УДК 681.3

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ АДАПТИВНЫХ САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

к.т.н. Богатов О.И.
(представил д.т.н. Г.А. Поляков)

Предлагается методика расчета показателей надежности адаптивных самоорганизующихся вычислительных комплексов (АСВК).

Рассмотрим следующую стратегию тестирования. С точки зрения операционной системы (ОС) и временной параллельной граф - схемы (ВПГС) функциональный блок АСВК [1] типа l может находится в четырех состояниях: работа, резерв, сбой, отказ. В рабочем состоянии блок непрерывно контролируется системой скользящего дублирования и при физическом отказе или сбое немедленно переводится в состояние сбоя. В состоянии резерва блок контролируется частичным тестом (ЧТ), в случае выявления физического сбоя переводится в состояние сбоя.

Стратегия отражена с помощью графа состояний, показанного на рис. 1. Переходы между состояниями работы и резерва определяются ВПГС, ОС. Поскольку тесты неполны, возможен возврат в резервное состояние сбойного или отказавшего блока (переходы 2 - 1, 9 - 8).

Будем считать, что случайные величины, характеризующие поведение элементов рассматриваемой системы, независимы и имеют экспоненциальное распределение с постоянными параметрами, поэтому ее поведение можно описать с помощью однородной марковской цепи [2].

Для вероятностей состояния, показанных на рис.1, запишем систему дифференциальных уравнений :

$$P_0'(t) = -\mu_{02} P_0(t) + \mu_{10} P_1(t) + \mu_{40} P_4(t);$$
$$P_1'(t) = -(\mu_{12} + \mu_{15} + \mu_{10}) P_1(t) + \mu_{51} P_5(t) + \mu_{21} P_2(t);$$
$$P_2'(t) = -(\mu_{23} + \mu_{21} + \mu_{26}) P_2(t) + \mu_{02} P_0(t) + \mu_{12} P_1(t) + \mu_{62} P_6(t);$$
$$P_3'(t) = -\mu_{35} P_3(t) + \mu_{23} P_2(t);$$
$$P_4'(t) = -(\mu_{40} + \mu_{47} + \mu_{45}) P_4(t)\,) + \mu_{54} P_5(t);$$
$$P_5'(t) = -(\mu_{58} + \mu_{54} + \mu_{51}) P_5(t) + \mu_{45} P_4(t) + \mu_{15} P_1(t) +$$

$$+ \mu_{35}\, P_3(t) + \mu_{65}\, P_6(t) + \mu_{105}\, P_{10}(t);$$
$$P_6'(t) = -(\mu_{65} + \mu_{69} + \mu_{62})\, P_6(t) + \mu_{26}\, P_2(t);$$
$$P_7'(t) = -\mu_{79}\, P_7(t) + \mu_{47}\, P_4(t) + \mu_{87}\, P_8(t);$$
$$P_8'(t) = -(\mu_{89} + \mu_{87})\, P_8(t) + \mu_{58}\, P_5(t) + \mu_{98}\, P_9(t);$$
$$P_9'(t) = -(\mu_{910} + \mu_{98})\, P_9(t) + \mu_{69}\, P_6(t) + \mu_{89}\, P_8(t) + \mu_{79}\, P_7(t);$$
$$P_{10}'(t) = -\mu_{105}\, P_{10}(t) + \mu_{910}\, P_9(t)$$

с н. у. $P_4(0) + P_5(0) = 1$, с условиями нормировки $\sum_{i=1}^{10} P_i(t) = 1, \quad t \geq 0.$

