

УДК 519.217

Ю.А. Олійник, В.А. Бородавка, Ю.О. Кусакін

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ ЙМОВІРНОСТЕЙ СТАНІВ АКТИВНИХ ЗАСОБІВ ПРОТИДІЮЧОЇ СТОРОНИ

У статті визначена функція ймовірностей станів активних засобів протидіючої сторони. Рішення представлені у виді графіків залежності ймовірностей цих станів від часу, що наочно показує можливості моделювання, прогнозування та аналізу застосування активних засобів протидіючої сторони.

Ключові слова: активний засіб протидіючої сторони А, ймовірність стану, інтенсивність переходу.

Вступ

Постановка задачі. При плануванні конфліктної ситуації для проведення аналізу ефективності використання станів активних засобів протидіючої сторони для заданих умов, використовуючи марківський випадковий процес, необхідно вирішити задачу переходу активних засобів протидіючої сторони з одного стану в інші. Тому питання визначення функцій ймовірностей станів активних засобів протидіючої сторони є важливою військово-науковою задачею, актуальність якої визначається необхідністю розробки математичного забезпечення перспективної автоматизованої системи управління.

Аналіз літератури. У відомій літературі, яка присвячена дослідженню операції в конфліктних ситуаціях [1 – 3], розглядаються питання використання методів дослідження операцій при вирішенні завдань управління активними засобами збройної боротьби. При цьому основну увагу надається ймовірнісним оцінкам, за допомогою яких визначаються ймовірності вирішення конфліктних ситуацій протидіючих сторін. В літературі [4] надані математичні співвідношення дослідження операцій для оцінки ефективності сил та засобів протиповітряної оборони. В літературі [5] запропоновано моделювання бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними. Але в цієї літературі не розглядалось, яким чином визначаються функції ймовірностей станів активних засобів протидіючої сторони при підготовці та веденні конфліктної ситуації.

Метою статті є визначення функції ймовірностей станів активних засобів протидіючої сторони за допомогою графіків розглянутих станів активних засобів протидіючої сторони для конкретно заданих умов.

Основна частина

Розглянемо активний засіб протидіючої сторони А, якій може знаходитися в трьох станах: перебазування, перебування в районі за призначенням,

знищення. Активний засіб протидіючої сторони А перебуває в районі за призначенням, де виконує завдання за призначенням. Процес переходу активного засобу протидіючої сторони А з одного стану в інший будемо розглядати в якості марківського випадкового процесу [1 – 3]. Для вирішення поставленої задачі необхідно знайти залежності ймовірностей трьох станів активного засобу протидіючої сторони А від часу, що дасть можливість аналізувати його ефективність щодо заданих умов. Для цього потрібно визначити інтенсивності переходу активного засобу протидіючої сторони А між трьома заданими станами, що можливо при визначенні типу активного засобу протидіючої сторони та умов його експлуатації та застосування.

Розглянемо граф станів активного засобу протидіючої сторони А (рис. 1), що описує розглянутий марківський процес [1 – 3].

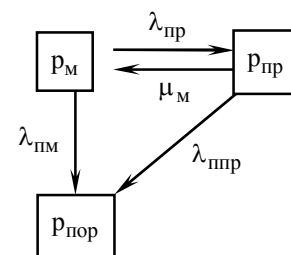


Рис. 1. Граф станів активного засобу протидіючої сторони А

На рис. 1 представлені наступні величини:

p_M – ймовірність перебування активного засобу протидіючої сторони А при перебазуванні;

$p_{пр}$ – ймовірність перебування активного засобу протидіючої сторони А в районі за призначенням;

$p_{пор}$ – ймовірність перебування активного засобу протидіючої сторони А в стані знищення;

$\lambda_{пр}$ – інтенсивність переходу активного засобу протидіючої сторони А зі стану перебазування до району за призначенням, $1/c$;

μ_M – інтенсивність переходу активного засобу

протидіючої сторони А з району за призначенням до стану перебазування, 1/с;

$\lambda_{\text{пм}}$ – інтенсивність переходу активного засобу протидіючої сторони А зі стану перебазування в стан знищення, 1/с;

$\lambda_{\text{ппр}}$ – інтенсивність переходу активного засобу протидіючої сторони А з району за призначенням у стан знищення, 1/с.

