УДК 621.396.6

СИНТЕЗ УСТОЙЧИВЫХ К ВАРИАЦИЯМ ЯРКОСТИ АЛГОРИТМОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ЦЕЛЕЙ

к. т. н. В.И.Антюфеев

Для случая представления эталонного изображения в шкале порядка на каждом этапе сравнения его с фрагментами текущего изображения предложено синтезировать оптимальное числовое представление эталонного изображения, сохраняющее отношение порядка на его элементах.

В радиометрических корреляционно-экстремальных системах навигации интенсивность принимаемого сигнала отличается сильной неопределенностью, обусловленной изменениями сезонных, погодных и других условий, которая не поддается вероятностному описанию. Поэтому известные алгоритмы локализации целей (АЛЦ) [1], использующие числовые шкалы, начинают работать неустойчиво, и актуальной становится задача синтеза инвариантных к указанным вариациям яркости АЛЦ.

Статья посвящена решению задачи синтеза АЛЦ, основанного при представлении эталонного изображения (ЭИ) в шкале порядка [2] на выборе его оптимального числового представления (оцифровки), в наилучшей степени соответствующего сравниваемому фрагменту текущего изображения (ТИ).

Пусть ТИ задано $\mathbf{N_1 \times N_2}$-матрицей чисел, ЭИ - $\mathbf{M_1 \times M_2}$-матрицей $\left[\mathbf{e_{ij}}\right]$и справедлива аддитивная модель взаимодействия принимаемого изображения с шумом, т.е. для $(\mathbf{k,l})$- го фрагмента ТИ $\mathbf{z_{ij} = a_{ij} + n_{ij}}$, где $\left[\mathbf{a_{ij}^{kl}}\right]$- $\mathbf{M_1 \times M_2}$-матрица незашумленного фрагмента, $\mathbf{n_{ij}^{kl}}$- случайная нормально распределенная величина с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонением (СКО) $\boldsymbol{\sigma_{ij}^{kl}}$. Оптимальным по критерию максимального правдоподобия является при этом квадратичный разностный алгоритм, решающая функция которого имеет вид

$$\mathbf{b}_{kl}=\sum_{i=1}^{M_1}\sum_{j=1}^{M_2}\frac{\left(z_{ij}^{kl}-e_{ij}\right)^2}{\left(\sigma_{ij}^{kl}\right)^2},\quad k\in\overline{1,N_1-M_1+1},\ l\in\overline{1,N_2-M_2+1}. \qquad (1)$$

Пусть ЭИ имеет зонную структуру в количестве $\mathbf{N}$ зон с вектором яркостей $\pi=\left(\pi_1,\ldots,\pi_N\right)$, на элементах ЭИ задано отношение линейного квазипорядка [2] или на составляющих вектора π задано отношение линейного порядка, причем зоны пронумерованы в порядке возрастания их яркостей. Развернув матрицу решающей функции, а также ЭИ и фрагмент ТИ по строкам, представим (1) в виде

$$\mathbf{b}_k=c_k\sum_{i=1}^{M}p_i^k\left(z_i^k-e_i\right)^2, \qquad (2)$$

где $M=M_1M_2$, $p_i^k=1\Big/\left(c_k\left(\sigma_i^k\right)^2\right)$, $c_k=\sum_{i=1}^{M}\left(\sigma_i^k\right)^{-2}$. Введя матрицу инцидентности $\left[h_{ij}\right]$, $\left(i\in\overline{1,M},\ j\in\overline{1,N}\right)$, в которой в $\mathbf{i}$ - й строке на $\mathbf{j}$ - м месте стоит 1, если $\mathbf{i}$ - й элемент ЭИ принадлежит $\mathbf{j}$ - й зоне, опустив множитель c_k и номер фрагмента, представим (2) следующим образом:

$$b(\pi)=\sum_{i=1}^{M}p_i\left(z_i-\sum_{j=1}^{N}h_{ij}\pi_j\right)^2. \qquad (3)$$

Для поиска оптимальной оцифровки ЭИ необходимо минимизировать функцию (3) при ограничениях

$$g_j(\pi)=\pi_j-\pi_{j+1}\le 0,\quad j\in\overline{1,N-1}. \qquad (4)$$

Эта задача относится к типу задач выпуклого программирования, для которых справедлива теорема Куна-Таккера [3], утверждающая следующее: Пусть функции $b,g_1,\ldots,g_{N-1}$ выпуклы и непрерывно дифференцируемы в R^M Предположим, что векторы $\pi\in R^N$ и $\mu\in R^{N-1}$ удовлетворяют условиям

$$\nabla b(\pi)+\nabla g(\pi)\mu=0, \qquad (5)$$

$$g(\pi)\le 0,\ \ \mu\ge 0,\ \ \mu_j g_j(\pi)=0,\ \ j\in\overline{1,N-1}. \qquad (6)$$

Тогда π - точка глобального минимума исходной задачи.

