

О КОМБИНАТОРНО - ГРУППОВОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

К. Ю. Дергачев
(представил к.т.н., проф. Прокопов В.А.)

В статье предложен новый комбинаторно - групповой подход к решению задачи планирования эксперимента. Сформулирована постановка задачи поиска оптимального плана эксперимента при большом количестве факторов.

Анализ известных методов решения задач планирования эксперимента показал, что несмотря на высокую эффективность, применение его имеет ограниченные возможности. Это обусловлено тем, что в настоящее время отсутствует общий подход к решению этого класса задач, позволяющий на основании технического задания на проведение эксперимента решить во взаимосвязи весь комплекс проблем для достаточно большого числа факторов и обеспечивающий высокую эффективность проведения эксперимента по заданным критериям.

В связи с этим был разработан новый комбинаторно - групповой подход к решению задач планирования эксперимента, включающий в себя следующие методы: определения минимального числа экспериментов, генерации перспективных вариантов построения матрицы планирования эксперимента, выбора оптимального варианта; а также эффективное алгоритмическое обеспечение для решения указанных задач и программное обеспечение, позволяющее автоматизировать процесс решения задач оптимального выбора и проведения эксперимента.

Рассмотрим сущность предлагаемого подхода и методы решения указанных выше задач.

Первым этапом при проведении многофакторного эксперимента является оценка количества требуемых опытов. На основании анализа свойств матрицы планирования эксперимента и способов введения дополнительных факторов при наличии несущественных взаимодействий разработан новый подход к оценке количества требуемых опытов.

© К. Ю. Дергачев, 1998

Пусть P - количество факторов, S - количество существенных взаимодействий, N - количество опытов. Тогда справедлива следующая теорема.

Легко показать, что минимальное количество опытов N , необходимых для проведения P - факторного эксперимента при S существенных взаимодействиях определяется следующим соотношением:

$$N = 2^{\lceil \log_2 (s+p+1) \rceil}$$

где $\lceil \dots \rceil$ - ближайшее целое, не меньшее, чем значение в скобках.

При $S = 0$ и $P = 2^Z - 1$ матрица планирования эксперимента представляет собой матрицу планирования эксперимента для насыщенного дробного факторного эксперимента вида $2^P - (P - Z)$, т.е. соответствует рассмотрению $1/2^{P-Z}$ реплики от 2^P опытов.

Действительно,

$$n = \lceil \log_2 (0 + 2^Z - 1 + 1) \rceil = Z$$

А при

$$S = 2^P - P - 1$$

матрица планирования эксперимента представляет собой матрицу планирования эксперимента для полного P - факторного эксперимента.

Тогда

$$n = \lceil \log_2 (2^P - P - 1 + P + 1) \rceil = P.$$

Как отмечалось выше, широкое применение метода планирования эксперимента сдерживается рядом ограничений, которые налагаются при решении задач. Одним из основных является пренебрежение стоимостью проведения эксперимента, т.е. положение о равноценности опытов. Однако, опыты, в большинстве случаев, не являются равноценными. Так, например, наиболее часто встречаемые факторы: температура, давление, время реакции, концентрация реагирующих веществ и др. требуют различных затрат на изменение уровней, причем изменения значений даже одного фактора из состояния "+1" в состояние "-1" и из состояния "-1" в состояние "+1" имеют различные стоимости. Известно, что для охлаждения объекта на T градусов требуется значительно больше энергии, чем для нагрева на T градусов.

Следовательно, на стоимость реализации эксперимента существенное

влияние оказывает порядок чередования уровней изменения факторов. При активном эксперименте экспериментатор может менять значения факторов по заданной программе путем изменения порядка выполнения опытов, т.е. производя перестановку строк матрицы планирования эксперимента.

В общем случае, задача выбора оптимального плана многофакторного эксперимента может быть сформулирована следующим образом.

Пусть n - количество опытов; k - количество факторов; a_{ij} - значение i -го фактора в j -ом опыте; $s_{i,j}^{a_{i,j-1}, a_{i,j}}$ - стоимость изменения состояния i -го фактора в j -ом опыте; $V^{a_{i,1}}$ - стоимость установки i -го фактора в состояние j в первом опыте; S_0 - суммарная стоимость проведения многофакторного эксперимента; r - количество рассматриваемых перестановок;

$\Pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r\}$ - множество перестановок; тогда задачу выбора оптимального порядка проведения многофакторного эксперимента сформулируем следующим образом.

Найти в множестве перестановок Π перестановку π_t , такую, что

$$S_0 = \sum_{j=2}^k V_i^{a_{i,1}} + \sum_{j=2}^n \sum_{i=1}^k S_{i,j}^{a_{i,j-1}, a_{i,j}} \rightarrow \min .$$

Выводы:

1. В статье был предложен новый комбинаторно - групповой подход к решению задач планирования эксперимента.
2. Была сформулирована постановка задачи выбора оптимального плана многофакторного эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В. Планирование эксперимента в историческом аспекте // Информационные материалы Совета по "Кибернетике". - 1970. - № 8 (45). - С. 13.
2. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. О принятии решений в неформализованных ситуациях // Сб. научн. тр. "Методологические проблемы кибернетики". - 1970. - т. 2. - С. 32.