УДК 621.32

ПОСТРОЕНИЕ РАСПИСАНИЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТОВ И ПРОГРАММ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.М. Митрахович, С.А. Губка
(представил проф. А.В. Королев)

Приведена графовая модель построения расписаний реализации проектов и программ сложных технических систем.

Выполнение комплексных программ создания сложных технических систем, включающих множество проектов создания отдельных видов таких систем, требует временной и ресурсной увязки действий различных организаций и их подразделений на всех этапах жизненного цикла для каждого проекта и для всей программы в целом. Каждая организация может быть задействована для выполнения работ по многим проектам программы. Планирование таких работ должно выполняться с особой тщательностью с целью наиболее рационального использования задействованных сил и средств. Модели теории расписаний [1,2] хорошо описывают объекты небольшой размерности и не всегда пригодны для решения сложных задач с большим числом ограничений, отражающих конфликтные ситуации различного характера, например, невозможность одновременного выполнения двух и более работ, необходимость согласования во времени действий разных организаций при выполнении проекта и т.д. Все вышесказанное требует разработки новых моделей, хорошо описывающих действия по планированию и выполнению комплексных программ. Одним из путей решения этой проблемы является использование графовых моделей [3], с помощью которых можно представить расписания выполнения работ.

Анализ существующих схем планирования и выполнения проектов сложных технических систем, исследование их структурных составляющих и характеристик позволили формализовано представить расписания реализации проектов в виде пространственно-временных графов.

Введем понятие пространственно - временного графа. Будем называть пространственно - временным графом ориентированный граф $\mathbf{G}$ с $\mathbf{p}$ вершинами (подразделения организаций, участвующих в выполнении проектов), заданными множеством $\mathbf{V = \{v_1, v_2, ..., v_p\}}$, и $\mathbf{q}$ ребрами (взаимосвязи работ внутри и между организациями), заданными множеством $\mathbf{W}=\{\mathbf{w}_1,\mathbf{w}_2,\dots,\mathbf{w}_q\}$.

Множество вершин состоит из двух непересекающихся подмножеств $\mathbf{V}^{\mathbf{A}} = \{\mathbf{v}_1^{\mathbf{A}}, \mathbf{v}_2^{\mathbf{A}}, \dots, \mathbf{v}_{\mathbf{p}_{\mathbf{A}}}^{\mathbf{A}}\}$, где не допускается увеличение времени выполнения работ по сравнению с заданным, и $\mathbf{V}^{\mathbf{n}} = \{\mathbf{v}_1^{\mathbf{n}}, \mathbf{v}_2^{\mathbf{n}}, \dots, \mathbf{v}_{\mathbf{p}_{\mathbf{n}}}^{\mathbf{n}}\}$, где допускается увеличение времени выполнения работ по сравнению с заданным, то есть

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{V}^{\mathbf{A}}, \mathbf{V}^{\Pi}\},\quad \mathbf{V}^{\mathbf{A}} \bigcap \mathbf{V}^{\Pi} = \varnothing,\quad \mathbf{p}_{\mathbf{A}} + \mathbf{p}_{\Pi} = \mathbf{p},\quad \mathbf{p}_{\mathbf{A}}, \mathbf{p}_{\Pi} \geq \mathbf{0}.$$

Каждой вершине $\mathbf{v}_{\mathbf{i}} \in \mathbf{V},\ \mathbf{i} = \overline{\mathbf{1},\mathbf{p}}$ поставим в соответствие некоторое множество временных интервалов (нормативное время выполнения работ),

$$\mathbf{B} = \left\{\mathbf{b}_1^{\mathbf{i}}, \mathbf{b}_2^{\mathbf{i}}, \dots, \mathbf{b}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}, \dots, \mathbf{b}_{\mathbf{k}_{\mathbf{i}}}^{\mathbf{i}}\right\},$$

где $\mathbf{b}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{i}} = \{\mathbf{N}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}, \mathbf{K}_{\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}\},\ \mathbf{j} = \overline{\mathbf{1},\mathbf{k}_{\mathbf{i}}}$.

