

## СИНТЕЗ УСТОЙЧИВЫХ К ВАРИАЦИЯМ ЯРКОСТИ АЛГОРИТМОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЦЕЛЕЙ

к. т. н. В.И.Антюфеев

Для случая представления эталонного изображения в шкале порядка на каждом этапе сравнения его с фрагментами текущего изображения предложено синтезировать оптимальное числовое представление эталонного изображения, сохраняющее отношение порядка на его элементах.

В радиометрических корреляционно-экстремальных системах навигации интенсивность принимаемого сигнала отличается сильной неопределенностью, обусловленной изменениями сезонных, погодных и других условий, которая не поддается вероятностному описанию. Поэтому известные алгоритмы локализации целей (АЛЦ) [1], использующие числовые шкалы, начинают работать неустойчиво, и актуальной становится задача синтеза инвариантных к указанным вариациям яркости АЛЦ.

Статья посвящена решению задачи синтеза АЛЦ, основанного при представлении эталонного изображения (ЭИ) в шкале порядка [2] на выборе его оптимального числового представления (оцифровки), в наилучшей степени соответствующего сравниваемому фрагменту текущего изображения (ТИ).

Пусть ТИ задано  $N_1 \times N_2$ -матрицей чисел, ЭИ -  $M_1 \times M_2$ -матрицей  $[e_{ij}]$  и справедлива аддитивная модель взаимодействия принимаемого изображения с шумом, т.е. для  $(k, l)$ -го фрагмента ТИ  $z_{ij} = a_{ij} + n_{ij}$ , где  $[a_{ij}^{kl}]$  -  $M_1 \times M_2$ -матрица незашумленного фрагмента,  $n_{ij}^{kl}$  - случайная нормально распределенная величина с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_{ij}^{kl}$ . Оптимальным по критерию максимального правдоподобия является при этом квадратичный разностный алгоритм, решающая функция которого имеет вид

$$\mathbf{b}_{kl} = \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{j=1}^{M_2} \frac{(z_{ij}^{kl} - e_{ij})^2}{(\sigma_{ij}^{kl})^2}, \quad k \in \overline{1, N_1 - M_1 + 1}, l \in \overline{1, N_2 - M_2 + 1}. \quad (1)$$

Пусть ЭИ имеет зонную структуру в количестве  $N$  зон с вектором яркостей  $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \dots, \pi_N)$ , на элементах ЭИ задано отношение линейного квазипорядка [2] или на составляющих вектора  $\boldsymbol{\pi}$  задано отношение линейного порядка, причем зоны пронумерованы в порядке возрастания их яркостей. Развернув матрицу решающей функции, а также ЭИ и фрагмент ТИ по строкам, представим (1) в виде

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{c}_k \sum_{i=1}^M \mathbf{p}_i^k (z_i^k - e_i)^2, \quad (2)$$

где  $M = M_1 M_2$ ,  $\mathbf{p}_i^k = 1 / (\mathbf{c}_k (\sigma_i^k)^2)$ ,  $\mathbf{c}_k = \sum_{i=1}^M (\sigma_i^k)^{-2}$ . Введя матрицу инцидентности  $[\mathbf{h}_{ij}]$ , ( $i \in \overline{1, M}$ ,  $j \in \overline{1, N}$ ), в которой в  $i$ -й строке на  $j$ -м месте стоит 1, если  $i$ -й элемент ЭИ принадлежит  $j$ -й зоне, опустив множитель  $\mathbf{c}_k$  и номер фрагмента, представим (2) следующим образом:

$$\mathbf{b}(\boldsymbol{\pi}) = \sum_{i=1}^M \mathbf{p}_i \left( z_i - \sum_{j=1}^N \mathbf{h}_{ij} \pi_j \right)^2. \quad (3)$$

Для поиска оптимальной оцифровки ЭИ необходимо минимизировать функцию (3) при ограничениях

$$\mathbf{g}_j(\boldsymbol{\pi}) = \pi_j - \pi_{j+1} \leq 0, \quad j \in \overline{1, N-1}. \quad (4)$$

Эта задача относится к типу задач выпуклого программирования, для которых справедлива теорема Куна-Таккера [3], утверждающая следующее: Пусть функции  $\mathbf{b}, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{N-1}$  выпуклы и непрерывно дифференцируемы в  $\mathbf{R}^M$ . Предположим, что векторы  $\boldsymbol{\pi} \in \mathbf{R}^N$  и  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbf{R}^{N-1}$  удовлетворяют условиям

$$\nabla \mathbf{b}(\boldsymbol{\pi}) + \nabla \mathbf{g}(\boldsymbol{\pi}) \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0}, \quad (5)$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\pi}) \leq \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0}, \quad \mu_j \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\pi}) = 0, \quad j \in \overline{1, N-1}. \quad (6)$$

Тогда  $\boldsymbol{\pi}$  - точка глобального минимума исходной задачи.