Визначимо систему рівнянь для ймовірностей станів активного засобу протидіючої сторони А відповідно до графа станів, представленого на рис. 1 [1–3]:

$$\begin{cases} \mu_{\text{м}} p_{\text{пр}}(t) - (\lambda_{\text{пр}} + \lambda_{\text{пм}}) p_{\text{м}}(t) = \frac{dp_{\text{м}}(t)}{dt}; \\ \lambda_{\text{пр}} p_{\text{м}}(t) - (\mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{ппр}}) p_{\text{пр}}(t) = \frac{dp_{\text{пр}}(t)}{dt}; \\ \lambda_{\text{пм}} p_{\text{м}}(t) + \lambda_{\text{ппр}} p_{\text{пр}}(t) = \frac{dp_{\text{пор}}(t)}{dt}; \\ p_{\text{м}}(t) + p_{\text{пр}}(t) + p_{\text{пор}}(t) = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Вирішивши отриману систему рівнянь (1), одержимо наступні результати:

$$\begin{aligned} p_{\text{пр}}(t) &= C_1 e^{-(A_1+A_2)t} + C_2 e^{(A_1-A_2)t}; \\ p_{\text{м}}(t) &= \frac{\mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{ппр}}}{\lambda_{\text{пр}}} \left(C_1 e^{-(A_1+A_2)t} + C_2 e^{(A_1-A_2)t} \right) + \\ &+ \frac{1}{\lambda_{\text{пр}}} \left(C_2 (A_1 - A_2) e^{(A_1-A_2)t} - C_1 (A_1 + A_2) e^{-(A_1+A_2)t} \right); \\ p_{\text{пор}}(t) &= 1 - p_{\text{пр}}(t) - p_{\text{м}}(t); \end{aligned}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \sqrt{B}; \quad A_2 = \frac{1}{2} (\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{пм}} + \lambda_{\text{ппр}});$$

$$\begin{aligned} B &= (\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}})^2 + (\lambda_{\text{пм}} - \lambda_{\text{ппр}})^2 + \\ &+ 2 \mu_{\text{м}} (\lambda_{\text{ппр}} - \lambda_{\text{пм}}) + 2 \lambda_{\text{пр}} (\lambda_{\text{пм}} - \lambda_{\text{ппр}}), \end{aligned}$$

де C_1 и C_2 – це постійні коефіцієнти, що визначаються з початкових умов. Для початкових умов прийемо, що активний засіб протидіючої сторони А знаходиться в початковий момент часу при перебазуванні. При цьому система рівнянь має наступний вигляд:

$$\begin{cases} p_{\text{пр}}(0) = 0; \\ p_{\text{м}}(0) = 1. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0; \\ \frac{\mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{ппр}}}{\lambda_{\text{пр}}} (C_1 + C_2) + \\ + \frac{1}{\lambda_{\text{пр}}} (C_2 (A_1 - A_2) - C_1 (A_1 + A_2)) = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Вирішивши систему рівнянь (2) – (3), одержимо наступні значення для постійних коефіцієнтів:

$$C_1 = -\frac{\lambda_{\text{пр}}}{2A_1}; \quad C_2 = \frac{\lambda_{\text{пр}}}{2A_1}.$$

Визначивши C_1 та C_2 , визначимо функції $p_{\text{м}}(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$. Для цього необхідно визначити інтенсивності переходу активного засобу протидіючої сторони А з одного стану в інший.

Як приклад розглянемо активний засіб протидіючої сторони А, що виконує свої задачі в районі за призначенням. Спочатку активний засіб протидіючої сторони А знаходиться на перебазуванні ($p_{\text{м}}(0) = 1$) та готов зайняти район за призначенням і виконати завдання.

Допустимо, що зі статистичних даних відомо, що середній час перебазування дорівнює 40 хвилин, а середня тривалість перебування активного засобу протидіючої сторони А в районі за призначенням дорівнює 30 хвилин.

Знищення активного засобу протидіючої сторони А здійснюється при перебазуванні активними засобами 2 типів сторони В. В районі за призначенням активний засіб протидіючої сторони протидіючої сторони А не знищується.