Система уравнений (5), (6) в координатах имеет вид

$$
\begin{cases}
2n_1(\pi_1 - \pi_1') + \mu_1 = 0; \\
2n_2(\pi_2 - \pi_2') + \mu_2 - \mu_1 = 0; \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
2n_{N-1}(\pi_{N-1} - \pi_{N-1}') + \mu_{N-1} - \mu_{N-2} = 0; \\
2n_N(\pi_N - \pi_N') - \mu_{N-1} = 0; \\
\mu_j(\pi_j - \pi_{j+1}) = 0, \; j \in \overline{1, N-1},
\end{cases}
\tag{7}
$$

где $n_i = \sum_{k \in N_i} p_k$, $\pi_i' = \frac{1}{n_i} \sum_{k \in N_i} p_k y_k$, N_i - множество номеров элементов ЭИ, попавших в i - ю зону.

Для решения системы (7) будем использовать метод последовательного исключения переменных, начиная с первого уравнения. В случае отсутствия ограничений (при $\mu = 0$) имеем $\pi = \pi'$. Поэтому на первом шаге проверим отношение порядка на элементах π_1', π_2'. Если $\pi_1' < \pi_2'$, то $\mu_1 = 0$, $\pi_1 = \pi_2$, и первые два уравнения из системы исключаются.

Пусть на i -м шаге случилось, что $\pi_i' \ge \pi_{i+1}'$. Назовем такую ситуацию блоком инверсий. Чтобы выполнялось условие $\pi_i \le \pi_{i+1}$, нужно положить $\pi_i = \pi_{i+1}$ и $\mu_i \ge 0$. К этому шагу имеем $\mu_1 = \dots = \mu_i = 0$, $\pi_k = \pi_k'$ $(k \in \overline{1, i-1})$. Из первых двух уравнений оставшейся системы находим $\mu_i = 2n_i(\pi_i' - \pi_{i+1})$ и уравнение

$$
2n_{i+1}'(\pi_{i+1} - \pi_{i+1}'') + \mu_{i+1} = 0,
$$

где $n_{i+1}' = n_i + n_{i+1}$, $\pi_{i+1}'' = (n_i \pi_i' + n_{i+1} \pi_{i+1}') / n_{i+1}'$. Таким образом, на этом шаге исключаются переменные μ_i, π_i. Далее, если $\pi_{i+1}'' \ge \pi_{i+2}'$, то полагаем $\pi_{i+1} \ge \pi_{i+2}$ и находим $\mu_{i+1} = 2n_{i+1}'(\pi_{i+1}'' - \pi_{i+2})$. Пусть на $(i + 1)$ - м шаге выполняется условие $\pi_{i+l}'' < \pi_{i+l+1}'$, что соответствует окончанию блока инверсий. Тогда

$$
\pi_{i+1} = \dots = \pi_{i+l} = \pi_{i+1}'', \; \mu_{i+l} = 0,
$$

$$
\mu_{i+k} = \frac{2}{n_{i+l}'} \sum_{p=i}^{i+k} \sum_{j=i+k+1}^{i+l} n_p n_j (\pi_p' - \pi_j'), \; k \in \overline{0, l-1},
\tag{8}
$$

где $\mathbf{n}'_{i+k} = \sum_{j=i}^{i+k} \mathbf{n}_j$, $\pi''_{i+k} = \sum_{j=i}^{i+k} \mathbf{n}_j \pi'_j / \mathbf{n}'_{i+k}$, $\mathbf{k} \in \overline{\mathbf{0}, \mathbf{l}-\mathbf{1}}.$

Продолжая подобным образом процесс решения системы (7) с выделением блоков инверсий, можно решить все уравнения, а из методики ее решения вытекает следующий алгоритм решения задачи оптимизации:

Шаг1. Задать векторы $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \ldots, \mathbf{p}_M)$, $\mathbf{p}_i > 0$, $\sum_{i=1}^{M} \mathbf{p}_i$; $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^M$; $\mathbf{r} \in \overline{\mathbf{1}, \mathbf{N}}^M$, где компонента $\mathbf{r}_i$ вектора $\mathbf{r}$ равна номеру зоны, которой принадлежит $\mathbf{i}$ -й элемент ЭИ.

