

ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА РАЗРЯДОВ ВНУТРЕННИХ РЕГИСТРОВ ОПТИМАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

д.т.н., проф. Ю.А. Абрамов, к.т.н. С.В. Говаленков, С.А. Сериков

Рассматривается методика оценки минимально - необходимого количества разрядов внутренних регистров оптимального цифрового фильтра гравиметра при выполнении измерений ускорения силы тяжести в условиях подвижного основания.

В [1] была получена математическая модель оптимального аналогового фильтра, предназначенного для выделения полезного сигнала на фоне помех при выполнении гравиизмерений на подвижном основании. Представив данный фильтр в виде параллельного соединения субфильтра первого порядка и двух субфильтров второго порядка можно получить оптимальный линейный дискретный фильтр, используя билинейное преобразование и приняв период дискретизации входного сигнала равным $T = 0,0125$ с.

Для оценки минимально - необходимого количества разрядов внутренних регистров рассмотрим линейную шумовую модель проектируемого ЦФ, в которой нелинейности квантования результатов умножений заменены источниками аддитивных шумов $e_k(nT)$, где $k = \overline{1, 12}$. При этом каждый субфильтр представим в канонической форме, которая содержит наименьшее число элементов задержки.

Предположим, что разрядности всех регистров кроме входного одинаковы. В этом случае

$$\max_{n \geq 0} |e_k(nT)| = \text{const} = e_m(nT), \quad k = \overline{1, 12} \quad (1)$$

Оценка диапазона изменения составляющей выходного шума, обусловленной квантованием результатов умножений может быть получена из выражения

© д.т.н., проф. Ю.А. Абрамов, к.т.н. С.В. Говаленков, С.А. Сериков, 1998

$$\max_{n \geq 0} |e_{\text{мв}}(nT)| \leq \max_{n \geq 0} |e_m(nT)| \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} |h_1(nT)| + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_2(nT)| + \right. \\ \left. + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_3(nT)| + 7 \right), \quad (2)$$

где $h_1(nT)$, $h_2(nT)$, $h_3(nT)$ - импульсные характеристики субфильтров.

Поскольку амплитуда произвольной гармоники ДПФ составляющей выходного шума $e_{\text{мв}}(nT)$ не превышает величины $\max |e_{\text{мв}}(nT)|$ при $n > 0$, для обеспечения требований, предъявляемых к АЧХ ЦФ, с учетом собственных шумов, должно выполняться соотношение

$$\max_{n \geq 0} |e_m(nT)| \cdot \left(\sum_{n=0}^{\infty} |h_1(nT)| + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_2(nT)| + \right. \\ \left. + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_3(nT)| + 7 \right) \leq \Delta A_m \cdot \Delta g_{\text{max}}, \quad (3)$$

где $\Delta A_m = 0,0005$ - максимально - допустимые эквивалентные искажения АЧХ за счет собственных шумов ЦФ; $\Delta g_{\text{max}} = 10^{-3} \text{ м/с}^2$ - максимальное значение полезного сигнала на выходе гравиметра при выполнении относительных измерений ускорения силы тяжести на подвижном основании [1].

При выполнении гравиизмерений на подвижном основании основное возмущающее воздействие, представляющее собой вертикальную составляющую ускорений основания (Z''), обусловленных микропрофилем опорной поверхности, значительно превышает величину полезного сигнала.

Учитывая, что при движении основания его ускорения имеют нулевое математическое ожидание, при нормировании входного сигнала можно принять в качестве его максимального значения величину

$$Z''_{\text{max}} = 3 \cdot \sigma_{z''}, \quad (4)$$

где $\sigma_{z''} = (0,1 - 2,0) \text{ м/с}^2$ - среднее квадратичное значение вертикальной составляющей ускорений основания, обусловленных микропрофилем опорной поверхности [1].

