УДК 621.396. 96

АЛГОРИТМ УТОЧНЕНИЯ КООРДИНАТ ПУНТОВ СПУТНИКОВОЙ ШИРОКОЗОННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

к.т.н. А.А. Жалило, С.Н. Флерко, С.Ю. Павлов
(представил д.т.н., проф. В.В. Пискорж)

Дана методика трансформации сложной многопараметрической системы уравнений. Представлен алгоритм контроля координат контрольных станций (КС) спутниковой широкозонной дифференциальной навигации (ШДН).

Способ реализации сети спутниковой дифференциальной навигации с использованием геометрического подхода к оценке искомых параметров подробно изложен в [1]. При создании сетей ШДН, важнейшим требованием обеспечения высокого уровня точности формирования дифференциальной корректирующей информации к измерениям потребителей космических навигационных систем (КНС) NAVSTAR и ГЛОНАСС является высокоточная геодезическая привязка фазовых центров приемных антенн КС. Это связано с тем, что координаты КС непосредственно входят в систему уравнений, из решения которой и определяется вектор составляющих широкозонных дифференциальных поправок к наблюдениям навигационных космических аппаратов (НКА) КНС.

На этапах развертывания сетей ШДН современные требования по геодезической привязке КС составляют сантиметровый уровень точности, а сама привязка к системам координат WGS - 84 или EUREF может осуществляться с использованием структуры мировой фундаментальной геодезической сети. На обширных территориях размещения сети с течением времени координаты фазовых центров приемных антенн изменяются под влиянием разных природных эффектов, тектонических подвижек и твердых приливов Земной коры. Эти изменения приводят к ухудшению точности формирования ДКИ сетью ШДН и, могут сказаться на точности навигационных определений потребителей. В этой связи появляется необходимость периодического контроля координат КС сети по собственным измерениям.

Учитывая высокую точность фазовых измерений, целесообразно в целях контроля координат КС использовать разности фазовых измерений псевдодальности, которые после устранения неоднозначности фазовых измерений и компенсации атмосферных погрешностей представляются как

$$\Delta \hat{S}_{i1}^{j}(t_k) = R_i^j(t_k) - R_1^j(t_k) + \nabla_{i1}(t_k) + \delta\Delta S_{i1}^j(t_k) \tag{1}$$

где $R_i^j(t_k)$ и $R_1^j(t_k)$ - дальности j - го НКА относительно i - й КС и КС, выбранной в качестве главной (ГКС или 1 - вая КС);

$\nabla_{i1}(t_k)$ - расхождения шкал времени (ШВ) i - й КС относительно ГКС;

$\delta\Delta S_{i1}^j(t_k)$ - остаточные погрешности измерений;

$j = (\overline{1, p(t_k)})$ - номер НКА в обзоре сети ШДН;

$i = (\overline{1, m_j(t_k)})$ - номер КС;

t_k - текущий момент времени измерений сетью КС;

$k = (\overline{1, K})$ - число моментов времени на интервале наблюдения.

Отсутствие в уравнениях (1) погрешностей, обусловленных уходами ШВ НКА относительно системного времени КНС, и погрешностей режима «селективного доступа» КНС NAVSTAR объясняется их компенсацией при формировании разностей синхронизированных наблюдений.

В штатном режиме работы сети КС дифференциальной подсистемы, когда координаты КС полагаются известными с высокой точностью, уравнения (1) используются для определения (уточнения) поправок к бортовым эфемеридам НКА КНС [1]. Тогда спроецированные на направления «КС - НКА» погрешности координат КС войдут в суммарную остаточную погрешность. В данной задаче использование относительно грубых передаваемых эфемерид НКА при оценке взаимных координат КС приведет к погрешностям их определений 0,5 - 1 м, что не отвечает заданным требованиям. Представляет интерес автономный контроль координат КС. Это возможно, если при решении системы уравнений (1) совместно оценивать эфемериды НКА и расхождения ШВ КС наряду с информационными (в данной постановке задачи) параметрами - взаимными координатами КС.

