показали информационную перегруженность водителя при решении задач управления. Поэтому решением задачи по распределению функций между СУ первого и второго уровня является такое распределение, когда водитель управляет только первым звеном и совершенно не участвует в управлении остальными звеньями, а информация по контролю за положением звеньев автопоезда имеет минимальный объем ( $I_{\min}$ ). Отсюда можно сформулировать специальные требования к АСУ<sub>2</sub>: необходимость удовлетворения целевой функции  $I_{\min}$  и удовлетворения ограниче-

ниям, накладываемым на траектории движения точек звеньев по вписываемости в дорожное полотно и пространство, свободное от габаритных препятствий, с учетом ограничений, накладываемых на углы поворота колес и углы складывания звеньев.

Далее можно показать, что эти требования удовлетворяются, если для каждого звена правильно выбраны точки, траектории которых совмещаются, и точки, траектории которых контролируются с помощью АСУ<sub>2</sub> по вписываемости в дорожные ограничения. При выборе этих точек необходимо учитывать структурную схему автопоезда, к какой из выделенных четырех групп [3] относится дорожная обстановка, а также руководствоваться положениями разработанных "Основ теории маневренности длиннообразных многоосных спецагрегатов", некоторые из которых приведены ниже.

У одного звена максимальное число точек, траектории которых возможно совмещать, равно максимальному числу независимых между собой неголономных связей, т.е. равно двум.

У двух звеньев автопоезда могут совмещаться траектории сразу всех одноименных точек, если структурные схемы звеньев одинаковы или кинематически подобны.

У последующего звена, имеющего отличающуюся от задающего звена структуру и только одну управляющую неголономную связь, возможно совмещение траектории только одной точки, расположенной в любом месте, кроме точек, расположенных сзади от инерционной точки (если для совмещения траекторий выбрать точку, расположенную сзади от инерционной точки, то движение звена будет неустойчивым относительно совмещаемой траектории).

У сцепки возможно совмещение траектории только одной точки с помощью управляющей неголономной связи последующего за ней звена, причем за счет уменьшения числа совмещаемых траекторий этого звена.

У любого звена крайние траектории могут описывать только три группы точек: точки переднего свеса (левая или правая), точки заднего свеса и инерционные точки. Траектории всех остальных точек занимают промежуточное положение.

Первый этап заканчивается окончательным выбором цели для АСУ<sub>2</sub> - она должна обеспечивать совмещение траекторий выбранных точек.

Второй этап - математическое моделирование управляемого движения. На этом этапе формируется система уравнений, описывающих движение и позволяющих получать траектории выбранных точек.

Введем дополнительно обозначения, не отраженные на рис. 1:

$\gamma_{i,j}$  - угол поворота вектора скорости в  $i$ -той точке относительно отрезка прямой, соединяющей ее с  $j$ -той точкой (такое обозначение необходимо

для точек, принадлежащим одновременно нескольким звеньям, например точка 6 или 10);

$L_{i,j}$  - расстояние между точками  $i$  и  $j$ ;

$S_i$  - путь, проходимый точкой  $i$  вдоль своей траектории;

$S_{i,j}$  - расстояние от точки  $i$  до точки  $j$  вдоль траектории точки  $j$ ;

$C_{i,j}$  - смещение (расстояние по нормали) точки  $i$  от траектории точки  $j$ , причем за положительное будем принимать смещение вправо (по ходу движения), а за отрицательное - смещение влево.

В соответствии с [4], для каждого звена записываются дифференциальные уравнения движения, которые дополняются уравнениями связи.