Если обозначить количество разрядов, используемое для фиксации дробной части кодов, через $L_{мд}$, то в случае нормирования входного сигнала ЦФ к единице, диапазон изменения амплитуды шума квантования $e_m(nT)$ может быть получен из следующего выражения

$$\max_{n \geq 0} |e_m(nT)| \leq \frac{1}{\eta} \cdot 2^{-L_{мд}} \cdot Z''_{\max}, \quad (5)$$

где $\eta=1$, если квантование производится методом усечения; $\eta=2$, если квантование производится методом округления.

Из (3) и (5) следует расчетная формула для разрядностей зон регистров ЦФ, фиксирующих дробную часть кодов

$$L_{мд} = \text{int} \left(\log_2 \left(\frac{Z''_{\max}}{\Delta g_{\max}} \cdot \frac{R}{\eta \cdot \Delta A_m} \right) \right), \quad (6)$$

где $R = \sum_{n=0}^{\infty} |h_1(nT)| + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_2(nT)| + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_3(nT)| + 7$.

В выражении (6) **int (B)** означает наименьшее целое число, не меньшее, чем число **B**.

Для определения необходимой разрядности зон регистров ЦФ, фиксирующих целую часть кодов ($L_{мц}$), проведем оценку диапазона изменения сигнала в каждом из субфильтров.

Величина диапазона изменения сигнала в субфильтре $W_j(Z)$, ($j = \overline{1, 3}$) может быть получена из следующего выражения

$$\max_{n \geq 0} |v_j(nT)| \leq Z''_{\max} \cdot \max_{i=0,1,\dots} (r_{j,i}, 1) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |f_j(nT)|, \quad (7)$$

где $r_{j,i}$ - i - й коэффициент субфильтра $W_j(Z)$; $f_j(nT)$ - импульсная характеристика рекурсивной части субфильтра $W_j(Z)$.

Количество разрядов зон регистров субфильтров, фиксирующих целую часть кодов, обеспечивающее отсутствие переполнений, определяется выражением

$$L_{mльj}^{\otimes} = \text{int} \left(\log_2 \left(\max_{n \geq 0} |v_j(nT)| \right) \right) . \quad (8)$$

Учитывая, что входной сигнал фильтра нормирован так, что $Z''_{\max} = 1$, из выражения (8) с учетом (7), получим:

$$L_{mц1}^{\otimes} = 13 ; L_{mц2}^{\otimes} = L_{mц3}^{\otimes} = 28 . \quad (9)$$

Для обеспечения приемлемого соотношения сигнал/шум в каждом из субфильтров $W_j(Z)$, ($j = 1, 3$) и исключения переполнений регистров фильтра примем количество разрядов, отводимое под целую часть кодов, равным

$$L_{mц} = 13 , \quad (10)$$

и введем в структурную схему второго и третьего субфильтров масштабные множители $K_{jвх}$ и $K_{jвых}$.

Значения масштабных множителей выберем таким образом, чтобы сигналы в любой точке фильтра $v_i(nT)$ были пронормированы к значению

$$v_n = 2^{L_{mц}} . \quad (11)$$

Для выполнения условия нормирования (11) необходимо, чтобы для масштабных множителей на входах субфильтров выполнялось условие

$$K_{jвх} \leq \frac{v_n}{\max_{L_n \geq 0} |v_{Lj}(nT)|} , \quad (12)$$

а для того, чтобы АЧХ субфильтров осталась неизменной.

$$\mathbf{K}_{j_{\text{ВЫХ}}} = \mathbf{K}_{j_{\text{ВХ}}}^{-1} . \quad (13)$$

Для упрощения программной либо аппаратной реализации ЦФ значение масштабных множителей выбираются равными $2^{\mathbf{X}}$, где $\mathbf{X}=\pm 1, \pm 2, \pm 3...$ Тогда из выражения (12) следует

$$\mathbf{K}_{j_{\text{ВХ}}} = 2^{\mathbf{X}_j}, \quad (14)$$

где
$$\mathbf{X}_j = L_{\text{мц}} - \text{int} \left(\log_2 \left(\max_{i=0,1,\dots} (r_{j,i}, 1) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |f_j(nT)| \right) \right) . \quad (15)$$