Система уравнений (5), (6) в координатах имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\mathbf{n}_1(\pi_1 - \pi'_1) + \mu_1 = \mathbf{0}; \\ 2\mathbf{n}_2(\pi_2 - \pi'_2) + \mu_2 - \mu_1 = \mathbf{0}; \\ \dots\dots\dots \\ 2\mathbf{n}_{N-1}(\pi_{N-1} - \pi'_{N-1}) + \mu_{N-1} - \mu_{N-2} = \mathbf{0}; \\ 2\mathbf{n}_N(\pi_N - \pi'_N) - \mu_{N-1} = \mathbf{0}; \\ \mu_j(\pi_j - \pi_{j+1}) = \mathbf{0}, \quad j \in \overline{1, N-1}, \end{array} \right. \quad (7)$$

где  $\mathbf{n}_i = \sum_{k \in N_i} \mathbf{p}_k$ ,  $\pi'_i = \frac{1}{n_i} \sum_{k \in N_i} \mathbf{p}_k y_k$ ,  $N_i$  - множество номеров элементов

ЭИ, попавших в  $i$  - ю зону.

Для решения системы (7) будем использовать метод последовательного исключения переменных, начиная с первого уравнения. В случае отсутствия ограничений (при  $\mu = \mathbf{0}$ ) имеем  $\pi = \pi'$ . Поэтому на первом шаге проверим отношение порядка на элементах  $\pi'_1, \pi'_2$ . Если  $\pi'_1 < \pi'_2$ , то  $\mu_1 = \mathbf{0}$ ,  $\pi_1 = \pi_2$ , и первые два уравнения из системы исключаются.

Пусть на  $i$  -м шаге случилось, что  $\pi'_i \geq \pi'_{i+1}$ . Назовем такую ситуацию блоком инверсий. Чтобы выполнялось условие  $\pi_i \leq \pi_{i+1}$ , нужно положить  $\pi_i = \pi_{i+1}$  и  $\mu_i \geq \mathbf{0}$ . К этому шагу имеем  $\mu_1 = \dots = \mu_i = \mathbf{0}$ ,  $\pi_k = \pi'_k$  ( $k \in \overline{1, i-1}$ ). Из первых двух уравнений оставшейся системы находим  $\mu_i = 2\mathbf{n}_i(\pi'_i - \pi_{i+1})$  и уравнение

$$2\mathbf{n}'_{i+1}(\pi_{i+1} - \pi''_{i+1}) + \mu_{i+1} = \mathbf{0},$$

где  $\mathbf{n}'_{i+1} = \mathbf{n}_i + \mathbf{n}_{i+1}$ ,  $\pi''_{i+1} = (\mathbf{n}_i \pi'_i + \mathbf{n}_{i+1} \pi'_{i+1}) / \mathbf{n}'_{i+1}$ . Таким образом, на этом шаге исключаются переменные  $\mu_i, \pi_i$ . Далее, если  $\pi''_{i+1} \geq \pi'_{i+2}$ , то полагаем  $\pi_{i+1} \geq \pi_{i+2}$  и находим  $\mu_{i+1} = 2\mathbf{n}'_{i+1}(\pi''_{i+1} - \pi_{i+2})$ . Пусть на  $(i+1)$  - м шаге выполняется условие  $\pi''_{i+1} < \pi'_{i+1+1}$ , что соответствует окончанию блока инверсий. Тогда

$$\begin{aligned} \pi_{i+1} = \dots = \pi_{i+1} = \pi''_{i+1}, \quad \mu_{i+1} = \mathbf{0}, \\ \mu_{i+k} = \frac{2}{\mathbf{n}'_{i+1}} \sum_{p=i}^{i+k} \sum_{j=i+k+1}^{i+1} \mathbf{n}_p \mathbf{n}_j (\pi'_p - \pi'_j), \quad k \in \overline{0, 1-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{где } \mathbf{n}'_{i+k} = \sum_{j=i}^{i+k} \mathbf{n}_j, \quad \pi''_{i+k} = \sum_{j=i}^{i+k} \mathbf{n}_j \pi'_j / \mathbf{n}'_{i+k}, \quad \mathbf{k} \in \overline{0, l-1}.$$