Шаг 2. Построить матрицу $\mathbf{H}$ с элементами $\mathbf{h}_{ij} = \delta_{r_i j}$, где δ_{ij}- символ Кронекера, $\mathbf{i} \in \overline{\mathbf{1}, \mathbf{M}}$, $\mathbf{j} \in \overline{\mathbf{1}, \mathbf{N}}.$

Шаг 3. Построить множества $\mathbf{N}_i = \left\{ \mathbf{j} \in \overline{\mathbf{1}, \mathbf{M}} \middle| \mathbf{r}_j = \mathbf{i} \right\}$, $\mathbf{i} \in \overline{\mathbf{1}, \mathbf{N}}.$

Шаг 4. Построить векторы $\mathbf{n} \in \mathbf{R}^N$, $\mathbf{n}_i = \sum_{k \in N_i} \mathbf{p}_k$, $\pi' \in \mathbf{R}^N$,

$$\pi'_i = \frac{1}{\mathbf{n}_i} \sum_{k \in N_i} \mathbf{p}_k \mathbf{z}_k .$$

Шаг 5. Положить $\mathbf{i} = \mathbf{1}.$

Шаг 6. Положить $\mathbf{j} = \mathbf{1}$, $\mathbf{l} = \mathbf{1}$, $\mathbf{s}_1 = \pi'_i \mathbf{n}_i$, $\mathbf{s}_2 = \mathbf{n}_i$.

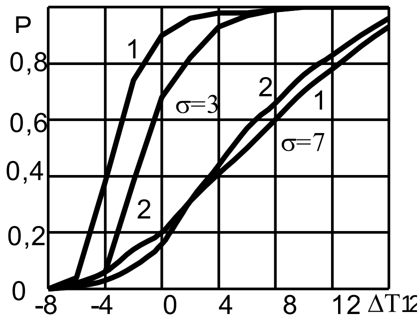
Шаг 7. Если $\pi'_j > \pi'_{j+1}$ и $\mathbf{j} \le \mathbf{N} - \mathbf{1}$, то повторять $\mathbf{l} := \mathbf{l} + \mathbf{1}$,

$\mathbf{s}_1 := \mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_{j+1} \pi'_{j+1}$, $\mathbf{s}_2 := \mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_{j+1}$, $\pi'_k = \mathbf{s}_1 / \mathbf{s}_2$, $\mathbf{k} \in \overline{\mathbf{j} - \mathbf{l} + \mathbf{2}, \mathbf{j} + \mathbf{1}}$,
$\mathbf{j} := \mathbf{j} + \mathbf{1}$

Шаг 8. Если $\mathbf{l} = \mathbf{1}$ то положить $\mathbf{i} := \mathbf{i} + \mathbf{1}$ иначе $\mathbf{i} = \mathbf{j}$.

Шаг 9. Если $\mathbf{i} \le \mathbf{N} - \mathbf{1}$, то перейти к шагу 6.

Для сравнительной оценки по вероятности правильной локализации цели предложенного и обычного квадратичного разностного алгоритмов были проведены статистические испытания. Моделировалось ТИ с параметрами $\mathbf{N_1 = N_2 = 16}$ и яркостями зон $\mathbf{T_2 = 250, T_3 = 260,}$ которое затем зашумлялось нормально распределенным шумом с нулевым средним значением и СКО σ. Параметры ЭИ выбирались следующими: $\mathbf{M_1 = M_2 = 4, N = 3, E_1 = 240, E_2 = 250, E_3 = 260.}$ Вероятность правильной локализации $\mathbf{P}$ оценивалась числом правильно локализованных случаев к общему числу испытаний, которое составляло 400. Перед сравнением ЭИ и фрагменты ТИ центрировались и нормировались.



На рисунке приведены зависимости вероятности **P** предложенного (кривые 1) и квадратичного разностного (кривые 2) АЛЦ от контраста $\Delta T_{12} = T_2 - T_1$ для $\sigma = 3$ и $\sigma = 7$ при фиксированных остальных параметрах ТИ и ЭИ. При больших уровнях шума несколько большей эффективностью обладает обычный алгоритм, который отличается сильной чувствительностью к инверсии контраста ΔT_{12}, но при малых уровнях шума предложенный алгоритм существенно превосходит обычный.

Таким образом, при больших отношениях сигнал-шум в радиометрических изображениях предложенный АЛЦ существенно превосходит обычно используемый алгоритм по вероятности правильной локализации цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации/ В.К.Баклицкий, А.М.Бочкарев, М.П.Мусьяков. - М.: Радио и связь, 1986.-216 с.

2. Пфанцагль И. Теория измерений. - М.: Мир, 1976.-248 с.