УДК 111.111.11

МОДЕЛЬ АНАЛИЗА КОНФЛИКТНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.В. Галковский
(представил д.т.н., проф. Е.И. Бобыр)

В статье предложен вариант анализа процесса конфликтной природы на основе теории игр.

Предположим вначале, что $\mathbf{p_1(t_1)=t_1,\ p_2(t_2)=t_2,\ t_1\in[0,1],\ t_2\in[0,1]}$ и выигрыш первого игрока равен:

α - если в результате уцелел только первый дуэлянт =1;

β - если первый дуэлянт поражен, а второй нет = - 1;

γ - если оба противника уничтожены = 0;

δ - если оба противника сохранили боеспособность = 0.

Тогда функция выигрыша:

$$\mathbf{A(t_1,t_2)=\begin{cases} t_1-(1-t_1)t_2, & t_1<t_2; \\ 0, & t_1=t_2 \\ -t_2+(1-t_2)t_1, & t_1>t_2. \end{cases}}$$

Учтем, что для функций моментов открытия огня $\mathbf{L(t_1,t_2)}$ и $\mathbf{K(t_1,t_2)}$ обоими дуэлянтами [1, 2]:

$$\mathbf{\frac{\partial L}{\partial t_1}=1+t_2>0, \frac{\partial L}{\partial t_2}=1+t_1<0;}$$
$$\mathbf{\frac{\partial K}{\partial t_1}=1-t_2>0, \frac{\partial K}{\partial t_2}=-1-t_1<0,}$$

и, следовательно, данные функции строго возрастают по $\mathbf{t_1}$ и строго убывают по $\mathbf{t_2}$. Кроме того, поскольку $\mathbf{A(t_1,t_2)= -A(t_2,t_1)}$, то данная бесшумная дуэль является симметричной игрой на единичном квадрате. Поэтому значение игры $\mathbf{V=0}$ и любая стратегия, оптимальная для одного игрока, является оптимальной и для другого, т.е. $\mathbf{f^*(t)=\rho^*(t),\ \ t\in I}$. Решение игры ищется в классе смешанных стратегий непрерывного типа в виде пары непрерывных функций $\mathbf{f(t)=\rho(t)}$, определенных в интервале $\mathbf{[0, 1], 0 < a < 1}$.

При этом

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx = 1.$$

Цена игры для каждой активной чистой стратегии $\mathbf{t_2}$ равна

$$V = \int_0^1 A(t_1, t_2)f(t_1)dt_1 = 0, t_2 \in [a,1],$$

или с учетом конкретных выражений для $\mathbf{A(t_1,t_2)}$:

$$\int_0^t (t_1 - t_2 + t_Б t_2)f(t_1)dt_1 + \int_{t_2}^1 (t_1 - t_2 - t_Б t_2)f(t_1)dt_1 \equiv 0,$$

для всех $\mathbf{t_2\in[a,1]}$.

Далее, введя обозначение $\mathbf{r(t) = tf(t)}$ и проведя ряд преобразований, получаем интегральное уравнение:

$$\int_0^1 r(t)dt + t_2\int_a^{t_2} r(t)dt - t_2\int_{t_2}^1 r(t)dt \equiv t_2, t_2 \in [a,1] \qquad (1)$$

что сводится к дифференциальному уравнению:

$$2tr©(t) + \varphi_2(t) = 0,$$

общее решение которого $\quad r^*(t) = nt^{-2}$

откуда $\quad f^*(t) = \frac{k}{t^3}, t \in [a,1]$

Подставляя решение в (1), получаем равенство

$$\mathbf{t_2(-1+\frac{k}{a}+k)+k(-3+\frac{1}{a})\equiv 0, t_2 = [a,1],}$$

которое является тождеством при всех $\mathbf{t_2 \in [a + 1]}$ лишь тогда, когда

$$\mathbf{-1+\frac{k}{a}+k=0}$$

$$\mathbf{k(-3+\frac{1}{a})=0}$$

Решая эту систему, получим: $\mathbf{k=\frac{1}{4}, a=\frac{1}{3}}$

Тогда $$\mathbf{f^*(t_1)=\begin{cases} 0,\ 0\le t_1\le \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{4t_1^3}, \frac{1}{3}\le t_1\le 1. \end{cases}}$$

Таким образом, предложен метод нахождения оптимальных стратегий дуэлянтов, с учетом невозможности обнаружения открытия огня противником. При этом использовалось свойство симметричности задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оуэи Г. "Теория игр", М.: Мир, 1971.
2. Дрешер М. "Стратегические игры. Теория и приложения". М.: Сов. радио. 1964.