

МОДЕЛЬ АНАЛИЗА КОНФЛИКТНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.В. Галковский

(представил д.т.н., проф. Е.И. Бобыр)

В статье предложен вариант анализа процесса конфликтной природы на основе теории игр.

Предположим вначале, что $p_1(t_1)=t_1$, $p_2(t_2)=t_2$, $t_1 \in [0,1]$, $t_2 \in [0,1]$ и выигрыш первого игрока равен:

α - если в результате уцелел только первый дуэлянт = 1;

β - если первый дуэлянт поражен, а второй нет = - 1;

γ - если оба противника уничтожены = 0;

δ - если оба противника сохранили боеспособность = 0.

Тогда функция выигрыша:

$$A(t_1, t_2) = \begin{cases} t_1 - (1 - t_1)t_2, & t_1 < t_2; \\ 0, & t_1 = t_2 \\ -t_2 + (1 - t_2)t_1, & t_1 > t_2. \end{cases}$$

Учтем, что для функций моментов открытия огня $L(t_1, t_2)$ и $K(t_1, t_2)$ обоими дуэлянтами [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_1} &= 1 + t_2 > 0, & \frac{\partial L}{\partial t_2} &= 1 + t_1 < 0; \\ \frac{\partial K}{\partial t_1} &= 1 - t_2 > 0, & \frac{\partial K}{\partial t_2} &= -1 - t_1 < 0, \end{aligned}$$

и, следовательно, данные функции строго возрастают по t_1 и строго убывают по t_2 . Кроме того, поскольку $A(t_1, t_2) = -A(t_2, t_1)$, то данная бесшумная дуэль является симметричной игрой на единичном квадрате. Поэтому зна-

чение игры $V=0$ и любая стратегия, оптимальная для одного игрока, является оптимальной и для другого, т.е. $f^*(t)=\rho^*(t)$, $t \in I$. Решение игры ищется в классе смешанных стратегий непрерывного типа в виде пары непрерывных функций $f(t)=\rho(t)$, определенных в интервале $[0, 1]$, $0 < a < 1$.

При этом

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx = 1.$$

Цена игры для каждой активной чистой стратегии t_2 равна

$$V = \int_0^1 A(t_1, t_2) f(t_1) dt_1 = 0, t_2 \in [a, 1],$$

или с учетом конкретных выражений для $A(t_1, t_2)$:

$$\int_0^t (t_1 - t_2 + t_B t_2) f(t_1) dt_1 + \int_{t_2}^1 (t_1 - t_2 - t_B t_2) f(t_1) dt_1 \equiv 0,$$

для всех $t_2 \in [a, 1]$.

Далее, введя обозначение $r(t) = tf(t)$ и проведя ряд преобразований, получаем интегральное уравнение:

$$\int_0^1 r(t) dt + t_2 \int_a^{t_2} r(t) dt - t_2 \int_{t_2}^1 r(t) dt \equiv t_2, t_2 \in [a, 1] \quad (1)$$

что сводится к дифференциальному уравнению:

$$2tr'(t) + \varphi_2(t) = 0,$$

общее решение которого $r^*(t) = nt^{-2}$

откуда $f^*(t) = \frac{k}{t^3}, t \in [a, 1]$

Подставляя решение в (1), получаем равенство

$$t_2 \left(-1 + \frac{k}{a} + k\right) + k \left(-3 + \frac{1}{a}\right) \equiv 0, t_2 \in [a, 1],$$

которое является тождеством при всех $t_2 \in [a, 1]$ лишь тогда, когда

$$-1 + \frac{k}{a} + k = 0$$

$$k \left(-3 + \frac{1}{a}\right) = 0$$

Решая эту систему, получим: $k = \frac{1}{4}, a = \frac{1}{3}$

Тогда

$$f^*(t_1) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t_1 \leq \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{4t_1^3}, & \frac{1}{3} \leq t_1 \leq 1. \end{cases}$$

Таким образом, предложен метод нахождения оптимальных стратегий дуэлянтов, с учетом невозможности обнаружения открытия огня противником. При этом использовалось свойство симметричности задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оуэи Г. "Теория игр", М.: Мир, 1971.
 2. Дрешер М. "Стратегические игры. Теория и приложения". М.: Сов. радио. 1964.
-