УДК 681.384

АЛГОРИТМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЦЛП С БП

В.Ф. Третьяк, С.В. Листровой, С.В. Яблочков*
(представил проф. А.В. Королев)

Рассмотрен алгоритм параллельных вычислений для решения задачи целочисленного линейного программирования с булевыми переменными.

Решение оптимизационных задач требует огромного объема вычислений, зачастую даже большего, чем можно выполнить за обозримый промежуток времени на самых современных высокопроизводительных ЭВМ с фон-неймановской архитектурой. В тех же случаях, когда такой объем вычислений нужно производить в реальном времени с использованием традиционных ЭВМ, ситуация становиться совсем безнадежной.

Для решения оптимизационных задач, которое ранее решалось с помощью одного процессора, в настоящее время предлагается применять матрицы процессоров. Процесс установления соответствия между заданной задачей и конкретным типом мультипроцессорной архитектуры можно представить в виде последовательного выполнения четырех этапов: составляется последовательный алгоритм для решения данной задачи; разрабатывается алгоритм параллельных вычислений, который специально подгоняется под желаемый тип архитектуры; получают логическое описание данной архитектуры; детально прорабатывается реализация процессора, отражающая полученное логическое описание.

Разработке последовательных алгоритмов для решения данной задачи посвящены работы [1,2]. На основе этих алгоритмов разрабатываются алгоритмы параллельных вычислений и отображаются на параллельные вычислительные структуры. Проводя исследования совместных свойств ПВС и параллельных алгоритмов, невозможно учесть все их особенности. В этих случаях вынуждены пользоваться некоторой идеализированной моделью вычислительной структуры. Однако для того, чтобы исследования параллельных свойств алгоритмов не были бесполезными для практических целей, необходимо, чтобы математическая модель ПВС в достаточной мере адекватно отражала особенности ее структуры.

Абстрактную вычислительную систему будем представлять как множество процессорных элементов $\mathbf{Q}=\{\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,...,\mathbf{q}_n\}$. Каждый процессорный элемент характеризуется именем $\mathbf{q_i}\in\mathbf{Q}$ и алфавитом $\mathbf{A_i}$. Символы алфавита могут интерпретироваться как константы или переменные. Парой $(\mathbf{a},\mathbf{q_i})$ будем обозначать состояние процессорного элемента $\mathbf{q_i}$. Множество состояний всех процессорных элементов системы $\mathbf{S}=\{(\mathbf{a},\mathbf{q_i})\},\mathbf{i}=\mathbf{1},...,\mathbf{n}$ $\mathbf{a}\in\mathbf{A_i}$, в один и тот же момент времени будем называть глобальным состоянием системы, а некоторое его подмножество $\mathbf{S}^{©}\subset\mathbf{S}$- локальным состоянием. Преобразуя данные, процессорный элемент изменяет свое состояние, и возможно, состояние некоторых других связанных с ним элементов, т.е. производит локальное преобразование, которое будем называть операцией.

Как показано в [3], параллельным вычислением называется множество операций $\mathbf{\Phi}=\{\theta_\mathbf{j}\}$ $\mathbf{j}=\mathbf{1},...,\mathbf{n},$ где

$$\theta_\mathbf{j}:\mathbf{S}_\mathbf{i}'\longrightarrow\mathbf{S}_\mathbf{i}'', \tag{1}$$

$\mathbf{S}_\mathbf{i}'=(\mathbf{a}_\mathbf{i},\mathbf{q}_\mathbf{i})$- локальное состояние, называемое условием готовности выполнения операции $\theta_\mathbf{j}$; $\mathbf{S}_\mathbf{i}''=(\mathbf{b}_\mathbf{i},\mathbf{q}_\mathbf{i})$- локальное состояние, называемое условием завершения выполнения операции $\theta_\mathbf{j}$. Локальное состояние $\mathbf{S}_\mathbf{i}''=(\mathbf{b}_\mathbf{i},\mathbf{q}_\mathbf{i})$ процессорных элементов определяется при выполнении правил $\mathbf{L_W}$. Эти правила рассмотрены в работе [1,2]. В результате применения $\theta_\mathbf{j}$ происходит смена состояний $(\mathbf{a}_\mathbf{i},\mathbf{q}_\mathbf{i})\in\mathbf{S_i}$ на $(\mathbf{b}_\mathbf{i},\mathbf{q}_\mathbf{i})\in\mathbf{S}_\mathbf{i}''$.

