

Обробка інформації в складних технічних системах

УДК 621.391

А.Н. Барсуков

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ Q-СТАТИСТИКИ В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ХАОТИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ИСКАЖЕННОЙ ГАУССОВЫМ ШУМОМ

В статье предлагается использование Q-статистики в непараметрическом обнаружителе хаотической последовательности, искаженной гауссовым шумом. Проводится сравнительный анализ характеристик обнаружения хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением, на фоне белого гауссова шума с различной интенсивностью.

Ключевые слова: непараметрический обнаружитель, обнаружение, Q-статистика, хаотическая последовательность, гауссов шум, псевдофазовый портрет, автокорреляционная функция.

Введение

В настоящее время, в период вооруженных конфликтов, особое внимание исследователей помехозащищенности радиотехнических систем передачи информации (РТС ПИ) сосредоточено на теории обнаружения сигналов на фоне шума [1 – 3].

Известно, что помехозащищенность включает в себя скрытность РТС ПИ и ее помехоустойчивость, так как для создания мощных помех надо сначала обнаружить сигнал и измерить его основные параметры, а затем организовать мощную, наиболее сильнодействующую помеху [4]. Задачи обнаружения сигнала (сигналов) на фоне помех принадлежат к числу основных вопросов статистической теории измерительных РТС [5]. Естественно, такие задачи формулируются как проверки сложных статистических гипотез в условиях параметрической или непараметрической априорной неопределенности.

Изучению различных подходов в задачах обнаружения сигналов в условиях параметрической априорной неопределенности посвящено достаточно большое количество научных публикаций [5 – 8]. Эти задачи характеризуются тем, что функциональный вид распределения наблюдаемого процесса известен [6]. Однако параметры обнаружения сигнала могут быть заданы неточно или неизвестны, поэтому при использовании параметрических критериев возникают математические трудности [6]. Кроме этого, при проектировании радиотехнических систем передачи информации [6] все чаще приходится сталкиваться с задачей обнаружения сложных сигналов на фоне сильных помех с неизвестными характеристиками или подверженными изменениями.

Вместе с тем, особое место в теории занимают непараметрические обнаружители сигналов, в кото-

рых распределение вероятностей смеси сигнала с шумом неизвестны [6]. Среди известных обнаружителей часто используются: знаковые, ранговые и знаково-ранговые тесты [8]. Такие обнаружители обладают широкой областью применения, менее трудоемки и более универсальны [6, 7]. Перечислим конкретно наиболее часто используемые тесты: U-тест Манна-Уитни (Mann – Whitney U-test), тест Уилкоксона (Wilcoxon), H-тест по методу Крускала и Уоллиса, тест Фридмана, тест Колмогорова-Смирнова для проверки формы распределения [6, 8]. В то же время, применение ранговых алгоритмов обнаружения приводит к потере части информации, однако при увеличении объема наблюдений эти потери уменьшаются [8]. Кроме этого, в зависимости от поставленной цели задач непараметрические критерии можно разделить на следующие группы:

- а) критерии различия между независимыми выборками;
- б) критерии различия между зависимыми выборками;
- в) критерии зависимости между переменными.

Отдельное самостоятельное развитие получили нетрадиционные статистические тесты, которые опираются на теорему Такенса (Takens) [9], позволяющую по наблюдаемой временной реализации

$$\vec{x} = x(t_i) = \{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)\}$$

восстановить модель аттрактора состояний в фазовом пространстве исходной динамической системы. Эта модель имеет такую же динамику состояний и неизменные топологические свойства [9]. Теорема Такенса широко используется в нелинейном анализе динамических систем и позволяет в некоторых случаях классифицировать наблюдаемый процесс (шум или нелинейность) по его структуре аттрактора [10, 11]. На ос-

нове этой теоремы и свойств «корреляционного интеграла» были разработаны нетрадиционные непараметрические статистические тесты [12]: оценка Такенса, BDS-статистика (BDS) [10, 13] и Dt-статистика [11].

