

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ МАЖОРИТАРНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВ С ПОВТОРЕНИЕМ

А.О. Малофей
(представил д.т.н. проф. В.И. Долгов)

В статье предложен алгоритм закодирования кодов, передаваемых многократно по одному и тому же каналу связи, позволяющий снизить потери информации.

При длительном снижении качества каналов связи целесообразно введение дополнительной избыточности увеличением числа повторов сообщений с последующей мажоритарной обработкой и исправлением ошибок определенной кратности. При этом возможна поэтапная обработка принимаемых повторов без потери промежуточных результатов, которая нашла отражение в методах адаптивного мажоритарного декодирования кодов с повторением [1, 2]. Однако, этим алгоритмам присуща низкая помехоустойчивость, поскольку при мажоритарной обработке первых трех, последних трех и в целом пяти повторов сообщения не анализируется второе, третье и четвертое. Следовательно, можно утверждать, что не все трехкратные ошибки в одноименных символах пяти повторов будут исправлены.

Предлагается модифицированный алгоритм мажоритарного декодирования кодов с повторением, позволяющий выполнять дополнительную операцию мажоритарной обработки второго, третьего и четвертого повторов.

Выполнение алгоритма может быть представлено графом, изображенным на рис. 1. Вершины графа определяют возможные состояния q_i одноименных разрядов памяти после приема символов первых трех повторов x_1, x_2, x_3 . Память состоит из трех регистров, каждый из которых имеет длительность n , где n - число символов в одном повторе. Накопление трех повторов позволяет выполнить процедуру мажоритарного декодирования $\max(x_1, x_2, x_3)$. Состояние q_i имеет следующий вид:

$$\{i = 1, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \rightarrow q_1\}, \quad \{i = 2, \bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3 \rightarrow q_2\},$$

© А.О. Малофей, 1998

$$\{\mathbf{i} = \mathbf{3}, \bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{x}_2, \bar{\mathbf{x}}_3 \rightarrow \mathbf{q}_2\}, \quad \{\mathbf{i} = \mathbf{4}, \bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \rightarrow \mathbf{q}_4\},$$

$$\begin{aligned} \{i = 5, x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3 \rightarrow q_5\}, & \quad \{i = 6, x_1, \bar{x}_2, x_3 \rightarrow q_6\}, \\ \{i = 7, x_1, x_2, \bar{x}_3 \rightarrow q_7\}, & \quad \{i = 8, x_1, x_2, x_3 \rightarrow q_8\}. \end{aligned}$$

При этом x принимает значение 1, а \bar{x} , соответственно, 0. Граф ориентирован, стрелки указывают на переход одного состояния элементов памяти в другое в зависимости от комбинации входных сигналов четвертого x_4 , пятого x_5 повторений. С приемом элементов четвертого x_4 повторений меняется функциональное назначение используемой памяти, в ячейки которой соответственно заносятся уже не сами значения символов первого, второго, третьего повторений, а сигналы принятия решений, описываемые переменными:

y_1 - сигнал принятия решений по одноименным символам x_3, x_4, x_5 ; $y_1 = 0$, если $\text{maj}(x_3x_4x_5)$ не зависит от значения x_5 и $y_1 = 1$, если $\text{maj}(x_3x_4x_5)$ определяется значением x_5 ;

y_2 - сигнал принятия решений по одноименным символам пяти повторений x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ; $y_2 = 0$, если $\text{maj}(x_1x_2x_3x_4x_5)$ не зависит от значения x_5 и $y_1 = 1$, если $\text{maj}(x_1x_2x_3x_4x_5)$ определяется значением x_5 ;

y_3 - сигнал принятия решений по одноименным символам трех повторений x_2, x_3, x_4 ; $y_3 = 0$, если $\text{maj}(x_2x_3x_4)$ не зависит от значения x_4 и $y_1 = 1$, если $\text{maj}(x_2x_3x_4)$ определяется значением x_4 ;

Z_1 - результат мажоритарной обработки $\text{maj}(x_1x_2x_3)$;

Z_2 - результат мажоритарной обработки $\text{maj}(x_2x_3x_4)$;

Z_3 - результат мажоритарной обработки $\text{maj}(x_1x_2x_3x_4x_5)$.

Аналитическая форма записи графа имеет вид [3]:

$$G = (X, Q, Y, Z, q_1 \in Q, F(x \in X / y \in Y), F(x \in X / z \in Z)),$$

где $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\}$;

$Y = \{y_1, y_2, y_3, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3\}$; $Z = \{z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2\}$;

$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$.

