

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ С УЧЕТОМ ЛАНДШАФТА ПРИ РАЗНОРОДНЫХ КРИТЕРИЯХ И ОГРАНИЧЕНИЯХ

А. А. Плехова, д.ф. - м.н. С.В. Смеляков

Строится модель задачи построения и оптимизации связывающей сети коммуникаций на местности. Предлагается декомпозиционный подход к ее решению, основанный на ситуационно - лексикографической оптимизации на ε - вариативном множестве альтернатив.

Анализ проблемы. При проектировании автомобильных дорог и железнодорожных линий, иных видов инженерных сетей, и при планировании маршрутов передислокации длинномерной и тяжелой техники на пересеченной местности возникают в полной мере не формализуемые задачи прокладки трасс в районах, описываемых областями сложной геометрической формы, на которые накладываются ограничения геометрического, топологического и иного характера. При этом сами трассы и образуемые ими коммуникационные сети должны быть эффективны в смысле ряда показателей, зачастую противоречивых. Совокупность подобных требований задана в Строительных нормах и правилах (СНиП) и определяет, в частности, условия пространственной увязки различных типов коммуникаций.

Поэтому, в данных обстоятельствах говорят не о полной формализации подобных задач и их автоматическом решении, а о создании общей модели и подхода к их решению, которые обеспечивали бы достаточную гибкость в выборе критериев и ограничений в рамках соответствующей интерактивной системы подготовки и принятия решений с одной стороны, и интегрировали бы в себе существующие модели и методы оптимизации.

Основные элементы модели. Неодносвязная область на плоскости

$$F = Cl [F_0 \setminus (\bigcup_{i=1}^n F_i)], \quad (1)$$

где F_i ($i = 0, 1, \dots, n$) - односвязные замкнутые области, взаимно непересекающиеся и лежащие в F_0 при $i > 0$, а Cl - операция замыкания. Границы $L_i = F_r F_i$ этих областей представляются простыми замкнутыми ломаными

данного функционального класса Λ . При моделировании местности в качестве класса выбирают ломаные, и в отдельных случаях рассматривают кривые 2 - го порядка, что существенно повышает трудоемкость алгоритмов. В пределах данной области F_0 области F_i ($i = 1, 2, \dots, n$) называют зонами запрета. Они определяют место, недопустимое или нежелательное (в смысле некоторого критерия или нечеткого ограничения) для прокладки трасс. В общем случае моделью трассы p , определяющей функциональный класс P , является непрерывная линия, составленная из фрагментов вида

$$p = s_1 r_1 c_1 R_1 s_2 r_2 c_2 R_2 \dots s_m r_m c_m R_m, \quad (2)$$

где s_i - отрезки, c_i - дуги окружностей, а r_i, R_i - радиоиды, сопрягающие (согласно СНиП) отрезки с дугами окружностей для компенсации динамического удара для транспортного средства (ТС). Иногда радиоидальные фрагменты могут исключаться; например, там, где трасса рассчитывается на движение ТС с малой скоростью - в депо, при движении по грунтовой дороге. Могут быть заданы граничные условия, определяющие тип и/или ориентацию начального, конечного фрагментов искомой трассы. В общем случае допустимое множество альтернатив (т.е. трасс) P определяется условием (2) и ограничением на кривизну $k(c_i)$ или радиус $\rho(c_i)$ дуг c_i , поскольку параметры радиоид r_i, R_i получают из условия сопряжения дуг с отрезками. При этом ограничения могут быть интервальными, точечными (дуги фиксированного радиуса) и предельными, когда рассматривается класс ломаных с ограниченным или фиксированным углом поворота в вершинах.

Геометрическое положение трассы p в области F определяет такие ее показатели, как длину $l(p)$, число $m(p)$ входящих в нее круговых вставок c_i , (см. (2)), стоимость сооружения $c(p)$ и удельные эксплуатационные расходы $e(p)$, технологичность $t(p)$ и надежность $b(p)$. Поскольку трасса рассчитывается на заданную скорость движения по ней ТС, показатель $l(p)$ выступает аналогом времени прохождения ТС по трассе, а число $m(p)$ и кривизна дуговых вставок - аналогами, обратно пропорциональными надежности $b(p)$ или безопасности движения, которая утверждается (в СНиП и др. документах) как один из важнейших показателей. Экономия на сооружении, $c(p)$, может привести к росту эксплуатационных расходов $e(p)$ и снижению надежности за счет прохождения трассы вблизи опасных участков (осыпей и т.п.), и наоборот. Технологичность служит мерой удовлетворения требований необязательных, но желательных; например, об увязке места прокладки трассы с иными коммуникациями или местами: так, ее прохождение вблизи болота может быть нежелательно, но дает улучшение по иным показателям, а потому может быть оправданным.

При этом показатели \mathbf{b} , \mathbf{c} , \mathbf{e} , \mathbf{t} могут определять интегральные значения для трассы соответственно распределению своих плотностей, что представляет предмет специального рассмотрения. Вместе с тем, можно считать, что показатель $\mathbf{b}(\mathbf{p})$ есть произведение следующих вероятностных аналогов надежности (нормировка которых может быть опущена)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{b}_l(\mathbf{p}) = 1/l(\mathbf{p}), \quad (l(\mathbf{p}) > 1); \\ \mathbf{b}_m(\mathbf{p}) = \prod_{i=1}^m (1 - 1/\rho_i), \quad (\rho_i > 1) \text{ при } m > 0; \mathbf{1} \text{ при } m = 0; \\ \mathbf{b}_d(\mathbf{p}) = \prod_{j=1}^d (1 - g_j)^{k_j}; \end{array} \right. \quad (3)$$

определяемых фактором длины $l(\mathbf{p})$, радиуса кривизны ρ_i круговых вставок, наличием \mathbf{d} зон опасности, в каждой из которых находится k_j фрагментов трассы \mathbf{p} единичной длины, надежность прохождения равна $\mathbf{1} - g_j$. Тогда снижение надежности обусловлено возможным нарушением технологических требований. При отсутствии зон опасности получаем $\mathbf{b}_d(\mathbf{p}) = \mathbf{1}$, а применение вставок малой кривизны или их отсутствие дает $\mathbf{d}_m(\mathbf{p}) = \mathbf{1}$.