В работах [10, 11, 13] подробно рассматривались алгоритмы нетрадиционного обнаружения хаотического сигнала на фоне шума с помощью BDS-статистики и Dt-статистики, результаты характеристик обнаружения не уступили в эффективности традиционному χ^2 -статистике энергетическому обнаружителю [10]. Однако, как стало понятно, применения таких тестов [10] привели к дополнительным расчетам характеристик, связанных с перебором вариаций значений радиуса покрытий в фазовом пространстве [10, 11, 13].

Цель работы состоит в развитии непараметрического подхода направленном на повышении эффективности непараметрического критерия, а также в разработке алгоритма, на основе Q-статистики, непараметрического обнаружителя хаотической последовательности на фоне измерительного шума.

Основная часть

Рассмотрим статистический критерий, выявления зависимостей между значениями во временных рядах, основанный на статистике Льюнга-Бокса (Ljung-Box) или Q-статистики [14]:

$$Q = N(N+2) \sum_{\tau=1}^N \hat{c}_{\tau}^2 / (N-\tau), \quad (1)$$

где $c_{\tau} = \frac{1}{N} \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+\tau}$ – автокорреляционная функция, N – число элементов наблюдаемой последовательности $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ состоящей из аддитивной смеси $\xi_i = f_i + n_i$ сигнала f_i и n_i – белого гауссова шума. Статистический критерий опирается на проверки автокорреляции [15]. Статистика Льюнга-Бокса имеет асимптотическое χ_m^2 распределение и не теряет своей состоятельности даже, если процесс не имеет нормального распределения (при наличии конечной дисперсии) [14].

На основании вышесказанного предлагается рассмотреть алгоритм статистического Q-теста (1) для обнаружения хаотического сигнала f_i на фоне шума n_i , можно сформулировать статистический критерий проверки гипотез, если принимается H_0 , то наблюдение независимо и тождественно распределено (Independent and Identically Distributed) I.I.D., в случае же отвержения H_0 – наблюдаемая реализация состоит из аддитивной смеси шума и сигнала.

Ниже по контексту приводятся результаты расчета характеристик вероятности обнаружения хаотической последовательности $P_{\beta}(\delta)$ при различных значениях отношения сигнал/шума $\delta = \sigma_f / \sigma_n$, где σ_f и

σ_n – среднеквадратичные отклонения хаотической последовательности f_i и белого гауссова шума n_i с нулевым математическим ожиданием соответственно. Проверяется гипотеза H_0 об отсутствии в наблюдении $\{\xi_i\}$ хаотической последовательности f_i , т.е. принимается неравенства $Q \leq Q_{\text{пор}}$, что отвечает уровню значимости α (вероятности ошибки первого рода) и, тогда с 95% уверенностью можно принять гипотезу H_0 о независимости и тождественном распределении (I.I.D.) [10]. В случае отклонения H_0 данные не I.I.D, что соответствует появлению на фоне белого шума хаотической последовательности f_i , поскольку изменяются вероятностные свойства не только наблюдения ξ_i , но и Q-статистики. Следует напомнить, что при проверке статистической гипотезы недостаточно опираться на критерий значимости α [10]. Поэтому определяется мощность критерия $1-\beta$ ($\beta = P(\xi_i \in G_{\alpha} | H_1)$, где G_{α} – критическая область уровня значимости $\alpha = 0,05$) и β – вероятность ошибки второго рода.

Ниже по тексту рассматриваются свойства хаотической последовательности f_i , сформированной логистическим отображением $f_{i+1} = \lambda \cdot f_i \cdot (1 - f_i)$ [5] ($i = 0, \dots, N = 1000$), где управляющий параметр $\lambda = 3,999$ и начальное значение $f_0 = 0,06$. На рис. 1 приведена реализация хаотической последовательности f_i .



Рис. 1. Реализации хаотической последовательности f_i

На рис. 1 видно, что реализация имеет сложную нелинейную последовательность и внешнюю схожесть с шумом. Кроме этого, на рис. 2 представлена диаграмма, полученная итерированием логистического отображения.



Рис. 2. Итерационная диаграмма логистического отображения f_i

На следующем рис. 3 демонстрируется результат расчета автоковариационной функции C_τ хаотической последовательности.