Поскольку масштабные множители $\mathbf{K}_{j_{\text{ВХ}}}$ учитываются в схеме ЦФ до места ввода аддитивных шумов $\mathbf{e}_k(nT)$ ($k = 1, 12$), в качестве импульсных характеристик субфильтров, входящих в выражение (2) следует использовать импульсные характеристики вида

$$\mathbf{h}_j^{\otimes}(nT) = \mathbf{K}_{j_{\text{ВЫХ}}} \cdot \mathbf{h}_j(nT) . \quad (16)$$

Таким образом, выражение (6) для разрядностей зон регистров ЦФ, фиксирующих дробную часть кодов, примет следующий вид

$$L_{\text{мд}} = \text{int} \left(\log_2 \left(\frac{Z_{\text{max}}''}{\Delta g_{\text{max}}} \cdot \frac{\mathbf{R}^{\otimes}}{\eta \cdot \Delta A_{\dots}} \right) \right) , \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{\otimes} = & \sum_{n=0}^{\infty} |h_1(nT)| + 2 + \mathbf{K}_{2_{\text{ВЫХ}}} \cdot \left(2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_2(nT)| + 3 \right) + \\ & + \mathbf{K}_{2_{\text{ВЫХ}}} \cdot \left(2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |h_3(nT)| + 2 \right) \end{aligned}$$

Зависимость величины $\Delta A_{\text{м}}$ от количества разрядов зоны дробной части внутренних регистров ЦФ при значении $L_{\text{мд}}=35...45$, полученная согласно выражению (17), приведена на рис.1. Исследование оптимального цифрового фильтра гравиметра с использованием полученных результатов позволяет сделать вывод, что, для обеспечения заданной

точности измерения ускорения силы тяжести в условиях подвижного основания, необходимо обеспечить не менее 43 двоичных разрядов в представлении дробной части кодов промежуточных результатов вычислений. При этом предполагается, что промежуточные результаты вычислений квантуются методом усечения, что обеспечивает большее быстродействие, чем при выполнении округления.

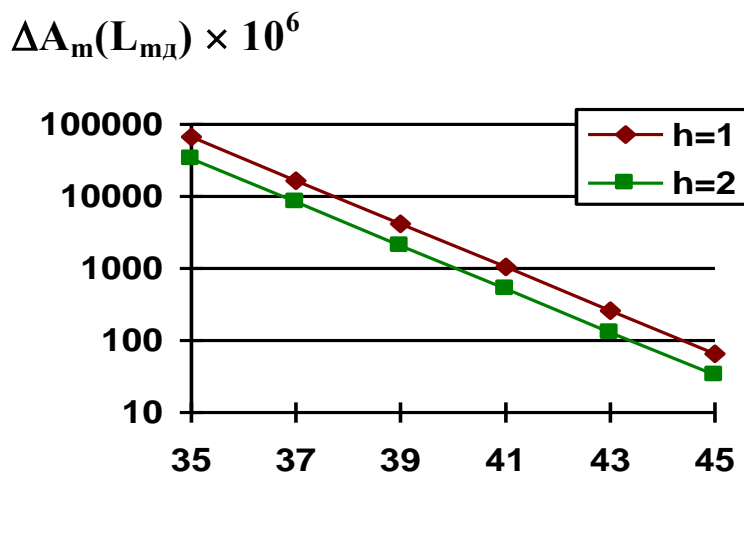


Рисунок 1 - Эквивалентные искажения АЧХ, обусловленные внутренними шумами ЦФ

Масштабирующие множители, введенные в структурную схему ЦФ, должны иметь, при этом, следующие значения:

$$K_{2ВХ} = K_{3ВХ} = 2^{-15} ; K_{2ВЫХ} = K_{3ВЫХ} = 2^{15} , \quad (18)$$

что позволит обеспечить отсутствие переполнений регистров и оптимальное соотношение сигнал/шум.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.А., Сериков С.А. Синтез математических моделей оптимальных фильтров нижней частоты. // Системы управления и связи. - Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1996. - С. 128 - 139.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978. - 848 с.