Основные задачи и методы их решения. Сложность моделирования задач рассматриваемого типа определяется тем, что введенные показатели трасс могут выступать и в качестве ограничений \mathbf{Q} , и принципа оптимальности \mathbf{f} , и в обоих одновременно. Поэтому ограничения \mathbf{Q} можно разбить на два множества – функциональные $\mathbf{Q}_1(\mathbf{F}, \mathbf{A}, \mathbf{P})$ и критериальные $\mathbf{Q}_2(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{c}, \mathbf{e}, \mathbf{t})$, $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 \cup \mathbf{Q}_2$. Допустимое множество трасс обозначим \mathbf{P}_Q .

Что касается рассмотренных показателей и необходимости их оптимизации при введенных ограничениях, в общем случае не представляется возможным [1] разработка "глобального" метода оптимизации для случая поиска седловых точек или оптимума для произвольной их свертки. Поэтому предлагается рассматривать задачу лексикографической оптимизации на расширенном, ε - вариативном множестве альтернатив (семейств трасс). Так, не теряя общности, рассмотрим случай, когда принцип оптимальности \mathbf{f} задает следующий порядок значимости критериев

$$\mathbf{f}_{lmcet} : l \succ m \succ c \succ e \succ t. \quad (4)$$

Пусть $\varepsilon_l > 0$ определяет ε_l - окрестность $\mathbf{P}_{\varepsilon_l}$ решения задачи

$$\mathbf{p}_l = \arg \operatorname{extr}_{\mathbf{p} \in \mathbf{P}} l(\mathbf{p}) \quad (5)$$

в пространстве \mathbf{P} . Аналогично, $\mathbf{P}_{\varepsilon_l, \varepsilon_m} - \varepsilon_m$ - окрестность решения p_{lm} задачи оптимизации критерия $\mathbf{m}(\mathbf{p})$ на $\mathbf{P}_{\varepsilon_l}$, и т.д. Тогда отображение $\mathbf{f}_{lmct} : \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}_{\varepsilon_l, \varepsilon_m, \varepsilon_c, \varepsilon_e, \varepsilon_t}$ соответственно выбору значений ε_i ($i \in \{l, m, c, e, t\}$), определяет некоторое семейство путей, которое стягивается в точку $\mathbf{p}^* \in \mathbf{P}$ при $\varepsilon_i \rightarrow 0$, которая дает решение задачи безусловной лексикографической оптимизации с принципом оптимальности Φ вида (4). Пусть Φ - некоторый принцип оптимальности, а ограничения \mathbf{Q} определяют допустимое множество альтернатив \mathbf{P}_Q . Тогда *общая задача поиска оптимальной трассы* имеет вид

$$\text{Найти } \arg \operatorname{extr}_{\mathbf{p} \in \mathbf{P}_Q} \Phi(\mathbf{p}). \quad (6)$$

В данной постановке решение задачи (6) сводится к последовательной оптимизации на сужающихся семействах ε - оптимальных альтернатив, что позволяет применять для этих целей существующие методы и подходы вариационного и дискретного типа. При этом решение задачи о построении связывающей сети также приводит к задаче типа (6); актуальным для приложений в этом случае будет рассмотрение показателя надежности $\beta(\mathbf{S})$ сети \mathbf{S} . Так, пусть дано множество точек $\mathbf{A} = \{ \mathbf{A}_i \}_{i=1, v}$, которые совпадают с некоторыми вершинами $\mathbf{B} = \{ \mathbf{B}_j \}_{j=1, w}$ связывающей сети \mathbf{S} . Пусть $\beta(\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_j)$ - вероятность прохождения маршрута из \mathbf{A}_i в \mathbf{A}_j , рассчитанная по надежности трасс, образующих сеть \mathbf{S} , и $\beta(\mathbf{S}) = \min \beta(\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_j)$, ($i \neq j, i, j = 1, \dots, v$).

Пусть $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_v)$ - некоторая перестановка номеров вершин из \mathbf{A} , а $\pi_{\mathbf{A}}$ - множество всех таких перестановок, $\operatorname{card}(\pi_{\mathbf{A}}) = v!$. Тогда, используя метод разрастания сети [2] за счет последовательного, соответственно индексам в π , подсоединения вершин из \mathbf{A} к сети трассами (т.е. решения $v - 1$ задачи вида (6)), получим некоторую сеть \mathbf{S}_{π} с показателем надежности $\beta(\mathbf{S})_{\pi}$. Как и выше, этот показатель может использоваться и в составе ограничений, и определять следующую важную прикладную задачу трассирования транспортных сетей:

$$\text{Найти } \arg \max_{\pi \in \pi_{\mathbf{A}}} \beta(\mathbf{S})_{\pi}. \quad (7)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Аристова И.В., Смеляков С.В., Яковлев С.В. Элементы теории геометрического проектирования. Киев: Наукова думка, 1995. - 247 с.

2. Смеляков С.В. Топологическое моделирование сетей в задачах геометрического проектирования // Электронное моделирование. – 1993, №3. - С. 83 - 87.