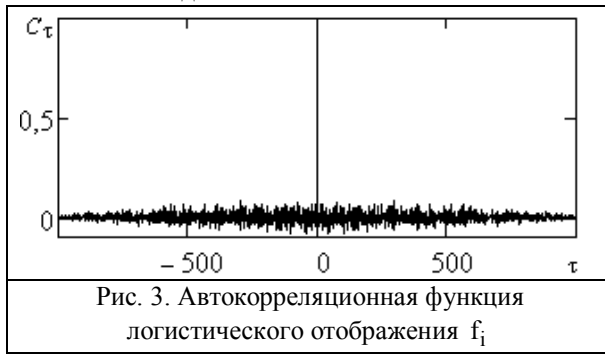


Рис. 3. Автокорреляционная функция логистического отображения f_i

Легко заметить на рис. 3 дельтаобразную форму функции автоковариации C_τ , присущую хаотической последовательности. С целью изучения структуры наблюдения ξ_i , в качестве примера, на рис. 4 приводится псевдофазовый портрет аддитивной смеси хаотической последовательности и шума при отношении сигнал/шум равный 1.

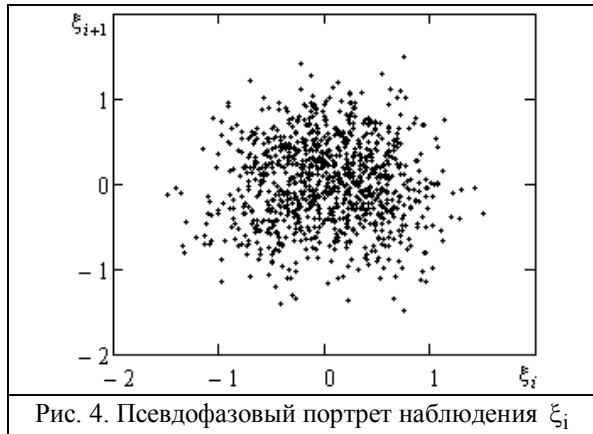


Рис. 4. Псевдофазовый портрет наблюдения ξ_i

Следует отметить, что псевдофазовый портрет наблюдения ξ_i , представленный на рис. 4, характеризует изотропную структуру аттрактора, идентифицируемую как шум.

Далее по контексту на рис. 5, 6 представлены результаты характеристик вероятности обнаружения хаотической последовательности f_i на фоне гауссова шума с различной интенсивностью в интервале $\delta = 0,1 \dots 2$. Наблюдение $\{\xi_i\}_k^{100}$ формировалось из $k=100$ реализаций по 1000 отсчетов каждая, за исключением 10-й реализации, состоящей из аддитивной смеси $\xi_i = f_i + n_i$. В результате вычисления получили 100 значений Q-статистики.

На рис. 5 представлены функции средней мощности критерия $p_\beta(\delta)$, вычисленные по 100 значениям Q-статистики. Гипотеза H_0 проверялась по порогу $\gamma_{пор}$ равный среднему значению 1000 Q-статистик (кривая 1) гауссова шума и аналогично 100 (кривая 2) соответственно.

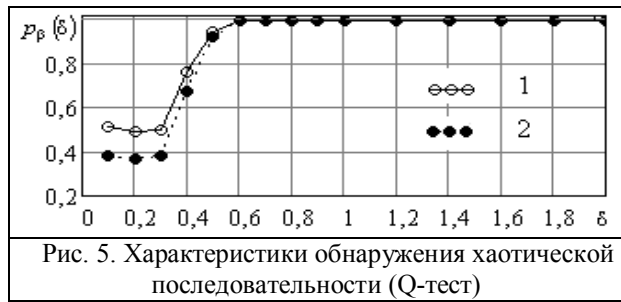


Рис. 5. Характеристики обнаружения хаотической последовательности (Q-тест)

В результате анализа графика, демонстрируемого на рис. 5, отметим, что с вероятностью $p_\beta \geq 0,95$ отвергается гипотеза H_0 при значении отношения сигнал/шум равный $\delta \geq 0,6$, т.е. в наблюдении присутствует сложная нелинейная зависимость между ее значениями, характеризующаяся как хаотическая последовательность.

