

СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ВЫВЕДЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ПОЛЕТ В ТОЧКЕ С ЗАДАНЫМИ КООРДИНАТАМИ

д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев

Предлагается методика синтеза управляющих функций в зависимости от дальности полета при спуске в атмосфере крылатого аппарата с выходом в горизонтальный полет в точке с заданными координатами.

Для коррекции инерциальной навигационной системы беспилотного крылатого летательного аппарата (КЛА), движущегося в атмосфере, необходимо обеспечить в точке с заданными координатами над зоной коррекции горизонтальный полет. Автономное наведение КЛА из области начала маневра в зону коррекции требует задавать программу управляющей функции.

Систему уравнений, описывающую движение центра масс КЛА в вертикальной плоскости, запишем в виде [1]:

$$dV/dt = -X/m - g \sin Q; \quad dQ/dt = (Y_a a / m + (V^2 / (R + H) - g) \cos Q, \quad (1)$$
 где X - сила лобового сопротивления; $Y_a a$ - подъемная сила, обозначенная как функция угла a ; m - масса; g - ускорение земного тяготения; Q - угол наклона траектории; H - высота полета; R - радиус Земли; V - скорость центра масс.

Кинематические уравнения имеют вид:

$$dL/dt = V \cos Q; \quad dH/dt = V \sin Q, \quad (2)$$

где L - дальность полета.

В использованной модели движения (1) управляющей функцией является угол атаки a . От величины угла a зависит подъемная сила $Y_a a$, что специально выделено во втором уравнении системы (1).

В момент времени $t = t_0$ КЛА находится в точке с координатами (L_0, H_0) и обладает скоростью $(dL_0/dt, dH_0/dt)$. Требуется найти программные значения угла атаки a , обеспечивающие движение КЛА в точку с координатами (L_1, H_1) , в которой $dH_1/dt = 0$.

© д.т.н., проф. О.Н. Фоменко, к.т.н. А.А. Журавлев, 1998

Синтез закона управления базируется на концепции обратных задач динамики. Траектория маневра КЛА в вертикальной плоскости $\mathbf{H} = \mathbf{H}(t)$ задается в виде апериодического решения линейного однородного дифференциального уравнения 2 - го порядка, асимптотически устойчивого по специальному аргументу $\mathbf{H}^* = \mathbf{H}^*(\mathbf{c})$, а затем определяется управляющее воздействие \mathbf{a} , реализующее заданную траекторию. Ограничения на фазовые координаты КЛА учитываются при оптимизации параметров траектории маневра. Оптимизированной траектории соответствует программа \mathbf{a} .

Траектория маневра по высоте, удовлетворяющая граничным условиям сформулированной задачи, задается экспоненциальной аппроксимацией функции приращения высоты $d\mathbf{H}^*(\mathbf{c})$ на интервале $[\mathbf{L}_0, \mathbf{L}_1]$:

$$d\mathbf{H}^*(\mathbf{c}) = \mathbf{H}^*(\mathbf{c}) - \mathbf{H}_1 = \mathbf{C}_1 \exp(\mathbf{l}_1 \mathbf{c}) + \mathbf{C}_2 \exp(\mathbf{l}_2 \mathbf{c}), \text{ при } \mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2 < 0, \quad (3)$$

где \mathbf{c} - специальный аргумент, являющийся функцией дальности \mathbf{L} ,
 $\mathbf{c} = (\mathbf{L}_1 + \mathbf{e} - \mathbf{L}_0) / (\mathbf{L}_1 + \mathbf{e} - \mathbf{L}(t)) - 1 = d\mathbf{L}_0 / d\mathbf{L} - 1$, при $\mathbf{e} > 0$, $\mathbf{c} = [0, \mathbf{c}_k]$. (4)

Коэффициенты \mathbf{C}_1 и \mathbf{C}_2 определяются начальными условиями $d\mathbf{H}_0 = d\mathbf{H}_0^*$, $d\mathbf{H}_0' = d\mathbf{H}_0^{*'}:$

$$\mathbf{C}_1 = (\mathbf{l}_2 d\mathbf{H}_0 - d\mathbf{H}_0') / (\mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1); \quad \mathbf{C}_2 = - (\mathbf{l}_1 d\mathbf{H}_0 - d\mathbf{H}_0') / (\mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1). \quad (5)$$

Введение аргумента \mathbf{c} позволяет использовать при синтезе программных траекторий хорошо известные методы синтеза асимптотически устойчивых систем. Краевые условия правого конца программной траектории выполняются автоматически в силу асимптотической устойчивости выражения (3), когда реализуется такое движение, при котором значение $\mathbf{L}(t)$ стремится к \mathbf{L}_1 и аргумент \mathbf{c} стремится к своему конечному значению, а значение $\mathbf{H}^*(\mathbf{c})$ стремится к 0. Краевые условия начала программной траектории обеспечиваются выбором коэффициентов \mathbf{C}_1 и \mathbf{C}_2 . Фазовые координаты КЛА при реализации программной траектории будут зависеть от значений коэффициентов $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$, которые задаются из условия физической реализуемости траектории. Заданная траектория является "гибкой". Определим траекторию как функцию специального аргумента \mathbf{c} . Для этого перейдем в дифференциальных уравнениях (1), (2) от функции времени к функции параметра \mathbf{c} , используя подстановку, полученную дифференцированием (4):

$$d\mathbf{t} = d\mathbf{L}^2 / (d\mathbf{L}_0 d\mathbf{L}/d\mathbf{t}) d\mathbf{c} = d\mathbf{L}_0 / [(\mathbf{c} + 1)^2 d\mathbf{L}/d\mathbf{t}] d\mathbf{c}. \quad (6)$$

