УДК 621.04

СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ВЫВЕДЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ПОЛЕТ В ТОЧКЕ С ЗАДАННЫМИ КООРДИНАТАМИ

д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев

Предлагается методика синтеза управляющих функций в зависимости от дальности полета при спуске в атмосфере крылатого аппарата с выходом в горизонтальный полет в точке с заданными координатами.

Для коррекции инерциальной навигационной системы беспилотного крылатого летательного аппарата (КЛА), движущегося в атмосфере, необходимо обеспечить в точке с заданными координатами над зоной коррекции горизонтальный полет. Автономное наведение КЛА из области начала маневра в зону коррекции требует задавать программу управляющей функции.

Систему уравнений, описывающую движение центра масс КЛА в вертикальной плоскости, запишем в виде [1]:

$$\mathbf{dV/dt = - X/m - g\ sinQ};\ \mathbf{dQ/dt = (Y_a a\ /\ m + (V^2/(R + H) - g)cos\ Q}, \quad (1)$$

где $\mathbf{X}$ - сила лобового сопротивления ; $\mathbf{Y_a a}$ - подъемная сила, обозначенная как функция угла $\mathbf{a}$; $\mathbf{m}$ - масса; $\mathbf{g}$ - ускорение земного тяготения; $\mathbf{Q}$ - угол наклона траектории; $\mathbf{H}$ - высота полета; $\mathbf{R}$ - радиус Земли; $\mathbf{V}$ - скорость центра масс.

Кинематические уравнения имеют вид:

$$\mathbf{dL/dt = Vcos\ Q}; \qquad \mathbf{dH/dt = Vsin\ Q}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{L}$ - дальность полета.

В использованной модели движения (1) управляющей функцией является угол атаки $\mathbf{a}$. От величины угла а зависит подъемная сила $\mathbf{Y_a a}$, что специально выделено во втором уравнении системы (1).

В момент времени $\mathbf{t = t_0}$ КЛА находится в точке с координатами ($\mathbf{L_0,\ H_0}$) и обладает скоростью $\mathbf{(dL_0/dt,\ dH_0/dt)}$. Требуется найти программные значения угла атаки $\mathbf{a}$, обеспечивающие движение КЛА в точку с координатами $\mathbf{(L_1,\ H_1)}$, в которой $\mathbf{dH_1/dt = 0}$.

© д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев, 1998

Синтез закона управления базируется на концепции обратных задач динамики. Траектория маневра КЛА в вертикальной плоскости $\mathbf{H = H(t)}$ задается в виде апериодического решения линейного однородного дифференциального уравнения 2 - го порядка, асимптотически устойчивого по специальному аргументу $\mathbf{H^* = H^*(c\ )}$, а затем определяется управляющее воздействие **a**, реализующее заданную траекторию. Ограничения на фазовые координаты КЛА учитываются при оптимизации параметров траектории маневра. Оптимизированной траектории соответствует программа **a**.

Траектория маневра по высоте, удовлетворяющая граничным условиям сформулированной задачи, задается экспоненциальной аппроксимацией функции приращения высоты $\mathbf{dH^*(c)}$ на интервале $\mathbf{[L_0, L_1]}$:

$$\mathbf{dH^*(c) = H^*(c) - H_1 = C_1 \exp(l_1\, c + C_2 \exp(l_2\, c),} \text{ при } \mathbf{l_1 , l_2 < 0,} \quad (3)$$

где **c** - специальный аргумент, являющийся функцией дальности **L**,

$$\mathbf{c = (L_1+e - L_0)/(L_1+e - L(t)) -1 = dL_0/dL - 1,} \text{ при } \mathbf{e > 0, c = [0, c_к]}. \quad (4)$$

Коэффициенты $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$ определяются начальными условиями $\mathbf{dH_0 = dH_0^*\ , dH_0' = dH_0^{*'}}$:

$$\mathbf{C_1 = (\ l_2\, dH_0 - dH_0'\ ) / (l_2 - l_1\ );\quad C_2 = -\ (\ l_1\, dH_0 - dH_0'\ ) / (l_2 - l_1\ )}. \quad (5)$$

Введение аргумента **c** позволяет использовать при синтезе программных траекторий хорошо известные методы синтеза асимптотически устойчивых систем. Краевые условия правого конца программной траектории выполняются автоматически в силу асимптотической устойчивости выражения (3), когда реализуется такое движение, при котором значение $\mathbf{L(t)}$ стремится к $\mathbf{L_1}$ и аргумент **c** стремится к своему конечному значению, а значение $\mathbf{H^*(c)}$ стремится к 0. Краевые условия начала программной траектории обеспечиваются выбором коэффициентов $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$. Фазовые координаты КЛА при реализации программной траектории будут зависеть от значений коэффициентов $\mathbf{l_1}$, $\mathbf{l_2}$, которые задаются из условия физической реализуемости траектории. Заданная траектория является "гибкой". Определим траекторию как функцию специального аргумента **c**. Для этого перейдем в дифференциальных уравнениях (1), (2) от функции времени к функции параметра **c**, используя подстановку, полученную дифференцированием (4):

$$\mathbf{dt = dL^2 /(dL_0\ \ dL/dt)\, dc = dL_0\ /\ [(c+1)^2\ dL/dt\ ]\, dc}. \quad (6)$$