Ниже по контексту на рис. 6 изображен трехмерный график зависимостей $p_\beta(\delta, \xi)$ мощности критерия от отношения сигнал/шум δ и номера реализации наблюдения $\{\xi_i\}$.

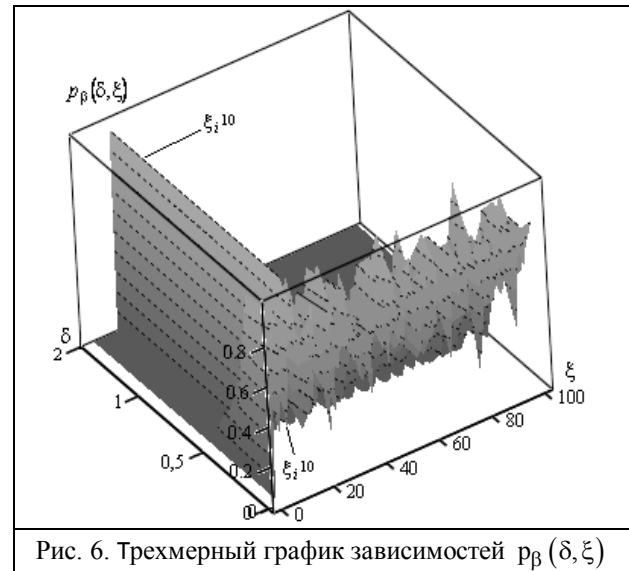


Рис. 6. Трехмерный график зависимостей $p_\beta(\delta, \xi)$

Нетрудно заметить на рис. 6 выделяющийся максимум, который соответствует ξ_i^{10} десятой реализации, состоящей из аддитивной смеси хаотической последовательности и шума.

Ниже по контексту, в качестве сравнения, приводятся на рис. 7 характеристики вероятности обнаружения $p_\beta(\delta, \varepsilon)$ хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением с аналогичными параметрами, рассмотренными выше по тексту. Характеристики обнаружения сигнала на фоне шума рассчитаны с привлечением Dechert-статистики [12]:

$$w_{m,N}^{Dt}(\varepsilon, \varepsilon 1) = \sqrt{N-m} \times \frac{C_{m,N-m}(\varepsilon, \varepsilon 1) - C_{1,N-m}(\varepsilon)C_{1,N-m}(\varepsilon 1)}{\sigma_{m,N}(\varepsilon, \varepsilon 1)},$$

где $C_{m,N}(\varepsilon, \varepsilon_1)$ «корреляционный интеграл» с двойным интервалом «покрытия» $\varepsilon, \varepsilon_1$ и вложением для $m \geq 1$ [11]. Интервалы «покрытий» принимались со значениями $\varepsilon_1 = 2\varepsilon$; $\varepsilon_1 = 0,2\sigma_\xi$; $\varepsilon_2 = 0,4\sigma_\xi$; $\varepsilon_3 = 0,6\sigma_\xi$; $\varepsilon_4 = 0,8\sigma_\xi$ (кривые 1 – 4, рис. 7) [11], где σ_ξ – среднее квадратичное отклонение ξ_i .

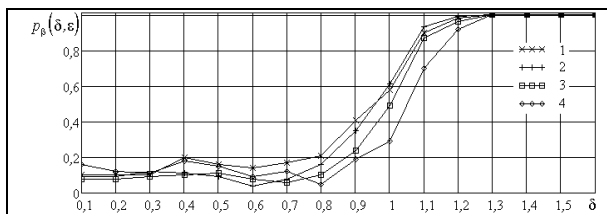


Рис. 7. Характеристики обнаружения хаотической последовательности (Dt-тест)

На рис. 7 (кривые 1-4) видно, что с вероятностью $p_B \approx 0,95$ отвергается гипотеза H_0 при большем значении отношения сигнал/шум, равным $\delta \approx 1,3$ [11], в отличие от рис. 5 ($\delta \approx 0,6$). Вместе с этим следует подчеркнуть, что кривые (см. рис. 7), отстоящие друг от друга, не выходят за ширину доверительного интервала [11].