Активні засоби сторони В виявляють активні засоби сторони А з ймовірністю $p_{\text{обн}}$ за час $t_{\text{обн}}$ та далі їх знищують з ймовірністю $p_{\text{пор}}$ за час $t_{\text{пор}}$.

Дані про можливості активних засобів сторони В надані в табл. 1 з допущеннями, що ці дані отримані зі статистичних досліджень.

Таблиця 1

Дані о можливостях сторони В

	Маються дані про перебазування сторони А		Необхідно здійснювати пошук перебазування сторони А	
	сторона А охороняється	сторона А не охороняється	сторона А охороняється	сторона А не охороняється
Для активних засобів сторони В першого типу				
$p_{\text{обн}}$	0,9	0,9	0,5	0,5
$p_{\text{пор}}$	0,7	0,95	0,6	0,8
Для активних засобів сторони В другого типу				
$p_{\text{обн}}$	0,7	0,7	0,5	0,5
$p_{\text{пор}}$	0,5	0,7	0,5	0,6

Прийемо, що зі статистичних даних відомо, що $t_{\text{обн}} \approx 20$ хв., $t_{\text{пор}} \approx 5$ хв. Розглянемо кожен окремий випадок знищення активних засобів протидіючої сторони А за допомогою активних засобів сторони В першого та другого типу. Для визначення інтенсивності знищення активних засобів протидіючої сторони А надамо вираз:

$$\lambda_{\text{пм}} = \frac{p_{\text{обн}} p_{\text{пор}}}{t_{\text{обн}} + t_{\text{пор}}}; \quad \lambda_{\text{ппр}} = 0; \quad (4)$$

$$\mu_M = \frac{1}{30}; \lambda_{\text{пр}} = \frac{1 - p_{\text{обн}} p_{\text{пор}}}{40}.$$

Після чого побудуємо графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого та другого типів при заданих $p_{\text{обн}}$ та $p_{\text{пор}}$. Не надано графік для активних засобів сторони В другого типу, де $p_{\text{обн}} = 0,5$, $p_{\text{пор}} = 0,6$, тому що він практично схожий з випадком, коли $p_{\text{обн}} = 0,5$, $p_{\text{пор}} = 0,5$.

З отриманих графіків на рис. 2 – 8 можна побачити, які великі значення приймає функція $p_{\text{пор}}(t)$, особливо, коли ймовірності $p_{\text{обн}}$ и $p_{\text{пор}}$ мають значення 0,7 і більше. При великих значеннях $p_{\text{обн}}$ та $p_{\text{пор}}$ ймовірність $p_{\text{пор}}(t)$ наближається до одиниці вже через 120 хвилин. З рис. 2 – 8 добре видно, як зменшення $p_{\text{обн}}$ та $p_{\text{пор}}$ до 0,5 – 0,7 зменшило ступінь зростання $p_{\text{пор}}(t)$ та дозволило збільшити розгляд осі абсцис до 360 хвилин. Але в цілому потрібно відзначити, що захист активних засобів протидіючої сторони А від активних засобів сторони В першого і другого типу – це складна задача, що вимагає великих досліджень та розрахунків.

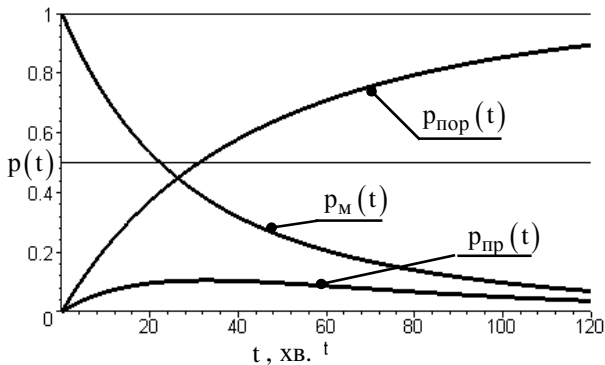


Рис. 2. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{\text{обн}} = 0,9$, $p_{\text{пор}} = 0,7$

