

## ПРИНЦИП ДЕКОДИРОВАНИЯ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ С КОНТРОЛЕМ ВЕРНОСТИ

к.т.н. С.И. Приходько  
(представил д.т.н., проф. В.И. Долгов)

Рассматривается процедура декодирования сверточных кодов на основе их алгебраической структуры с контролем качества декодирования.

Пусть задан сверточный  $(n_0, k_0)$  код с параметрами  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{n}_{ck}$  над полем  $\mathbf{GF}(2)$ , определенный обобщенноматричным многочленом  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  над полем  $\mathbf{GF}(2^m)$  [2]. Положим, что многочлен  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$  определяет "итоговый" порождающий многочлен, т.е. рассматриваемый сверточный код может иметь скорость как  $\mathbf{R} = \mathbf{1}/\mathbf{m}$ , так и  $\mathbf{R} = \mathbf{k}/\mathbf{m}$ .

Оптимизация характеристик такого сверточного кода возможна путем видоизменения многочлена  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ . Это позволит либо увеличить  $\mathbf{d}$  при фиксированном  $\mathbf{n}_{ck}$ , либо уменьшить  $\mathbf{n}_{ck}$  при фиксированном  $\mathbf{d}$ . Это конструктивные методы, основанные на определенной алгебраической структуре сверточных кодов [3].

В основе принципа алгебраического декодирования сверточных кодов лежит понятие синдрома  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  [1]. Синдром  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  является предпосылкой для определения алгоритма локализации и исправления ошибок. Кратность контролируемой ошибки определяется параметрами сверточного кода.

Изложенное позволяет в качестве пути повышения эффективности алгебраических сверточных кодов рассматривать контроль качества декодирования сверточных кодов на основе модификации контроля синдрома  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$ . Этот принцип, по сути, используется при каскадном кодировании.

Положительным эффектом этого является то, что появляется возможность оптимизации обобщенноматричных сверточных кодов без изменения структуры многочлена  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ . Назовем такие сверточные коды, допускающие декодирование с контролем верности, квазикаскадными алгебраическими сверточными кодами.

Процедура построения квазикаскадного сверточного кода состоит во введении дополнительного обобщенноматричного многочлена  $\mathbf{F}_g(\mathbf{x})$  над

соответствующим полем  $\mathbf{GF}(2^m)$  к структуре многочлена  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  над этим же полем  $\mathbf{GF}(2^m)$ . В формализованном виде это имеет вид:

$$\mathbf{F}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{F}_g(\mathbf{x}). \quad (1)$$

Значение параметра  $l$  выбирается в зависимости от  $\mathbf{deg F}(\mathbf{X})$ . Понятно, что  $l \geq \mathbf{deg F}(\mathbf{X})$ . Многочлен  $\mathbf{F}_g(\mathbf{x})$  в обобщенноматричной форме осуществляет контроль качества декодирования сверточного кода, определяемого многочленом  $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ . Следовательно, процедура квазикаскадного кодирования представлена в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{F}_k(\mathbf{x}) = \mathbf{T}_k(\mathbf{x}) &= \mathbf{M}(\mathbf{x})[\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{F}_g(\mathbf{x})] = \\ &= \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}_g(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$  – информационный многочлен над полем  $\mathbf{GF}(2)$ , подлежащий кодированию.

Процедура вычисления синдрома определяется как

$$\mathbf{T}_k(\mathbf{x}) + \mathbf{T}'_k(\mathbf{x}) = \mathbf{S}(\mathbf{x}), \quad (3)$$

где  $\mathbf{T}'_k(\mathbf{x})$  – проверочная последовательность, вырабатываемая декодером.

Обозначим через  $\mathbf{E}(\mathbf{x})$  и  $\mathbf{E}'(\mathbf{x})$  многочлены ошибок, возникающие в информационной и проверочной последовательностях соответственно.

Пусть  $\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}'(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ . Тогда синдром имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\mathbf{x}) &= [\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}_g(\mathbf{x})] + \mathbf{E}(\mathbf{x}) + [\mathbf{M}(\mathbf{x}) + \mathbf{E}'(\mathbf{x})] \mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \\ &+ [\mathbf{M}(\mathbf{x}) + \mathbf{E}'(\mathbf{x})] \mathbf{F}_g(\mathbf{x}) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что процедура введения много  $\mathbf{F}_g(\mathbf{x})$  члена в структуру обобщенноматричного многочлена  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  не оказывает влияния на общий алгоритм сверточного алгебраического кодирования при отсутствии ошибок.

Пусть теперь  $\mathbf{E}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}$ , а  $\mathbf{E}'(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ , тогда выражением для синдрома будет:

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = [\mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}_g(\mathbf{x})] + \mathbf{E}(\mathbf{x}) + \mathbf{M}(\mathbf{x})\mathbf{F}(\mathbf{x})\mathbf{x}^l + \mathbf{M}(\mathbf{x}) \mathbf{F}_g(\mathbf{x}). \quad (5)$$

Для случая  $E'(x) \neq 0$ , а  $E(x) = 0$ , синдром будет иметь вид:

$$S(x) = E'(x) F(x) x^l. \quad (6)$$

При  $E(x) \neq 0$ , и  $E'(x) \neq 0$ , синдром будет:

$$S(x) = [M(x)F(x)x^l + M(x)F_g(x)] + E(x) + M(x)F(x)x^l + \\ + E'(x)F(x)x^l + M(x)F_g(x) + E'(x) F_g(x). \quad (7)$$

Анализируя выражения (4), (5), (6), (7), можно сделать вывод, что при возникновении ошибок как в информационной, так и в проверочной последовательности  $T_k(x)$  и  $T'_k(x)$  вид синдрома будет отличаться от синдрома не квазикаскадного сверточного кода. Или иначе, многочлен  $F_g(x)$  в структуре обобщенноматричного сверточного кода вызывает "разрастание" синдрома  $S(x)$  при возрастании кратности ошибок, что и позволяет осуществлять контроль качества алгебраического декодирования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут – М.: Мир, 1986. – 576 с.
2. Приходько С.И. Принцип последовательного декодирования общепозиционных кодов // Системы обработки информации. – Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1998. С. 112 – 115.
3. Приходько С.И. Построение сверточных кодов // Информационные системы. Вып.1(9) - Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, – 1998. Вып. 1 (9) - С. 144 – 146.