Тогда получим:

$$\begin{aligned}
dV/dc &= - \{X / m + g \sin Q\} dL_0 / [(c + 1)^2 dL/dt]; \\
dQ/dc &= \{Y_a a/m + (V^2/(R+H) - g) \cos Q\} dL_0 / [(c + 1)^2 dL/dt V]; \quad (7) \\
d dL/dc &= - dL_0 / (c + 1)^2; \\
d dH/dc &= tg Q dL_0 / (c + 1)^2.
\end{aligned}$$

Продифференцируем второй раз по c выражение для $d dH/dc$, получим

$$\begin{aligned}
dH'' + 2/(c + 1)dH' &= (dL_0/(c+1)^2)^2 \times \\
&\times \{Y_a a/m + (V^2/(R+H)-g)\cos Q\}/(V^2 \cos^3 Q). \quad (8)
\end{aligned}$$

Если существует такое управляющее воздействие a , при котором $dH = dH^*$, $dH' = dH^{*'}$, $dH'' = dH^{*''}$, то подставив в выражение (8) вместо dH'' и dH' их программные значения $dH^{*''}$, $dH^{*'}$ в которых величины $C_1 \exp(l_1 c)$ и $C_2 \exp(l_2 c)$ выражены через параметры движения dH и dH'

$$C_1 \exp(l_1 c) = (l_2 dH - dH') / (l_2 - l_1); \quad C_2 \exp(l_2 c) = -(l_1 dH - dH') / (l_2 - l_1), \quad (9)$$

получим :

$$\begin{aligned}
&(l_1 + l_2 + 2/(c+1))dH' - l_1 l_2 dH = \\
&= (dL_0/(c+1)^2)^2 \{Y_a a/m + (V^2/(R+H)-g)\cos Q\}/(V^2 \cos^3 Q). \quad (10)
\end{aligned}$$

Решив уравнение (10) относительно управляющего параметра a получим выражение для вычисления программного значения угла атаки:

$$\begin{aligned}
a^* &= \{[(l_1 + l_2 + 2/(c+1))dH' - l_1 l_2 dH] [(c+1)^2/dL_0]^2 V^2 \cos^3 Q - \\
&- (V^2/(R+H)-g) \cos Q\} m/Y_a. \quad (11)
\end{aligned}$$

Выражение (11) можно представить в виде двух слагаемых $a^* = a_1^* + a_2^*$, где:

$$\begin{aligned}
a_1^* &= \{2/(c+1)dH' [(c+1)^2/dL_0]^2 V^2 \cos^3 Q - \\
&- a_2^* (V^2/(R+H)-g)\cos Q\} m/Y_a; \quad (12)
\end{aligned}$$

$$a_2^* = [(l_1 + l_2)dH' - l_1 l_2 dH] [(c+1)^2/dL_0]^2 V^2 \cos^3 Q m/Y_a. \quad (13)$$

Первое слагаемое a_1^* обеспечивает формирование управляющего воздействия, которое компенсирует влияние нелинейных членов дифференциального уравнения (8) на движение КЛА, а второе слагаемое a_2^* обеспечивает формирование управляющего воздействия, которое заставляет скомпенсированную систему двигаться по заданной траектории .

Подставив выражение (11) в (8), получим замкнутую систему. Замкнутая система описывается линейным однородным дифференциальным уравнением 2 - го порядка с постоянными коэффициентами, при выполнении условия идеальной компенсации

$$dH'' - (I_1 + I_2) dH' + I_1 I_2 dH = 0. \quad (14)$$

Отсюда следует, что $dH(c)$ как решение этого уравнения в точности совпадает с выражением (3) для $dH^*(c)$.

Вычисление программного значения угла атаки по выражению (11) предполагает наличие в системе управления цифрового вычислителя, который по измеряемым параметрам движения КЛА, решает навигационную задачу и вычисляет $L, H, c, dH, dH', V, Q, g, Y_a$. Поэтому формирование программы осуществляется на основе обратной связи. Параметры I_1, I_2 задаются полетным заданием для каждого вида маневра.

Техническая реализация инерциального управления КЛА требует задавать программное значение угла тангажа x^* , которое может быть вычислено по выражению:

$$x^* = Q^* + a^*. \quad (15)$$

Выражение для расчета программного значения угла наклона траектории Q^* получим, разделив dH' на dL' и подставив вместо dH' программное значение dH^*

$$Q^* = \text{arctg}\{dH^*/dL'\} = \\ = \text{arctg}\{ - (c + 1)^2/dL_0[I_1 C_1 \exp(I_1 c) + I_2 C_2 \exp(I_2 c)]\}. \quad (16)$$

Выражения (14), (15), (16) определяют гибкую программу для управляющих параметров. Гибкость программы заключается в том, что программные значения управляющих параметров формируются по вычисленным в навигационном алгоритме параметрам движения КЛА. Представленные законы управления получены для случая, когда имеется полная информация о структуре и параметрах объекта. При заданных значениях коэффициентов закона управления I_1, I_2 вариации начальных условий не влияют на точность реализации конечных условий движения. В этом смысле полученный закон управления является инвариантным к начальным условиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. - М.: Наука, 1988. - 328 с.