Задача совместного определения координат НКА КНС и взаимных координат КС из решения систем уравнений, основанных на измерениях линейных величин (дальностей и/или их линейных комбинаций) получила в спутниковой геодезии название обобщенной свободной трилатерации. В [2] проанализированы условия наблюдаемости, т.е. устойчивого решения такого класса систем уравнений, в который входит и исследуемая система (1). Воспользовавшись результатами [2], определим условия однозначного решения системы (1) и требования к геометрической конфигурации сети КС:

1. Прямоугольная система координат, в которой решается задача свободной трилатерации, должна быть определена априори путем фиксации координат трех КС, так как в противном случае будет иметь место бесконечное множество решений рассматриваемой задачи. Например, возможно использовать примененную в [2] взаимную систему координат, для которой за начало принимается местоположение ГКС, за направление оси X принимаются направление от ГКС к любой другой КС сети, базовая плоскость XY задается двумя указанными и произвольной третьей КС, а ось Z дополняет систему координат до правой. Задание шести перечисленных координат $(\mathbf{x_1}, \mathbf{y_1}, \mathbf{z_1}, \mathbf{y_2}, \mathbf{z_2}, \mathbf{z_3})$ в Гринвичской системе координат определяет начало и ориентацию осей взаимной системы координат в требуемой.

2. Система (1) должна быть определена или переопределена (необходимое условие однозначного решения), т.е. число уравнений должно соответствовать либо превышать число неизвестных. Анализ (1) показал, что выполнение данного условия возможно при составе сети ШДН из 5 ÷ 6 КС.

3. Из [2] следует, что применительно к рассматриваемой задаче геометрия сети КС, размещенной на территориях земной поверхности с разнесением 500 - 1000 км (размещение КС близкое к планарному), должно отвечать следующему условию: конфигурация сети КС не должна образовывать кривую второго порядка. Для этого необходимо иметь не менее шести КС, составляющих выпуклый многоугольник с КС, размещенной внутри его; это обеспечит устойчивое однозначное решение поставленной задачи.

Проведем анализ системы уравнений (1). Разложим функции неизвестных оцениваемых параметров выражения (1) в ряд Тейлора и представим исходные уравнения в линеаризованном виде как функции поправок к неизвестным оцениваемым параметрам

$$\Delta\hat{\mathbf{S}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k}) = \Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k}) + \left\| \frac{\partial\Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k})}{\partial\vec{\mathbf{X}}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k})} \right\| \Delta\vec{\mathbf{X}}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k}) + \left\| \frac{\partial\Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k})}{\partial\vec{\mathbf{X}}_{\mathbf{KC}}} \right\| \Delta\vec{\mathbf{X}}_{\mathbf{KC}} + \nabla_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k}), \quad (2)$$

где $\Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k})$ - разность дальностей, вычисленная при использовании передаваемых в составе навигационного сообщения НКА эфемерид и приближенных значений координат КС сети ШДН;

$\left\| \frac{\partial\Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k})}{\partial\vec{\mathbf{X}}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k})} \right\|$ и $\left\| \frac{\partial\Delta\tilde{\mathbf{R}}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{i1}}(\mathbf{t_k})}{\partial\vec{\mathbf{X}}_{\mathbf{KC}}} \right\|$ - аналогично вычисленные производные функций разностей дальностей по координатным параметрам НКА и КС;

$\Delta\vec{\mathbf{X}}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k}) = \left\| \Delta\mathbf{X}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k}), \Delta\mathbf{Y}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k}), \Delta\mathbf{Z}^{\mathbf{j}}(\mathbf{t_k}) \right\|$ - неизвестные поправки к передаваемым в составе навигационных сигналов эфемеридам НКА КНС;

$\Delta\vec{X}_{KC} = \left\| \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta y_3, \Delta x_4, \Delta y_4, \Delta z_4, ..., \Delta x_M, \Delta y_M, \Delta z_M \right\|$ - неизвестные подлежащие оценке поправки к координатам КС.

Систему уравнений (2) можно представить в векторно-матричном виде

$$\hat{\vec{Q}}^j(t_k) = A^j(t_k)\,\Delta\vec{X}^j(t_k) + B^j(t_k)\,\Delta\vec{X}_{KC} + H^j(t_k)\,\vec{\nabla}(t_k), \qquad (3)$$

где $\hat{\vec{Q}}^j(t_k) = \left\| \Delta\hat{S}_{i1}(t_k) - \Delta\tilde{R}_{i1}(t_k) \right\|_j$ - вектор «невязок» между измеряемыми параметрами и приближенными значениями функций разности дальностей;

$A^j(t_k)$ - матрица производных функций разности дальностей по координатам j - го НКА КНС;

$B^j(t_k)$ - матрица производных функций разности дальностей для j - го НКА КНС по координатам КС;

$H^j(t_k)$ - матрица производных измеряемых параметров по определяемым расхождениям ШВ $\nabla_{i1}(t_k)$, которая состоит из ортогональных векторов, учитывающих условия радиовидимости j - го НКА i - й КС;

$\vec{\nabla}(t_k) = \left\| \nabla_{21}(t_k), \nabla_{31}(t_k), ..., \nabla_{M1}(t_k) \right\|$ - вектор неизвестных параметров, характеризующий текущие расхождения ШВ КС относительно ГКС.