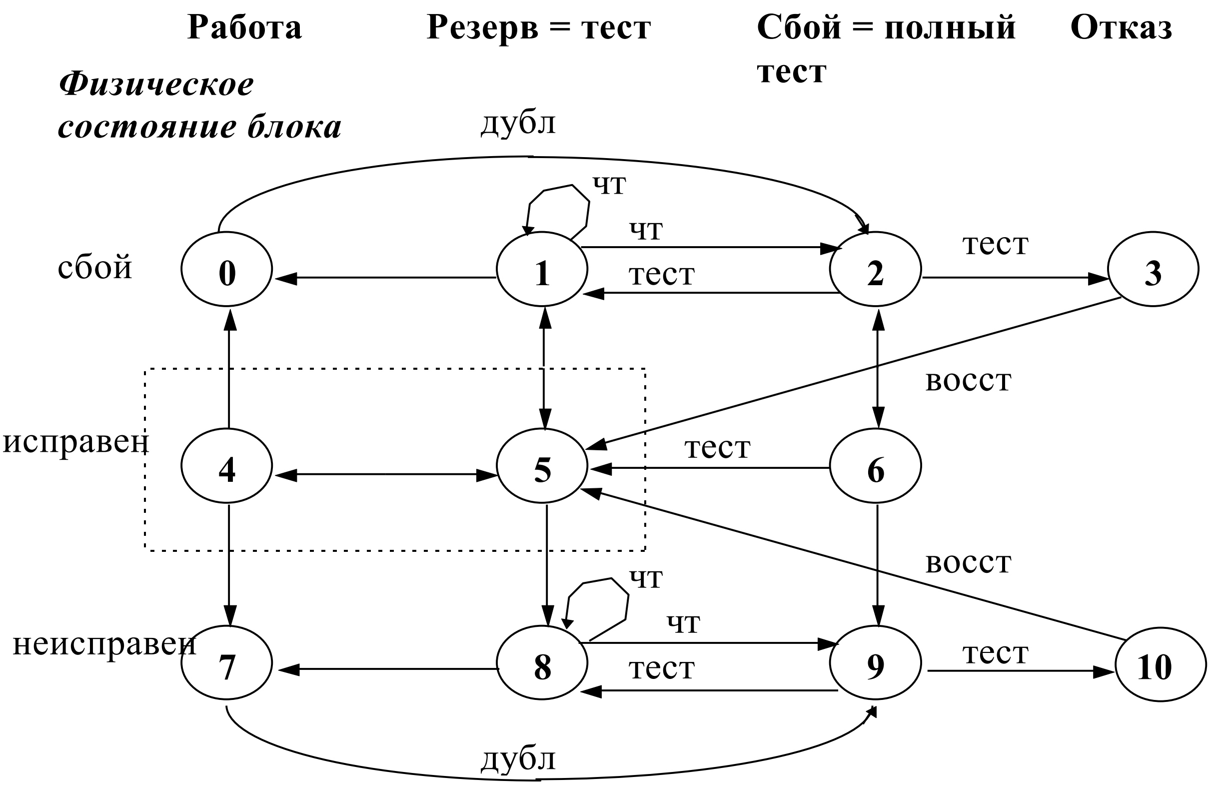

Рисунок 1 - Состояние блока с точки зрения ОС, ВПГС

Разделим все состояния блока на две группы: блок исправен физически и работоспособен (в состоянии работы или резерва), и блок неисправен или неработоспособен (рис.2). Для макросостояний запишем систему уравнений $P_и'(t) = -\lambda\, P_и(t) + \beta\, P_н(t)$, $P_н'(t) = -\beta\, P_н(t) + \lambda\, P_и(t)$, при начальных условиях $P_и(0)=1$, $P_н(0)=0$. Здесь $P_и(t) = P_4(t)+P_5(t)$, $P_н(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_6(t) + P_7(t) + P_8(t) + P_9(t) + P_{10}(t)$, $\lambda = \mu_{40} + \mu_{51} + \mu_{47} + \mu_{58}$, $\beta = \mu_{15} + \mu_{35} + \mu_{65} + \mu_{105}$. Для устойчивой работы необходимы условия $\mu_{35} = \mu_{23}$, $\mu_{910} = \mu_{105}$, т.е. $\mu_{35} = \mu_{23} = \gamma_т / T_т$,

$\mu_{105} = \mu_{910} = \gamma_т / T_т$, где $\gamma_т$ - полнота теста, $T_т$ - его длительность. Интенсивность возврата в резерв $\mu_{65} = 1 / T_т$.

Интенсивность сбоев и отказов блока принимаем

$$\mu_{сб} = \sum_{i=1}^{z} \mu_{сб\ i}\ ,\quad \mu_{отк} = \sum_{i=1}^{z} \mu_{отк\ i}\ ,$$

где z - количество элементов в блоке, $\mu_{сб\ i}$ - интенсивность сбоев i - го элемента, $\mu_{отк\ i}$ - интенсивность отказов i - го элемента.