Для первого звена:

$$\frac{d\varphi_{1.7}}{dS_2} - \frac{1}{L_{2.4}} \frac{\sin(\gamma_2 - \gamma_4)}{\cos \gamma_4} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi_2}{dS_2} - \frac{d\varphi_{1.7}}{S_2} - \frac{d\gamma_2}{dS_2} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{dy_2}{dS_2} - \sin \varphi_2 = 0; \quad (3)$$

$$\frac{dx_2}{dS_2} - \cos \varphi_2 = 0; \quad (4)$$

$$\frac{dS_2}{dS_0} - \frac{1}{\cos \gamma_2} = 0. \quad (5)$$

Обычно  $\gamma_4 \equiv 0$ , поэтому  $\varphi_4 \equiv \varphi_{1.7}$  и координаты траектории точки 4 можно получить путем вычисления двойных интегралов:

$$y_4 = \int_{-L_{2.4}}^{-L_{2.4}+S_4} \sin \left( \frac{1}{L_{2.4}} \int_0^{S_2} \sin \gamma_2 dS_2 \right) dS_4; \quad (6)$$

$$x_4 = \int_{-L_{2.4}}^{-L_{2.4}+S_4} \cos \left( \frac{1}{L_{2.4}} \int_0^{S_2} \sin \gamma_2 dS_2 \right) dS, \quad (7)$$

где  $dS_4 = \cos \gamma_2 dS_2$ . (8)

Зная координаты одной точки звена, можно всегда получить координаты любой другой точки звена через расстояние до нее.

Для третьего звена:

$$\frac{d\varphi_{9.15}}{dS_{14}} - \frac{1}{L_{12.14}} \frac{\sin(\gamma_{12} - \gamma_{14})}{\cos \gamma_{12}} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi_{14}}{dS_{14}} - \frac{d\varphi_{9.15}}{dS_{14}} - \frac{d\gamma_{14}}{dS_{14}} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{dy_{14}}{dS_{14}} - \sin \varphi_{14} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{dx_{14}}{dS_{14}} - \cos \varphi_{14} = 0. \quad (12)$$

При этом для  $\gamma_{12}$  и  $\gamma_{14}$  необходимо задать законы управления, а для  $S_{14}$  записать уравнение связи (18).

Второе звено выполняет чисто функции связи первого и третьего звеньев:

$$(x_6 - x_{10})^2 + (y_6 - y_{10})^2 - L_{6.10}^2 = 0; \quad (13)$$

$$x_6 = x_2 - L_{2.6} \cos \varphi_{1.7}; \quad (14)$$

$$y_6 = y_2 - L_{2.6} \sin \varphi_{1.7}; \quad (15)$$

$$x_{10} = x_{14} + L_{10.14} \cos \varphi_{9.15}; \quad (16)$$

$$y_{10} = y_{14} + L_{10.14} \sin \varphi_{9.15}. \quad (17)$$

Уравнения связи запишутся:

$$\frac{dS_2}{dS_{14}} - \frac{\cos \gamma_{6.4} \cos \gamma_{10.8} \cos \gamma_{14}}{\cos \gamma_2 \cos \gamma_{6.8} \cos \gamma_{10.12}} = 0; \quad (18)$$

$$L_{2.6} \operatorname{tg} \gamma_4 - L_{2.4} \operatorname{tg} \gamma_{6.4} - L_{4.6} \operatorname{tg} \gamma_2 = 0; \quad (19)$$

$$L_{10.14} \operatorname{tg} \gamma_{12} - L_{10.12} \operatorname{tg} \gamma_{14} - L_{12.14} \operatorname{tg} \gamma_{10.12} = 0; \quad (20)$$

$$\gamma_{6.8} - \alpha_6 - \gamma_{6.4} = 0; \quad (21)$$

$$\alpha_6 - \varphi_{1.7} - \varphi_{5.11} = 0; \quad (22)$$

$$\gamma_{10.8} + \alpha_{10} - \gamma_{10.12} = 0; \quad (23)$$

$$\alpha_{10} - \varphi_{5.11} + \varphi_{9.15} = 0; \quad (24)$$

$$y_6 - y_{10} - L_{6.10} \sin \varphi_{5.11} = 0. \quad (25)$$

Если объект управления представляет собой двухзвенный автопоезд, то для второго звена уравнения записываются исходя из того, что его движение задают две точки: точка связи с первым звеном и точка, в которой расположена неголономная связь.

Третий этап - выбор способа введения запаздывающего аргумента (способа записи и считывания информации).