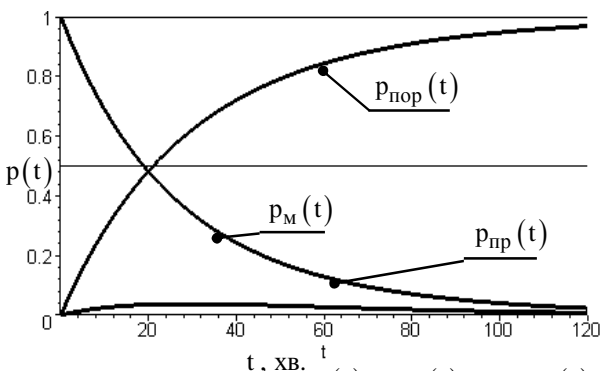


Рис. 3. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{\text{обн}} = 0,9$, $p_{\text{пор}} = 0,95$

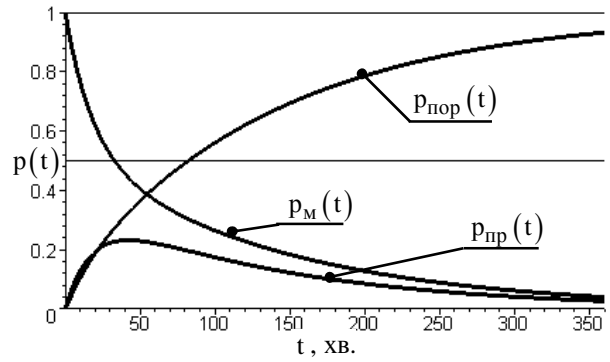


Рис. 4. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{\text{обн}} = 0,5$, $p_{\text{пор}} = 0,6$

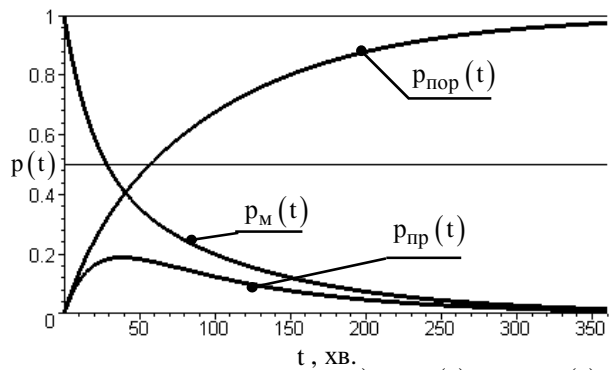


Рис. 5. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{\text{обн}} = 0,5$, $p_{\text{пор}} = 0,8$

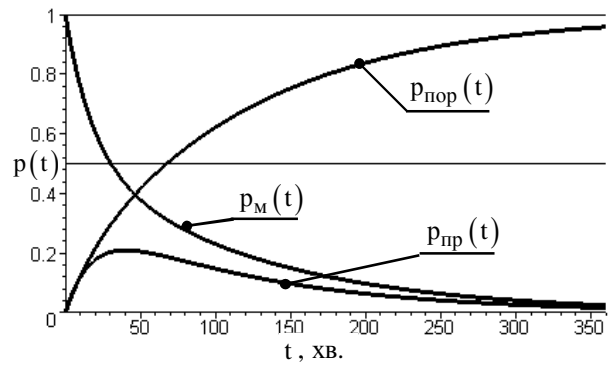


Рис. 6. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{\text{пр}}(t)$ та $p_{\text{пор}}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{\text{обн}} = 0,7$, $p_{\text{пор}} = 0,5$

Відзначимо, що для визначення інтенсивності переходу задавалися приблизні дані. Для активних засобів протидіючої сторони А визначення $p_{\text{обн}}$ та $p_{\text{пор}}$ буде представляти складну задачу.

ВИСНОВКИ

1. В статті сформульовано задача переходу активного засобу протидіючої сторони А з одного стану в інший.
2. Процес переходу активного засобу протидіючої сторони А з одного стану в інший розглядається

ся в якості марківського випадкового процесу.

3. Знайдені залежності ймовірностей трьох станів активного засобу протидіючої сторони А від часу, що дає можливість аналізувати його ефективність щодо заданих умов.