Множество ребер состоит из двух непересекающихся подмножеств

$\mathbf{W}^{\mathbf{p}} = \{\mathbf{w}_1^{\mathbf{p}}, \mathbf{w}_2^{\mathbf{p}}, \dots, \mathbf{w}_{\mathbf{q}_{\mathbf{p}}}^{\mathbf{p}}\}$ (основные взаимосвязи работ) и

$\mathbf{W}^{\mathbf{x}} = \{\mathbf{w}_1^{\mathbf{x}}, \mathbf{w}_2^{\mathbf{x}}, \dots, \mathbf{w}_{\mathbf{q}_{\mathbf{x}}}^{\mathbf{x}}\}$ (дополнительные взаимосвязи работ), то есть

$$\mathbf{W} = \{\mathbf{W}^{\mathbf{p}}, \mathbf{W}^{\mathbf{x}}\},\quad \mathbf{W}^{\mathbf{p}} \bigcap \mathbf{W}^{\mathbf{x}} = \varnothing,\quad \mathbf{q}_{\mathbf{p}} + \mathbf{q}_{\mathbf{x}} = \mathbf{q},\quad \mathbf{q}_{\mathbf{p}}, \mathbf{q}_{\mathbf{x}} \geq \mathbf{0}.$$

Каждому ребру $\mathbf{w}_{\mathbf{i}} \in \mathbf{W}$ поставим в соответствие некоторый временной интервал (время на согласование и передачу выполненных работ) $\mathbf{r}^{\mathbf{i}} = [\mathbf{N}^{\mathbf{i}}, \mathbf{K}^{\mathbf{i}}]$.

Введем обозначение пространственно-временного графа $\mathbf{G}$ в виде следующей четверки параметров: $\mathbf{G}\{\mathbf{V}, \mathbf{B}, \mathbf{W}, \mathbf{R}\}$, где $\mathbf{V}$ - множество вершин, $\mathbf{B}$ - множество временных интервалов вершин, $\mathbf{W}$ - множество ребер, $\mathbf{R}$ - множество временных интервалов ребер.

Временной интервал $\boldsymbol{\beta} = [\mathbf{N}^{\boldsymbol{\beta}}, \mathbf{K}^{\boldsymbol{\beta}}]$ назовем обратным интервалу $\boldsymbol{\alpha} = [\mathbf{N}^{\boldsymbol{\alpha}}, \mathbf{K}^{\boldsymbol{\alpha}}]$, если $\mathbf{N}^{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{K}^{\boldsymbol{\alpha}}, \mathbf{K}^{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{N}^{\boldsymbol{\alpha}}$ и будем обозначать $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\alpha}^{-1}$.

Введем на множестве пространственно-временных графов операции объединения и пересечения.

Объединением графов $\mathbf{G}_1$ и $\mathbf{G}_2$ будем называть граф

$$G_3\{V_3,B_3,W_3,R_3\} = G_1\{V_1,B_1,W_1,R_1\} \cup_G G_2\{V_2,B_2,W_2,R_2\},$$

в котором множества $\mathbf{V_3}$, $\mathbf{B_3}$, $\mathbf{W_3}$, $\mathbf{R_3}$ определяются следующим образом:

1. $\mathbf{V_3} = (\mathbf{V_1} \cup \mathbf{V_2}) \setminus (\mathbf{V_1} \cap \mathbf{V_2})$.