Рассмотрим конкретный пример, когда  $\gamma_4 \equiv 0$  и  $\gamma_{14} \equiv 0$  (а значит и

$\varphi_{14}=\varphi_{9.15}$ ) и требуется обеспечить совмещение точки 14 с задающей траекторией точки 4. Для автопоезда это означает, что требуется совмещать траекторию движения задних неповоротных колес последнего звена с траекторией задних неповоротных колес первого звена. Необходимо синтезировать закон управления для  $\gamma_{12}$ .

Допустим, что из (1) - (8) получены все необходимые параметры движения первого звена, которые записаны в памяти с дискретностью, соответствующей определенному интервалу продвижения точки 4 ( $\Delta S_4$ ) вдоль траектории своего движения. Этим точкам записи (и последующего считывания) будем присваивать порядковые номера, а для обозначения параметров (в этих точках) будем добавлять в индексах выражение "счит.і". Например, при считывании из точки і параметры будут иметь обозначения:

$$x_{4.счит.і}; y_{4.счит.і}; \gamma_{2.счит.і}; \varphi_{1.7.счит.і}; S_{счит.і} = S_4 - i \Delta S_4. \quad (26)$$

Далее из всех записанных точек і необходимо выбрать точку "n", в которой будет требуемый запаздывающий аргумент:

$$S_{счит.n} = S_4 - S_{14.4}. \quad (27)$$

Если определены координаты точек, то для выполнения (27) необходимо и достаточно отыскание в окрестности точки 14 локального минимума:

$$\sqrt{(x_{14} - x_{4.счит})^2 + (y_{14} - y_{4.счит})^2} = \min. \quad (28)$$

Первоначально, когда все звенья расположены прямолинейно и точка 14 расположена в начале координат, получаем  $S_{счит.0}=0$ , поскольку

$$S_4 = S_{14.4} = L_{4.6} + L_{6.10} + L_{10.14}.$$

После продвижения точки 4 на  $\Delta S_4$ , точка 14 продвинется на  $\Delta S_{14}$ , которую в соответствии с (8) и (18) можно определить

$$\Delta S_{14} = \int_0^{\Delta S_4} \frac{\cos \gamma_{6.8} \cos \gamma_{10.12}}{\cos \gamma_{6.4} \cos \gamma_{10.8}} dS_4 \cong \frac{\cos \gamma_{6.8} \cos \gamma_{10.12}}{\cos \gamma_{6.4} \cos \gamma_{10.8}} \Delta S_4. \quad (29)$$

Тогда новая точка считывания будет находиться в ближайшей окрестности, определяемой по формуле:

$$S_{счит.1} = S_{счит.0} + \cos(\varphi_{9.15} - \varphi_{1.7.счит.0}) \frac{\cos \gamma_{6.8} \cos \gamma_{10.12}}{\cos \gamma_{6.4} \cos \gamma_{10.8}} \Delta S_4; \quad (30)$$

Или в общем случае для шага і

$$S_{счит.і} = S_{счит.і-1} + \cos(\varphi_{9.15} - \varphi_{1.7.счит.і-1}) \frac{\cos \gamma_{6.8} \cos \gamma_{10.12}}{\cos \gamma_{6.4} \cos \gamma_{10.8}} \Delta S_4. \quad (31)$$

Таким образом, условие (28) достаточно искать в ближайшей окрест-

ности точки  $\mathbf{i}$ , определяемой по (31).

Четвертый этап - вывод законов управления.

Замена аргумента  $\mathbf{S}_4$  на запаздывающий аргумент типа (27), позволяет понизить порядок дифференциальных уравнений движения и получить закон управления в виде алгебраического выражения.

Первоначально рассматривается движение точки 14 без смещения от задающей траектории и без отклонения вектора скорости от касательной к траектории (то есть  $\Phi_{9.15} = \Phi_{1.7.счит.п}$ ). В этом случае закон управления имеет вид [5]

$$\gamma_{12} = \arctg\left(\frac{L_{12.14}}{L_{2.4}} \operatorname{tg}\gamma_{1.счит.п}\right). \quad (32)$$

При появлении отклонения вектора скорости в закон управления (34) необходимо вводить корректирующее слагаемое, например вида

$$(\Delta\gamma_{12})_{\phi} = k_4(\Phi_{1.7.счит.п} - \Phi_{9.15}), \quad (33)$$

где  $k_4$  - коэффициент пропорциональности.