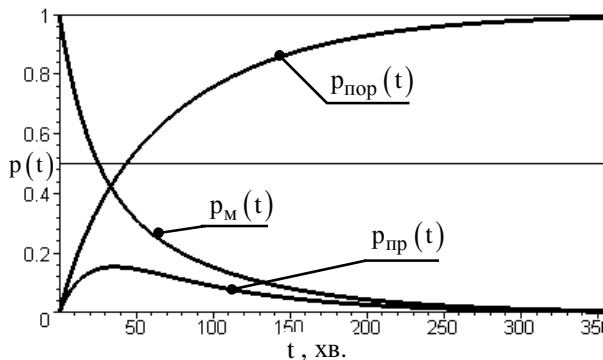


Рис. 7. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{пр}(t)$ та $p_{пор}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{обн} = 0,7$, $p_{пор} = 0,7$

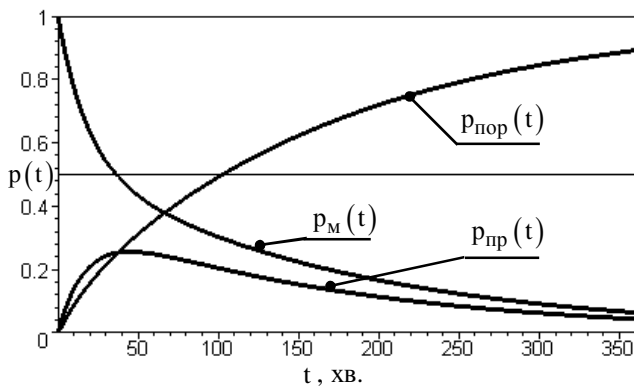


Рис. 8. Графіки функцій $p_M(t)$, $p_{пр}(t)$ та $p_{пор}(t)$ для активних засобів сторони В першого типу при $p_{обн} = 0,5$, $p_{пор} = 0,5$

4. Отримані графіки функцій $p_M(t)$, $p_{пр}(t)$ та $p_{пор}(t)$ для практичних значень заданих параметрів активного засобу протидіючої сторони А, які визначають функції ймовірностей станів активних засобів протидіючої сторони для конкретно заданих умов.

5. Графіки наочно показують можливості практичного моделювання й аналізу експлуатації і застосування активного засобу протидіючої сторони А, що знаходиться в трьох станах: перебазування, перебування в районі за призначенням, знищення.

6. Запропоновані залежності ймовірностей трьох станів активного засобу протидіючої сторони А від часу, які описуються в якості марківського випадкового процесу, доцільно використовувати при розробці математичного забезпечення перспективної автоматизованої системи управління.

Список літератури

1. Основы исследования операций в военной технике / Под ред. Ю.В. Чуева. – М.: Сов. радио, 1965. – 383 с.
2. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле / Ю.В. Чуев. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Сов. Радио, 1972. – 551 с.
4. Осинский Л.М. Элементы исследования операций и оценка эффективности сил и средств противовоздушной обороны / Л.М. Осинский. – К.: КВИРТУ, 1968. – 444 с.
5. Моделирование боевых действий войск (сил) противотанковой обороны та інформаційне забезпечення процесів управління ними / В.П. Городнов, Г.А. Дробаха, М.О. Єрмошин, Є.Б. Смірнов, В.І. Ткаченко. – Х.: ХВУ, 2004. – 410 с.

Надійшла до редколегії 1.10.2010

Рецензент: канд. техн. наук, доц. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЯ АКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПРОТИВОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СТОРОНЫ

Ю.А. Олейник, В.А. Бородавка, Ю.А. Кусакин

В статье определяется функция вероятности состояния активных средств противодействующей стороны. Решения представлены в виде графиков зависимости вероятностей этих состояний от времени, которое реально показывает возможности моделирования, прогнозирования и анализа использования активных средств противодействующей стороны.

Ключевые слова: активное средство противодействующей стороны А, вероятность состояния, интенсивность перехода.

DETERMINATION FUNCTION PROBABILITY OF THE CONDITIONS OF THE ROLLING LAUNCHER

Yu.A. Olijnik, V.A. Borodavka, Yu.O. Kusakin

In article are considered examples of the practical decisions of the equations of probability three conditions of the rolling launcher, finding in positional region, defeat. The decisions are presented in the manner of graph of the dependencies of probability three considered conditions from time that graphically shows the possibility of modeling, forecasting's and analysis of the using the rolling launcher.

Keywords: rolling launcher, probability of the condition, intensity of the transition.