Рассмотрим реализацию алгоритма параллельных вычислений для пяти вершин графа. Вычислительный процесс алгоритма MAX [1] для случая реализации на **n** процессорных элементах имеет следующий вид:

$\mathbf{S_0}$ **:** установка начальных значений.

$$\begin{aligned}
\mathbf{S_1}:\ \theta_1:\ & \mathbf{q}_1:=\mathbf{S}'\{(\mathbf{a}_1,\mathbf{q}_1)+(\mathbf{a}_2,\mathbf{q}_2)\}\to\mathbf{S}_{\mathbf{L}_1}''(\mathbf{b}_1,\mathbf{q}_1);\\
& \mathbf{q}_2:=\mathbf{S}'\{(\mathbf{a}_2,\mathbf{q}_2)+(\mathbf{a}_3,\mathbf{q}_3)\}\to\mathbf{S}_{\mathbf{L}_1}''(\mathbf{b}_2,\mathbf{q}_2);\\
& \mathbf{q}_3:=\mathbf{S}'\{(\mathbf{a}_3,\mathbf{q}_3)+(\mathbf{a}_4,\mathbf{q}_4)\}\to\mathbf{S}_{\mathbf{L}_1}''(\mathbf{b}_3,\mathbf{q}_3);\\
& \mathbf{q}_4:=\mathbf{S}'\{(\mathbf{a}_4,\mathbf{q}_4)+(\mathbf{a}_5,\mathbf{q}_5)\}\to\mathbf{S}_{\mathbf{L}_1}''(\mathbf{b}_4,\mathbf{q}_4).\\
\theta_2:\ & \mathbf{q}_1:=\mathbf{q}^*;\\
& \mathbf{q}_2:=\mathbf{S}'\{(\mathbf{a}_1,\mathbf{q}_1)+(\mathbf{a}_3,\mathbf{q}_3)\}\to\mathbf{S}_{\mathbf{L}_1}''(\mathbf{b}_2,\mathbf{q}_2);
\end{aligned}$$