Непосредственное решение системы уравнений (3) представляет собой достаточно сложную вычислительную задачу, поэтому необходимо оптимальным образом преобразовать исходную систему уравнений (3), устранив зависимость от неинформационных параметров и обеспечив при этом полное сохранение информации об оцениваемых параметрах.

Для решения системы (3) оптимальным способом воспользуемся некоторыми результатами теории статистического анализа и линейной алгебры.

Декоррелируем систему уравнений (3) для j - го НКА и k - го момента времени, используя сингулярное разложение невырожденной весовой матрицы наблюдений, равной обратной корреляционной матрице $K^j_{\vec{Q}}(t_k)$ [3]

$$W^j_{\vec{Q}}(t_k) = \left[K^j_{\vec{Q}}(t_k)\right]^{-1} = V_j V_j^T = U_j\,\Lambda_w U_j^T = U_j\,\Lambda_w^{1/2}\,\Lambda_w^{T/2}\,U_j^T,$$

где U_j - ортогональная квадратная матрица, представляющая собой систему ортонормированных векторов - столбцов;

Λ_w - матрица сингулярных чисел, p из которых не равны нулю ($p = \mathrm{rank}\,W^j_{\vec{Q}}$), а остальные – равны нулю.

Декоррелированная система уравнений (3) будет иметь вид

$$\hat{\vec{q}}_j(t_k) = \alpha_j(t_k)\Delta\vec{X}^j(t_k) + h_j(t_k)\vec{\nabla}(t_k) + \beta_j(t_k)\Delta\vec{X}_{KC}, \qquad (4)$$

где $\hat{\vec{q}}_j(t_k), \alpha_j(t_k), h_j(t_k)$ и $\beta_j(t_k)$ представляют произведение соответствующих вектора и матриц выражения (3) на квадратную матрицу V_j^T. Проверяем, что корреляционная матрица системы (4) будет единичной.

Выразив вектор $\Delta\vec{X}^j(t_k)$

$$\Delta\hat{\vec{X}}^j(t_k) = \left[\alpha_j^T(t_k)\alpha_j(t_k)\right]^{-1}\alpha_j^T(t_k)\left[\hat{\vec{q}}_j(t_k) - h_j(t_k)\vec{\nabla}(t_k) - \beta_j(t_k)\Delta\vec{X}_{KC}\right]$$

и подставив данное выражение в систему (5), можно получить

$$C_j(t_k)\,\hat{\vec{q}}_j(t_k) = C_j(t_k)\left[\beta_j(t_k)\Delta\vec{X}_{KC} + h_j(t_k)\vec{\nabla}(t_k)\right] \qquad (5)$$

где $C_j(t_k) = E_j(t_k) - \alpha_j(t_k)\left[\alpha_j^T(t_k)\alpha_j(t_k)\right]^{-1}\alpha_j^T(t_k)$ - идемпотентная матрица.

Операция эквивалентна усреднению функционала правдоподобия по множеству неинформационных «мешающих» параметров, статистически оптимальна [4]. Численное решение системы уравнений (5) относительно параметров $\Delta\vec{X}_{KC}, \vec{\nabla}(t_k)$ затруднительно из - за выполнения операций с матрицами большого объема. «Сжатие» (5) без потерь информации возможно при использовании сингулярного разложения матрицы $C_j(t_k)$:

$$C_j(t_k) = T_j(t_k)\,\Lambda_{C_j}\,T_j^T(t_k),$$

где $T_j(t_k)$ и Λ_{C_j} - ортогональная матрица и матрица сингулярных чисел соответственно. Количество единичных элементов матрицы Λ_{Cj} определяется рангом матрицы $C_j(t_k)$ (т.е. $p_{cj} = \mathrm{rank}\ C_j(t_k)$), а остальные элементы равны нулю.