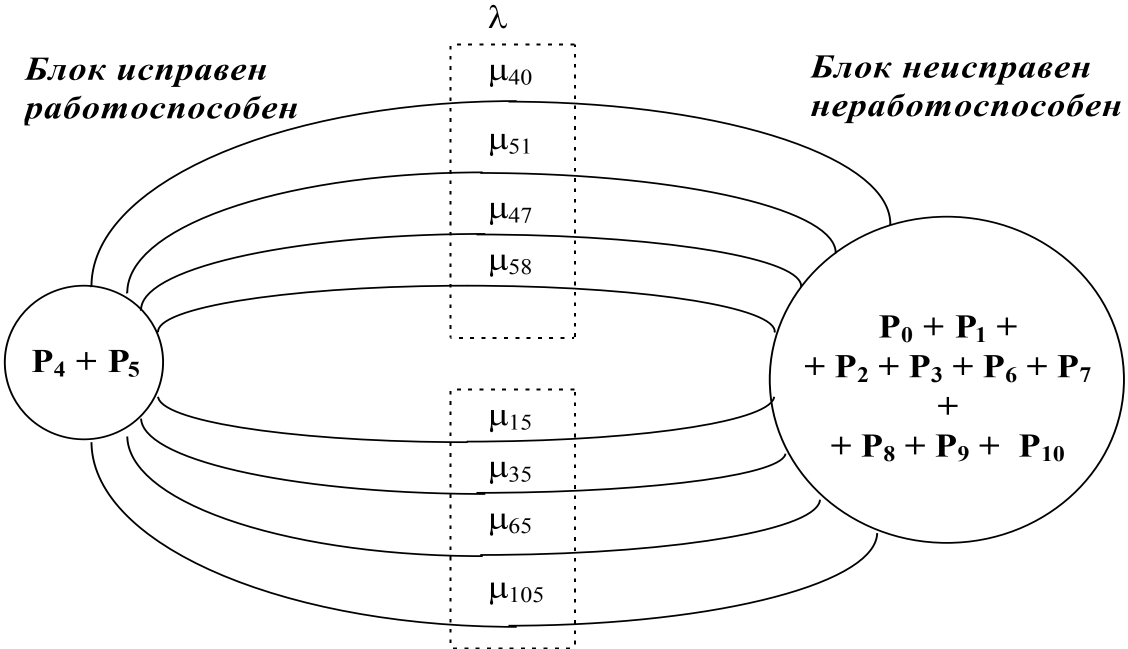

Рисунок 2 - Граф макросостояний блока

Для всех N блоков типа l марковский граф описывается процессом рождения и гибели:

$$P_0'(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_1 P_1(t);$$

$$P_j'(t) = -\lambda_{j-1} P_{j-1}(t) - (\lambda_j + \mu_j) P_j(t) + \mu_{j+1} P_{j+1}(t);$$

$$P_n'(t) = \lambda_{n-1} P_{n-1}(t) - \mu_n P_n(t),$$

при начальных условиях $P_0(0) = 1$, $P_j(0) = 0$, $j = 1, \ldots, n$.

Тогда вероятность того, что исправно не менее, чем $N - n + 1$ блоков типа 1, $P_l = \sum_{j=0}^{n-1} P_j$, где P_j - стационарная вероятность j - го состояния для блоков типа 1. Стационарные вероятности состояний P_j [2] получаются: $P_j = \prod_{i=1}^{j} (\lambda_{i-1}/\mu_i)\ P_0$, $\quad P_0 = [1 + \sum_{k=1}^{n} \prod_{i=1}^{k} (\lambda_{i-1}/\mu_i)]^{-1}$.