$$q_3 := S'\{(a_2,q_2)+(a_4,q_4)\} \to S''_{L_1}(b_3,q_3);$$
$$q_4 := S'\{(a_3,q_3)+(a_5,q_5)\} \to S''_{L_1}(b_4,q_4).$$
$$\theta_3:\ q_1 := q^*;\quad q_2 := q^*;$$
$$q_3 := S'\{(a_1,q_1)+(a_4,q_4)\} \to S''_{L_1}(b_3,q_3);$$
$$q_4 := S'\{(a_2,q_2)+(a_5,q_5)\} \to S''_{L_1}(b_4,q_4).$$
$$\theta_4:\ q_1 := q^*;\ q_2 := q^*;\ q_3 := q^*;$$
$$q_4 := S'\{(a_1,q_1)+(a_5,q_5)\} \to S''_{L_1}(b_5,q_5).$$
$$S'(a_1,q_1) := S''(b_1,q_1);\qquad S'(a_2,q_2) := S''(b_2,q_2);$$
$$S'(a_3,q_3) := S''(b_3,q_3);\qquad S'(a_4,q_4) := S''(b_4,q_4).$$
$$\mathrm{ext}(f) := \max\{S''(a_1,q_1)\vee S''(a_2,q_2)\vee S''(a_3,q_3)\vee S''(a_4,q_4)\}.$$
$$S_2:\qquad \theta_1:\ q_1 := S'\{(a_1,q_1)+(a_2,q_2)\} \to S''_{L_1}(b_1,q_1);$$
$$q_2 := S'\{(a_2,q_2)+(a_3,q_3)\} \to S''_{L_1}(b_2,q_2);$$
$$q_3 := S'\{(a_3,q_3)+(a_4,q_4)\} \to S''_{L_1}(b_3,q_3);$$
$$q_4 := 0.$$
$$\theta_2:\ q_1 := q^*;$$
$$q_2 := S'\{(a_1,q_1)+(a_3,q_3)\} \to S''_{L_1}(b_2,q_2);$$
$$q_3 := S'\{(a_2,q_2)+(a_4,q_4)\} \to S''_{L_1}(b_3,q_3);$$
$$q_4 := 0.$$
$$\theta_3:\ q_1 := q^*;\ q_2 := q^*;$$
$$q_3 := S'\{(a_1,q_1)+(a_4,q_4)\} \to S''_{L_1}(b_3,q_3);$$
$$q_4 := 0.$$
$$S'(a_1,q_1) := S''(b_1,q_1);\ S'(a_2,q_2) := S''(b_2,q_2);$$
$$S'(a_3,q_3) := S''(b_3,q_3).$$
$$\mathrm{ext}(f) := \max\{S''(a_1,q_1)\vee S''(a_2,q_2)\vee S''(a_3,q_3)\}.$$
$$S_3:\quad \theta_1:\ q_1 := S'\{(a_1,q_1)+(a_2,q_2)\} \to S''_{L_1}(b_1,q_1);$$
$$q_2 := S'\{(a_2,q_2)+(a_3,q_3)\} \to S''_{L_1}(b_2,q_2);$$

$$q_3 := 0;\ q_4 := 0;$$

$$\theta_2: q_1 := q^*;$$

$$q_2 := S'\{(a_1, q_1) + (a_3, q_3)\} \to S''_{L_1}(b_2, q_2);$$

$$q_3 := 0;\ \ q_4 := 0.$$

$$S'(a_1, q_1) := S''(b_1, q_1); \qquad S'(a_2, q_2) := S''(b_2, q_2);$$

$$ext(f) := \max\{S''(a_1, q_1) \vee S''(a_2, q_2)\}$$

$$S_4:\ \ \theta_1: q_1 := S'\{(a_1, q_1) + (a_2, q_2)\} \to S''_{L_1}(b_1, q_1);$$

$$q_2 := 0;\ q_3 := 0;$$

$$q_4 := 0.$$

$$S'(a_1, q_1) := S''(b_1, q_1);$$

$$ext(f) = \max\{S''(a_1, q_1)\}.$$

Логическое описание архитектуры и реализация процессора, отражающая полученное логическое описание для решения задачи ЦЛП с БП рассмотрены в работах [2,4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Королев А.В., Листровой С.В., Третьяк В.Ф. Эффективность параллельных алгоритмов оптимизации вычислительного процесса // Інформаційно - керуючі системи на залізничному транспорті. - 1997. - №1. - С. 85 - 91.

2. Koroljov A.V., Krjuchov O.M., Listrovoj S.V., Tretjak V.F.An optimal planning of algorithms in computer systems // Thesis of conference “Mathematical modeling and information technologies”. - Belgorod (Russiya), 1997. - P.32 - 33.

3. Ачасова С.М., Бадман О.Л / Корректность параллельных вычислительных процессов. – Новосибирск: Наука, 1990.- 253 с.

4. Третьяк В.Ф., Кавун С.В., Гуль А.Ю. Реализация приближенного алгоритма целочисленного программирования на систолических однородных средах // Обработка информации и обеспечения надежности систем управления. Сб.науч.тр.- Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1997.- С. 144 - 147.