Отображение множеств определяется следующим образом:

$$F_{q1} = \begin{cases} q_1(\bar{x}_4 / \bar{y}_1\bar{y}_2\bar{y}_3 = \gamma_1), & q_5(x_4 / y_1\bar{y}_2\bar{y}_3 = \gamma_2); \\ q_1(\bar{x}_5 / \bar{z}_1\bar{z}_2\bar{z}_3 = \gamma_{14}), & q_1(x_5 / \bar{z}_1\bar{z}_2\bar{z}_3 = \gamma_{15}). \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
F_{q^2} &= \begin{cases} q_5(\bar{x}_4 / y_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3 = \gamma_3), & q_4(x_4 / \bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3 = \gamma_5); \\ q_8(\bar{x}_5 / z_1 z_2 z_3 = \gamma_{16}), & q_8(x_5 / z_1 z_2 z_3 = \gamma_{17}), \end{cases} \\
F_{q^3} &= \begin{cases} q_1(\gamma_1), & q_8(x_4 / y_1 y_2 y_3 = \gamma_6); \\ q_1(\gamma_{14}), & q_2(x_5 / \bar{z}_1 \bar{z}_2 \bar{z}_3 = \gamma_{18}), \end{cases} \\
F_{q^4} &= \begin{cases} q_8(\bar{x}_4 / y_1 y_2 y_3 = \gamma_7), & q_2(x_4 / \bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3 = \gamma_8); \\ q_7(\bar{x}_5 / z_1 z_2 \bar{z}_3 = \gamma_{19}), & q_8(\gamma_{17}), \end{cases} \\
F_{q^5} &= \begin{cases} q_1(\gamma_1), & q_7(x_4 / y_1 y_2 \bar{y}_3 = \gamma_9); \\ q_1(\gamma_{14}), & q_5(x_5 / z_1 \bar{z}_2 \bar{z}_3 = \gamma_{20}), \end{cases} \\
F_{q^6} &= \begin{cases} q_7(\bar{x}_4 / y_1 y_2 \bar{y}_3 = \gamma_{10}), & q_2(\gamma_8); \\ q_4(\bar{x}_5 / \bar{z}_1 z_2 z_3 = \gamma_{21}), & q_8(\gamma_{17}), \end{cases} \\
F_{q^7} &= \begin{cases} q_3(\bar{x}_4 / \bar{y}_1 y_2 \bar{y}_3), & q_6(x_4 / y_1 \bar{y}_2 y_3 = \gamma_{12}); \\ q_1(\gamma_{14}), & q_6(x_5 / z_1 \bar{z}_2 z_3 = \gamma_{22}), \end{cases} \\
F_{q^8} &= \begin{cases} q_6(\bar{x}_4 / y_1 \bar{y}_2 y_3 = \gamma_{13}), & q_2(\gamma_8); \\ q_3(x_5 / \bar{z}_1 z_2 \bar{z}_3 = \gamma_{23}), & q_8(\gamma_{17}). \end{cases}
\end{aligned}$$

На основании отображения F множества Q в себя легко построить таблицы переходов и выходов автомата, изменяющего состояние элементов памяти. Воспользовавшись методом минимизации булевых функций [2], с помощью диаграмм Вейча (карт Карно), можно получить функцию возбуждения элементарных автоматов, благодаря которым синтезировано устройство для приема и мажоритарного декодирования информации [4].

При оценке вероятности потерь информации $P_{\Pi} = 1 - (1 - P)^n \approx nP$, как одного из наиболее важных параметров любой системы передачи, получен следующий результат. Для известного метода [1] при появлении трехкратных ошибок в семи из десяти возможных случаев ошибки исправлены не будут. Тогда $P_{\Pi 1} \approx n7P_0^3$. В методе, изложенном в [2], потери снизятся до величины $P_{\Pi 2} \approx n4P_0^3$. В данном случае исправляется три вариан-

та ошибок при мажоритарной обработке последних повторений. Следовательно, полученный выигрыш составит величину

$$\eta_1 = \frac{P_{n1}}{P_{n2}} = \frac{n7P_0^3}{n4P_0^3} \cong 2.$$

Если использовать предложенный алгоритм, то неисправленными останутся только три трехкратные ошибки в одноименных символах пяти повторений. Значит $P_{n3} = n3P_0^3$, и, следовательно, выигрыш лучшего из двух рассмотренных ранее алгоритмов составит величину

$$\eta_2 = \frac{n4P_0^3}{n3P_0^3} = 1,33.$$

Таким образом, предложенный модифицированный алгоритм мажоритарного декодирования кодов с повторением практически при той же сложности технической реализации [4, 5, 6] снижает потери информации, что позволит расширить область его применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ключко В.И. Методы и средства защиты информации от ошибок в АСУ - М.: Изд. МО СССР, 1980. - 256 с.
2. Ключко В.И., Малофей О.П. Метод комбинированного мажоритарного декодирования кодов с повторением // Радиотехника. - Харьков: Вища школа, 1982. - Вып. 61 - С. 24 - 29.
3. Мелихов А.Н. Ориентированные графы и конечные автоматы. - М.: Наука, 1971. - 416 с.
4. А.с. 439750 СССР, НОЗМ 13/00. Устройство для приема и мажоритарного декодирования информации. / О.П. Малофей, Ю.И. Николаев и др. - 1988. - 3 с.
5. А.с. 7679890 СССР, НО4L1/10. Устройство для адаптивного мажоритарного декодирования. / В.И. Ключко и др. - 1978. - 2 с.
6. А.с. 980114 СССР, G08C19/28. Устройство для приема и мажоритарного декодирования информации. / О.П. Малофей и др. - 1981. - 3 с.