Система уравнений (5) соответственно примет вид:

$$T_j(t_k)\,\Lambda_{C_j}\,T_j^T(t_k)\,\hat{\vec{q}}_j(t_k) = T_j(t_k)\,\Lambda_{C_j}\,T_j^T(t_k)\left[\beta_j(t_k)\Delta\vec{X}_{KC} + h_j(t_k)\vec{\nabla}(t_k)\right].$$

Используя свойство ортогональности матрицы T_j ($T_j T_j^T = T_j^T T_j = E$), помножимправую и левую части представленного выражения на T_j^T

$$\Lambda_{C_j}\,T_j^T(t_k)\,\hat{\vec{q}}_j(t_k) = \Lambda_{C_j}\,T_j^T(t_k)\left[\beta_j(t_k)\Delta\vec{X}_{KC} + h_j(t_k)\vec{\nabla}(t_k)\right].$$

Представив $T_j(t_k) = \left\| T_{j1}(t_k) \,\vdots\, T_{j2}(t_k) \right\|$ и учитывая структуру матрицы Λ_{Cj}

$$\hat{\vec{D}}_j(t_k) = G_j(t_k)\,\Delta\vec{X}_{KC} + \Phi_j(t_k)\,\vec{\nabla}(t_k)\,, \qquad (6)$$

где $\hat{\vec{D}}_j(t_k) = T_{j1}^T(t_k)\,\hat{\vec{q}}_j(t_k)$; $T_{j1}(t_k)$ имеет размерность по строкам, равную размерности $T_j(t_k)$, а по столбцам - размерность $p_{Cj} = \mathrm{rank}\ C_j$.

$$\mathbf{G_j(t_k) = T_{j1}^T(t_k)\,\beta_j(t_k);\ \Phi_j(t_k) = T_{j1}^T(t_k)\,h_j(t_k)}.$$

Анализ размерностей исходных матриц (4) и полученных матриц (6) показал, что общее число уравнений и неизвестных в системе уравнений (6) уменьшается в 2 и более раз. Объединяя уравнения (6) по всем НКА КНС, находящимся в рабочем созвездии сети КС ШДН, можно получить

$$\hat{\vec{\mathbf{D}}}(\mathbf{t_k}) = \mathbf{G(t_k)\,\Delta\vec{X}_{KC} + \Phi(t_k)\,\vec{\nabla}(t_k)}. \qquad (7)$$

Параметры системы уравнений (7) могут быть оценены совместно для наблюдений всего сеанса измерений сети КС по методу наименьших квадратов. Такой подход легко реализуем с использованием формул преобразований блочных матриц. Не приводя промежуточных выкладок, можно записать решение системы уравнений (7) по методу наименьших квадратов:

$$\begin{cases} \mathbf{\Delta\hat{\vec{X}}_{KC} = K_x \sum\limits_{k=1}^{K}\left\{G^T(t_k)\hat{\vec{D}}(t_k) - G^T(t_k)\Phi(t_k)\left[\Phi^T(t_k)\,\Phi(t_k)\right]^{-1}\Phi^T(t_k)\hat{\vec{D}}(t_k)\right\}}; \\ \mathbf{\hat{\vec{\nabla}}(t_k) = \left[\Phi^T(t_k)\,\Phi(t_k)\right]^{-1}\Phi^T(t_k)\left[\hat{\vec{D}}(t_k) - G(t_k)\,\Delta\hat{\vec{X}}_{\kappa c}\right]},\ \mathbf{k = (\overline{1, K})}, \end{cases}$$

где

$$\mathbf{K_x = \left[\sum\limits_{k=1}^{K}\left\{G^T(t_k)G(t_k) - G^T(t_k)\Phi(t_k)\left[\Phi^T(t_k)\Phi(t_k)\right]^{-1}\Phi^T(t_k)G(t_k)\right\}\right]^{-1}}$$

- корреляционная матрица погрешностей определения искомых параметров.

Полученный алгоритм оценки координат КС не зависит от неинформационных параметров (координат НКА) и легко реализуем в вычислительном смысле. Представленный выше методический подход может быть применен к решению и других многопараметрических задач рассматриваемого класса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Флерко С.Н. Реализация высокоточной спутниковой широкозонной навигации // Информационные системы: Сб.науч.тр.,- Вып. 2 (10).-Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1998.- С.72 - 76.

2. Фалькович С.Е., Коновалов Л.Н., Жалило А.А. О наблюдаемости в задаче взаимной геодезической привязки пунктов многопозиционных измерительных комплексов // Космические исследования, т. XXIII, вып. 4, 1985 - С. 587 - 597.

3. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ, М.: Мир, 1980 - 456 с.

4. Фалькович С.Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь, 1981.