2. $\mathbf{B_3^i} = (\mathbf{B_1^i} \cup \mathbf{B_2^i}) \setminus (\mathbf{B^i})^*$,

где $(\mathbf{B^i})^*$ - множество взаимообратных интервалов множеств $\mathbf{B_1^i}$ и $\mathbf{B_2^i}$, $\mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,p}}$ то есть, если $\mathbf{b_{1j}^i} \in \mathbf{B_1^i}, \mathbf{b_{2l}^i} \in \mathbf{B_2^i}$ и $\mathbf{b_{1j}^i} = (\mathbf{b_{2l}^i})^{-1}$, то $\mathbf{b_{1j}^i}, \mathbf{b_{2l}^i} \in (\mathbf{B^i})^*$. Между элементами $\mathbf{b_{3j}^i}$ множества $\mathbf{B_3^i}$ устанавливается отношение непосредственного предшествования.

3. $\mathbf{R_3} = (\mathbf{R_1} \cup \mathbf{R_2}) \setminus \mathbf{R^*}$, где $\mathbf{R^*}$- множество взаимообратных интервалов множеств $\mathbf{R_1}$ и $\mathbf{R_2}$, соответствующих одинаковым ребрам в $\mathbf{W_1}$ и $\mathbf{W_2}$, то есть, если

$$\mathbf{r_1^i} = [\mathbf{N_1^i}, \mathbf{K_1^i}] \in \mathbf{R_1},\ \mathbf{w_1^i} \in \mathbf{W_1},\ \mathbf{r_2^k} = [\mathbf{N_2^k}, \mathbf{K_2^k}] \in \mathbf{R_2},\ \mathbf{w_2^k} \in \mathbf{W_2},$$

$$\text{и } \mathbf{r_1^i} = (\mathbf{r_2^k})^{-1},\ \mathbf{w_1^i} = \mathbf{w_2^k}, \text{ то } \mathbf{r_1^i},\ \mathbf{r_2^k} \in \mathbf{R^*}.$$

Элементы множества $\mathbf{R_3}$ упорядочены в порядке неубывания начал интервалов, то есть $\mathbf{N^i} \le \mathbf{N^{i+1}}$, а при $\mathbf{N^i} = \mathbf{N^{i+1}}$ - в порядке неубывания концов интервалов, то есть $\mathbf{K^i} \le \mathbf{K^{i+1}}$.

4. $\mathbf{W_3} = (\mathbf{W_1} \cup \mathbf{W_2}) \setminus \mathbf{W^*}$, где $\mathbf{W^*}$ - множество ребер, временные интервалы которых принадлежат множеству $\mathbf{R^*}$, то есть, если $\mathbf{r_1^i}, \mathbf{r_2^k} \in \mathbf{R^*}$, то $\mathbf{w_1^i}, \mathbf{w_2^k} \in \mathbf{W^*}$.

Введем операцию пересечения графов.

Пересечением графов $\mathbf{G_1}$ и $\mathbf{G_2}$ будем называть граф

$$G_3\{V_3,B_3,W_3,R_3\} = G_1\{V_1,B_1,W_1,R_1\} \cap_G G_2\{V_2,B_2,W_2,R_2\},$$

в котором множества $\mathbf{V_3}$, $\mathbf{B_3}$, $\mathbf{W_3}$, $\mathbf{R_3}$ определяются следующим образом:

1. $\mathbf{V_3} = (\mathbf{V_1} \cup \mathbf{V_2}) \setminus (\mathbf{V_1} \cap \mathbf{V_2})$.

2. $\mathbf{B_3^i} = \varnothing$, $\mathbf{i} = \overline{\mathbf{1}, |\mathbf{V_3}|}$, где $|\mathbf{V_3}|$ - мощность множества $\mathbf{V_3}$.

3. Множества $\mathbf{W_3}$ и $\mathbf{R_3}$ определяются следующим образом:

а) формируется множество

$\mathbf{W^* = W_1^p \cup W_2^p}$ и соответствующее ему подмножество $\mathbf{R^* = R_1^p \cup R_2^p}$.

б) множество $\mathbf{R^*}$ упорядочивается в порядке возрастания начал интервалов, полученное упорядоченное множество обозначаем $\mathbf{R^y}$;

в) формируется множество $\mathbf{W^y}$ в соответствии с полученным множеством $\mathbf{R^y}$.