Для процессора в целом вероятность безотказной работы

$$P = \prod_{l=1}^{S} P_l = \prod_{l=1}^{S} \{\sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^{j} (\lambda_{i-1}/\mu_i) + 1)[1 + \sum_{k=1}^{n} \prod_{i=1}^{k} (\lambda_{i-1}/\mu_i)]^{-1}\} =$$

$$= \prod_{l=1}^{S} \{\sum_{j=1}^{n_l-1} \prod_{i=1}^{j} (((N_l - i + 1)\lambda_l / \beta_l) + 1)[1 + \sum_{k=1}^{n_l} \prod_{i=1}^{k} (((N_l - i + 1)\lambda_l / \beta_l)]^{-1}\}$$

где $\mathbf{S}$ - число блоков в процессоре, $\mathbf{n_l = M_l - N_l + 1}$, $\mathbf{M_l}$ - минимальное число блоков типа $\mathbf{l}$, обеспечивающее работу процессора, $\mathbf{N_l}$ - число блоков типа $\mathbf{l}$, $\mathbf{Z_l}$ - количество элементов в блоке типа $\mathbf{l}$:

$$\lambda_l = 2\mu_{\text{сб}l} + 2\mu_{\text{отк}l} = 2\sum_{i=1}^{Z_l} (2\mu_{\text{сб}i} + 2\mu_{\text{отк}i}),$$

$$\beta_l = \mu_{\text{сб}l} + 2\gamma_{T_l} / T_{T_l} + 1/T_{T_l} = \sum_{i=1}^{Z_l} \mu_{\text{сб}l} + 2\gamma_{T_l} / T_{T_l} + 1/T_{T_l}.$$

.

Таким образом, для оценки надежности адаптивного процессора при проектировании его тестового обеспечения может быть применена следующая методика.

1. На основе выбранной стратегии тестирования и алгоритма работы ОС, ВПГС строится граф состояний блоков процессора и получаются оценки зависимости вероятностей состояний и интенсивностей переходов от показателей тестирования и надежности элементов блока.

2. Выделяются подмножества состояний блоков, соответствующих требуемым показателям, оцениваются их вероятности и интенсивности переходов.

3. Оцениваются показатели надежности процессора в целом, учитывая резервирование.

4. В случае неудовлетворительности показателей надежности процессора варьируются характеристики тестирования (полноту, длину тестов). В случае неудачи переходим на следующий уровень (п.5).

5. Изменить стратегию тестирования (моменты подачи тестов, выбор видов тестов, принятие решений после обнаружения отказов или сбоев). В случае неудачи перейти на следующий уровень (п.6).

6. Изменяем алгоритмы резервирования в ОС, ВПГС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляков Г.А., Умрихин Ю.Д. Автоматизация проектирования сложных цифровых систем коммутации и управления. – М.: Радио и связь, 1988. - 186 с.

2. Кинг Д., Штонян Д. Методы теории массового обслуживания. – М.: Радио и связь, 1981. - 128 с.

УДК 621.324

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОПОЛОГИИ РЕГИОНАЛЬНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ

к.т.н. Г.А. Кучук
(представил проф. А.В. Королев)

Рассмотрен вариант решения задачи топологической оптимизации региональной вычислительной сети (РВС) на предпроектной стадии создания базовой сети передачи данных.

Обычно на предпроектной стадии создания базовой сети передачи данных РВС отсутствует подробная информация об интенсивности входных потоков, однако известны требования к надежности и затратам при ее функционировании. В этом случае необходимо решить задачу топологической оптимизации, в постановке которой не учитываются требования к информационным потокам, проходящим по сети.

Предположим, что РВС описывается графом $\mathbf{G_S}$ с булевой матрицей смежности $\mathbf{X = (x_{ij})_{n,n}}$, $\mathbf{i, j = \overline{1,n}}$, где $\mathbf{n}$ - количество узлов сети, а $\mathbf{x_{ij} = 1}$ только тогда, когда между узлами $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ установлена прямая линия связи для передачи данных. Булева матрица $\mathbf{Y = (y_{ij})_{n,n}}$ описывает варианты организации связи между узлами сети: $\mathbf{y_{ij} = 1}$, если используется выделенный канал связи с оплатой аренды в месяц в размере $\mathbf{a_{ij}}$, и $\mathbf{y_{ij}= 0}$, если передача данных организуется с почасовой оплатой общего канала в размере $\mathbf{b_{ij}}$. Пусть матрица $\mathbf{T = (t_{ij})_{n,n}}$ описывает предполагаемую среднемесячную загрузку (в часах) каналов РВС, матрица $\mathbf{C = (c_{ij})_{n,n}}$ - весовые коэффициенты каналов, определенные методом экспертных оценок [1], булева матрица $\mathbf{D = (d_{ij})_{n,n}}$ - отсутствие возможности прямой связи между узлами, булева матрица $\mathbf{E = (e_{ij})_{n,n}}$ - необходимость выделенного канала связи. В данных обозначениях задача топологической оптимизации РВС формулируется следующим образом.