Тогда получим:

$$dV/dc = - \{X / m + g \sin Q\}\, dL_0 / [(c + 1)^2\, dL/dt];$$
$$dQ/dc=\{Y_a a/m + (V^2/(R+H) - g)\cos Q\}\, dL_0 / [(c + 1)^2\, dL/dt\, V]; \quad (7)$$
$$d\,dL/dc = - dL_0 / (c + 1)^2;$$
$$d\,dH/dc = \operatorname{tg} Q\, dL_0 / (c + 1)^2.$$

Продифференцируем второй раз по **c** выражение для **d dH/dc**, получим

$$dH'' + 2/(c + 1)dH' = (dL_0/(c+1)^2)^2 \times$$
$$\times\{Y_a a/m + (V^2/(R+H)-g)\cos Q\}/(V^2\cos^3 Q). \quad (8)$$

Если существует такое управляющее воздействие **a**, при котором **dH = dH*, dH'=dH*', dH''=dH*''**, то подставив в выражение (8) вместо **dH''** и **dH'** их программные значения **dH*''**, **dH*'** в которых величины $C_1 \exp(l_1 c)$ и $C_2 \exp(l_2 c)$ выражены через параметры движения **dH** и **dH'**

$$C_1\exp(l_1 c)=(l_2 dH-dH')/(l_2 - l_1);\quad C_2 \exp(l_2 c)=-(l_1 dH-dH')/(l_2-l_1), \quad (9)$$

получим :

$$(l_1+l_2+2/(c+1))dH'-l_1 l_2\, dH =$$
$$=(dL_0/(c+1)^2)^2\{Y_a a/m+(V^2/(R+H)-g)\cos Q\}/(V^2\cos^3 Q). \quad (10)$$

Решив уравнение (10) относительно управляющего параметра **a** получим выражение для вычисления программного значения угла атаки:

$$a^*=\{[(l_1+l_2+2/(c+1))dH'-l_1 l_2 dH][(c+1)^2/dL_0]^2 V^2\cos^3 Q -$$
$$- (V^2/(R+H)-g)\cos Q\}m/Y_a. \quad (11)$$

Выражение (11) можно представить в виде двух слагаемых $a^* = a_1^* + a_2^*$, где:

$$a_1^*=\{2/(c+1)dH'[(c+1)^2/dL_0]^2 V^2\cos^3 Q -$$
$$- a_2^*(V^2/(R+H)-g)\cos Q\}m/Y_a; \quad (12)$$
$$a_2^*=[(l_1+l_2)dH'-l_1 l_2 dH][(c+1)^2/dL_0]^2 V^2\cos^3 Q m/Y_a. \quad (13)$$

Первое слагаемое a_1^* обеспечивает формирование управляющего воздействия, которое компенсирует влияние нелинейных членов дифференциального уравнения (8) на движение КЛА, а второе слагаемое a_2^* обеспечивает формирование управляющего воздействия, которое заставляет скомпенсированную систему двигаться по заданной траектории .

Подставив выражение (11) в (8), получим замкнутую систему. Замкнутая система описывается линейным однородным дифференциальным уравнением 2 - го порядка с постоянными коэффициентами, при выполнении условия идеальной компенсации

$$\mathbf{dH'' - (l_1 + l_2)\, dH' + l_1\, l_2\, dH = 0}. \tag{14}$$

Отсюда следует, что $\mathbf{dH(c)}$ как решение этого уравнения в точности совпадает с выражением (3) для $\mathbf{dH^*(c)}$.

Вычисление программного значения угла атаки по выражению (11) предполагает наличие в системе управления цифрового вычислителя, который по измеряемым параметрам движения КЛА , решает навигационную задачу и вычисляет $\mathbf{L}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{dH}$, $\mathbf{dH'}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{g}$, $\mathbf{Y_a}$. Поэтому формирование программы осуществляется на основе обратной связи . Параметры $\mathbf{l_1}$, $\mathbf{l_2}$ задаются полетным заданием для каждого вида маневра .

Техническая реализация инерциального управления КЛА требует задавать программное значение угла тангажа $\mathbf{x^*}$, которое может быть вычислено по выражению :

$$\mathbf{x^* = Q^* + a^*}. \tag{15}$$

Выражение для расчета программного значения угла наклона траектории $\mathbf{Q^*}$ получим, разделив $\mathbf{dH'}$ на $\mathbf{dL'}$ и подставив вместо $\mathbf{dH'}$ программное значение $\mathbf{dH^{*\prime}}$

$$\mathbf{Q^* = arctg\{dH^{*\prime}/dL'\} =}$$
$$\mathbf{= arctg\{ - (c + 1)^2/dL_0[l_1C_1exp(l_1c) + l_2C_2exp(l_2c)]\}}. \tag{16}$$

Выражения (14), (15), (16) определяют гибкую программу для управляющих параметров. Гибкость программы заключается в том, что программные значения управляющих параметров формируются по вычисленным в навигационном алгоритме параметрам движения КЛА. Представленные законы управления получены для случая, когда имеется полная информация о структуре и параметрах объекта. При заданных значениях коэф-фициентов закона управления $\mathbf{l_1}$, $\mathbf{l_2}$ вариации начальных условий не влияют на точность реализации конечных условий движения. В этом смысле полученный закон управления является инвариантным к начальным условиям .

ЛИТЕРАТУРА

1. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. - М.: Наука, 1988. - 328 с.