г) выбирается пара соседних элементов множества $\boldsymbol{R}^{\mathbf{y}}$ (и соответствующие элементы из множества $\mathbf{W^y}$):

$$\mathbf{r_1^y = \left[T_н^k, K_k^i\right], w_1^y = (\mu_1, \mu_2),}$$
$$\mathbf{r_{i+1}^y = \left[T_2^{i+1}, T_k^{i+1}\right], w_{i+1}^y = (\nu_1, \nu_2), i = \overline{1, \left|R^y\right| - 1};}$$

д) для выбранной пары элементов определяется элемент множества $\mathbf{w_i^x \in W^x}$ и $\mathbf{r_i^x \in R^x}$ на основании следующего правила:

$$\mathbf{w_1^x = (\mu_2, \nu_1)},$$

$$\mathbf{r_i^x} = \begin{cases} \mathbf{[0, D]}, \text{при}\ \mathbf{D < 0}, \\ \mathbf{[0,0]}, \text{при}\ \mathbf{\mu_2 = \nu_1 (D = 0)}, \\ \mathbf{\left[T_k^i, T_k^i + \Delta t^{\mu_2 \nu_1}\right]}, \text{при}\ \mathbf{D < 0} \end{cases}$$

где $\mathbf{D = T_n^{i+1} - T_k^i - \Delta t^{\mu_2 \nu_1}}$, $\mathbf{\Delta t^{\mu_2 \nu_1}}$ - длина ребра (μ_2, ν_1);

е) $\mathbf{W_3 = W_3^x}$, $\mathbf{R_3 = R_3^x}$.

Пространственно - временной граф, состоящий из упорядоченных во времени последовательно чередующихся вершинных и реберных компонент, для любых двух соседних компонент $\mathbf{E^i(N_1, K_1)}$ и $\mathbf{E^{lk}(N_2, K_2)}$ которого справедливо условие: $\mathbf{K_1 = N_2}$ при $\mathbf{i = l}$ или $\mathbf{N_1 = K_2}$ при $\mathbf{i = k}$, будем называть элементарным пространственно - временным графом.

Элементарный граф соответствует последовательности действий различных организаций (их подразделений) при выполнении отдельного проекта.

Пространственно-временные графы, тождественные преобразования, операции на графах, анализ их свойств позволил формально представить построение расписаний в виде формульной зависимости, называемой формулой псевдорасписания.

Реализация формулы псевдорасписания позволяет получить расписание (так называемое псевдорасписание), не удовлетворяющее в общем случае требуемым условиям реализуемости. Множество условий реализуемости расписания образует множество проверок реализуемости и обозначается $\mathbf{\Pi} = \{\pi_1, \pi_2, ..., \pi_S\}$. Множество всех возможных псевдорасписаний, очевидно, может содержать некоторые псевдорасписания, удовлетворяющие отдельной проверке π_α (назовем их α реализуемыми псевдорасписаниями), и псевдорасписания, удовлетворяющие всем проверкам множества $\mathbf{\Pi}$ (назовем их реализуемыми псевдорасписаниями или собственно расписаниями) .

Построение псевдорасписаний, удовлетворяющих условиям всех проверок, может быть реализовано различными способами, каждый из которых полагает решение следующих поэтапных задач:

а) генерация тождественных графов;

б) построение псевдорасписания по формуле псевдорасписания;

в) проверка реализуемости псевдорасписания на заданном множестве проверок.

Различные подходы к решению этих поэтапных задач порождают различные варианты построение псевдорасписаний, удовлетворяющих условиям всех проверок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конвей Р., Максвелл В., Миллер Л. Теория расписаний. - М.: Наука, 1975.

2. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. - М.: Наука, 1975.

3. Харрари Ф. Теория графов. - М.: Мир, 1973.