При появлении смещений от задающей траектории в закон управления необходимо дополнительно вводить корректирующее слагаемое, например вида

$$\Delta\gamma_{12})_c = k_5 \cdot c_{14.4}, \quad (34)$$

где  $k_5$  - коэффициент пропорциональности.

Окончательно закон управления, обеспечивающий совмещение траекторий точек 14 и 4, имеет вид:

$$\begin{cases} \gamma_{12} = \arctg\left(\frac{L_{12.14}}{L_{2.4}} \operatorname{tg}\gamma_{1.счит.п}\right) + k_4(\Phi_{1.7.счит.п} - \Phi_{9.15}) + k_5 C_{14.4} \\ S_{счит.п} = S_4 - S_{14.4}. \end{cases} \quad (35)$$

Если целью управления является совмещение траектории управляющей точки 12 с траекторией точки 4, то получается закон управления вида:

$$\begin{cases} \gamma_{12} = (\Phi_{1.7.счит.п} - \Phi_{9.15}) + k_5 C_{12.4} \\ S_{счит.п} = S_4 - S_{12.4}. \end{cases} \quad (36)$$

Если целью управления является совмещение любой точки звена, расположенной впереди от инерционной точки (исключая управляющую точку 12), то для получения закона управления необходимо дополнительно использовать уравнение связи типа (20).

Так, например, для точки 10 закон управления имеет следующий вид:



$$\begin{cases} \gamma_{12} = \frac{L_{12.14}}{L_{10.14}} \operatorname{arctg}(\varphi_{1.7.c_{ит.п}} - \varphi_{9.15} + k_5 C_{10.4}) \\ S_{c_{ит.п}} = S_4 - S_{10.4} \end{cases} \quad (37)$$

Наиболее сложным получается закон управления, если целью управления является совмещение траектории точки 8 или 11. В этом случае необходимо дополнительно использовать уравнения связи (13) - (25).

Из вышеизложенного видно, что одним из ключевых вопросов является определение координат различных точек объекта управления. Кроме известного способа, путем решения (6) и (7), для этого разработан новый способ, основанный на использовании специального колесного датчика, прикрепляемого к любой точке объекта управления. Датчик представляет собой два одинаковых звена, соединенных шарниром, в центре каждого из которых установлена инерционная неголономная связь. При малых длинах звеньев траектории соответствующих точек практически совпадают. Для определения необходимых координат достаточно простое суммирование угла складывания звеньев в точках, отстоящих друг от друга на длину базы.

Таким образом предлагаемый подход позволяет синтезировать необходимый закон управления для любой схемы автопоезда, обеспечивающий совмещение траекторий любых необходимых точек, что позволяет в свою очередь обеспечить высокую маневренность и безопасность движения крупногабаритных транспортных средств.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лобас Л.Г. Неголономные модели колесных экипажей. Киев: Наукова думка, 1986. - 232с.
2. Васильев Б.Г. Эргономическое обеспечение синтеза систем управления маневрированием крупногабаритных транспортных машин //Труды IX Международного симпозиума "Эффективность, качество и надежность систем "человек-техника". -ч.1. -Воронеж: ВПИ, 1990. - с.80 - 81.
3. Васильев Б.Г., Несвитайло В.А. Особенности оценки маневренности крупногабаритных агрегатов технологического оборудования. ч.2. - Харьков: ХВВКИУРВ, 1991. - с.22 - 30.
4. Васильев Б.Г. Методы синтеза микропроцессорных систем управления маневрированием крупногабаритных автотранспортных средств. //Труды междунар. научно - техн. семинара. -М.: МАМИ, 1993. -с.56 - 57.
5. А.с. 844443 СССР. Способ управления поворотом прицепных звеньев автопоезда/ Б.Г.Васильев. Бюл. № 25, 1981.