Продолжая подобным образом процесс решения системы (7) с выделением блоков инверсий, можно решить все уравнения, а из методики ее решения вытекает следующий алгоритм решения задачи оптимизации:

Шаг1. Задать векторы  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_M)$ ,  $\mathbf{p}_i > 0$ ,  $\sum_{i=1}^M \mathbf{p}_i$ ;  $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^M$ ;

$\mathbf{r} \in \overline{1, N}^M$ , где компонента  $\mathbf{r}_i$  вектора  $\mathbf{r}$  равна номеру зоны, которой принадлежит  $i$ -й элемент ЭИ.

Шаг 2. Построить матрицу  $\mathbf{H}$  с элементами  $\mathbf{h}_{ij} = \delta_{r_i j}$ , где  $\delta_{ij}$ - символ Кронекера,  $i \in \overline{1, M}$ ,  $j \in \overline{1, N}$ .

Шаг 3. Построить множества  $\mathbf{N}_i = \{j \in \overline{1, M} | r_j = i\}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

Шаг 4. Построить векторы  $\mathbf{n} \in \mathbf{R}^N$ ,  $\mathbf{n}_i = \sum_{k \in \mathbf{N}_i} \mathbf{p}_k$ ,  $\pi' \in \mathbf{R}^N$ ,

$$\pi'_i = \frac{1}{\mathbf{n}_i} \sum_{k \in \mathbf{N}_i} \mathbf{p}_k \mathbf{z}_k.$$

Шаг 5. Положить  $i = 1$ .

Шаг 6. Положить  $j = 1$ ,  $l = 1$ ,  $\mathbf{s}_1 = \pi'_i \mathbf{n}_i$ ,  $\mathbf{s}_2 = \mathbf{n}_i$ .

Шаг 7. Если  $\pi'_j > \pi'_{j+1}$  и  $j \leq N-1$ , то повторять  $l := l + 1$ ,

$$\mathbf{s}_1 := \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_{j+1} \pi'_{j+1}, \quad \mathbf{s}_2 := \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_{j+1}, \quad \pi'_k = \mathbf{s}_1 / \mathbf{s}_2, \quad \mathbf{k} \in \overline{j-1+2, j+1},$$

$$j := j + 1$$

Шаг 8. Если  $l = 1$  то положить  $i := i + 1$  иначе  $i = j$ .

Шаг 9. Если  $i \leq N-1$ , то перейти к шагу 6.

Для сравнительной оценки по вероятности правильной локализации цели предложенного и обычного квадратичного разностного алгоритмов были проведены статистические испытания. Моделировалось ТИ с параметрами  $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_2 = 16$  и яркостями зон  $\mathbf{T}_2 = 250$ ,  $\mathbf{T}_3 = 260$ , которое затем зашумлялось нормально распределенным шумом с нулевым средним значением и СКО  $\sigma$ . Параметры ЭИ выбирались следующими:  $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_2 = 4$ ,  $\mathbf{N} = 3$ ,  $\mathbf{E}_1 = 240$ ,  $\mathbf{E}_2 = 250$ ,  $\mathbf{E}_3 = 260$ . Вероятность правильной локализации  $\mathbf{P}$  оценивалась числом правильно локализованных случаев к общему числу

испытаний, которое составляло 400. Перед сравнением ЭИ и фрагменты ТИ центрировались и нормировались.



На рисунке приведены зависимости вероятности  $P$  предложенного (кривые 1) и квадратичного разностного (кривые 2) АЛЦ от контраста  $\Delta T_{12} = T_2 - T_1$  для  $\sigma = 3$  и  $\sigma = 7$  при фиксированных остальных параметрах ТИ и ЭИ. При больших уровнях шума несколько большей эффективностью обладает обычный алгоритм, который отличается сильной чувствительностью к инверсии контраста  $\Delta T_{12}$ , но при малых уровнях шума предложенный алгоритм существенно превосходит обычный.

Таким образом, при больших отношениях сигнал-шум в радиометрических изображениях предложенный АЛЦ существенно превосходит обычно используемый алгоритм по вероятности правильной локализации цели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации/ В.К.Баклицкий, А.М.Бочкарев, М.П.Мусьяков. - М.: Радио и связь, 1986.-216 с.
2. Пфанцгль И. Теория измерений. - М.: Мир, 1976.-248 с.