Найти граф $\mathbf{G_S^{opt}}$ с матрицей смежности $\mathbf{X^{opt}}$ и матрицей организации связей $\mathbf{Y^{opt}}$, при котором минимальна сумма

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{c_{ij}x_{ij}(a_{ij}y_{ij} + b_{ij}t_{ij}(1 - y_{ij}))} \qquad (1)$$

с учетом следующих ограничений:

- по возможности прямой связи $\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{d_{ij}x_{ij} = 0}\right)$;

- по необходимым выделенным каналам $\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{l_{ij}(1 - x_{ij}) = 0}\right)$;

- по $\boldsymbol{l}$-кратному дублированию маршрутов передачи данных (т.е. граф $\mathbf{G_S^{opt}}$ должен быть $\boldsymbol{l}$-связен);

- по длинам кратчайших и обходных маршрутов графа $\mathbf{G_S^{opt}}$ [2].

Третье и четвертое ограничения вышеописанной задачи не позволяют решить ее стандартными методами дискретного программирования для РВС большой размерности. Однако при ослаблении ограничений довольно просто получить нижнюю оценку суммы [1].

Вместо третьего условия связности введем необходимое условие $\sum_{i} \mathbf{x_{ij}} \geq \boldsymbol{l}$, а вместо четвертого - $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \mathbf{x_{ij} = 2M}$ (условие точного числа ребер графа $\mathbf{G_S^{opt}}$ - $\mathbf{M}$). Тогда задача нахождения нижней оценки формулируется следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{c_{ij}x_{ij}\,(a_{ij}y_{ij}+b_{ij}t_{ij}\,(1-y_{ij}))\to min}\ ,$$

при $$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{l}_{\mathbf{ij}}\mathbf{(1-x_{ij})=0;}\qquad \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{d_{ij}x_{ij}=0;} \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\mathbf{x_{ij}=2M;}\qquad \sum_{i=1}^{n}\mathbf{x_{ij}}\ge \boldsymbol{l}\mathbf{;}\quad \mathbf{i,j=\overline{1,n}.}$$

Для ее решения предлагается использовать следующий алгоритм.

Шаг1. Преобразование элементов стоимостных матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{(a_{ii}=\infty\wedge b_{ii}=\infty)\wedge(d_{ij}=0\Rightarrow a_{ij}=b_{ij}=\infty)},\quad \forall\mathbf{i,j=\overline{1,n}}.$$

Шаг2. Построчная ранжировка элементов матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ с учетом $\mathbf{E}$.

Шаг3. Формирование построчных сумм $\mathbf{S_i^{(1)}}$ $\boldsymbol{l}$ первых элементов отранжированных матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, получение $\mathbf{S^{(1)}=\sum_{i=1}^{n}S_i^{(1)}}$.

Шаг4. Ранжируются оставшиеся $\mathbf{2(n^2}$ - $\boldsymbol{l}\mathbf{n})$ элементов, из полученной строки выбираются и суммируются первые $\boldsymbol{l}\mathbf{n}$ элементов ($\mathbf{S^{(2)}}$).

Шаг5. Вычисляется нижняя оценка стоимости $\mathbf{S^{(M)}=(S^{(1)}+S^{(2)})/2}$.

Данный алгоритм позволяет на несколько порядков сократить число переборов при решении (1) последовательным просмотром только $\boldsymbol{l}$ - связных графов, имеющих ровно $\mathbf{M}$ ребер [3], с параллельным сравнением оптимального значения стоимости с нижней оценкой $\mathbf{S^{(M)}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прикладная математика. Основы теории принятия решений // Под ред. В.М. Бильчука. - Харьков: ХВУ, 1994. - 40 с.

2. Eager D.L., Sevcik K.C. Bound Hierar-chies for Multiple - Class Queueing Networks // J.ACM. - 1986. - Vol.33, №1. - P. 179 - 206.

3. Федотов Е.В. Алгоритм генерации помеченных графов с заданными свойствами // 11 Всесоюзная школа – семинар по вычислительным сетям. Сб. научн. тр. – М.: АН СССР, 1986.- С. 52 – 54.