Выводы

Таким образом, применение Q-статистики в алгоритме непараметрического обнаружителя сигнала искаженного гауссовым шумом позволило без знания априорной плотности распределения обнаружить факт наличие хаотической последовательности при отношении сигнал/шум равным $\delta \geq 0,6$ с вероятностью 0,95.

Список литературы

1. Васюта К.С. Анализ методов обнаружения хаотических сигналов / К.С. Васюта, А.И. Кушнир, С.В. Озеров // Прикладная радиоэлектроника. – 2013. – Т. 12, № 4. – С. 553-558.
2. Ярош С.П. Аналіз характеристик сучасних засобів радіоелектронної боротьби авіаційного базування / С.П. Ярош // Системи озброєння і військова техніка. – 2014. – № 3(39). – С. 72-80.

3. Горохов С.М. Критерии эффективности скрытых методов передачи / С.М. Горохов, Н.В. Захарченко, В.В. Корчинский // Цифрові технології. – 2012. – № 12. – С. 147-150.

4. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.

5. Фалькович С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем: учеб. пособие / С.Е. Фалькович, П.Ю. Костенко. – Х.: НАУ «ХАИ», 2005. – 390 с.

6. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.

7. Будрейка Н.Н. Непараметрические методы исследования в психологии / Н.Н. Будрейка // Психологическая наука и образование. – 2007. – № 1. – С. 40-58.

8. Никитенко В.И. Быстрые непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов / В.И. Никитенко. – Минск: БГУ, 2010. – 131 с.

9. Мун Ф. Хаотические колебания: вводный курс для научных работников и инженеров / Ф. Мун; пер. с англ. Ю.А. Данилова, А.М. Шукурова. – М.: Мир, 1990. – 312 с.

10. Обнаружение хаотического процесса искаженного белым шумом с использованием BDS-статистик / П.Ю. Костенко, А.Н. Барсуков, К.С. Васюта, С.Н. Симоненко // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2009. – Т. 52, № 11. – С. 41-50.

11. Барсуков А.Н. Использование Dt-статистики в задаче обнаружения хаотического сигнала искаженного шумом / А.Н. Барсуков В.Ж. Яценко, В.В. Парфило // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2012. – № 3 (9). – С. 102-105.

12. Dechert W.D. An application of chaos theory to stochastic and deterministic observations / W.D. Dechert // Working paper, University of Houston. – 1995. – P. 1-24.

13. Непараметрический BDS-обнаружитель хаотических сигналов на фоне белого шума / П.Ю. Костенко, К.С. Васюта, С.Н. Симоненко, А.Н. Барсуков // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 54, № 1. – С. 23-31.

14. Суллов В.И. Эконометрия / В.И. Суллов, Н.М. Ибрагимов, Л.П. Талышева и др. – Новосибирск: СОРАН, 2005. – 744 с.

15. Михайлович Т. Метод інтервального прогнозування водоспоживання із використанням моделі періодичної авторегресії / Т. Михайлович, М. Фриз // Вісник ТНТУ. – 2012. – Т. 66, № 2. – С. 249-257.

Поступила в редколлегию 25.12.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ВИКОРИСТАННЯ Q-СТАТИСТИКИ В ЗАДАЧІ ВИЯВЛЕННЯ ХАОТИЧНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ СПОТВОРЕНОЇ ГАУСОВИМ ШУМОМ

О.М. Барсуков

У статті пропонується використання Q-статистики в непараметричному виявлячі хаотичної послідовності спотвореної гауссовим шумом. Проводиться порівняльний аналіз характеристик виявлення хаотичної послідовності, сформованої логістичним відображенням, на фоні білого гауссова шуму з різною інтенсивністю.

Ключові слова: непараметричний виявляч, виявлення, Q-статистика, хаотична послідовність, гаусів шум, псевдофазовий портрет, автокореляційна функція.

APPLICATION OF Q-STATISTICS IN THE PROBLEM OF DETECTION CHAOTIC WITH GAUSSIAN NOISE OF DISTORTION

A.N. Barsukov

The paper proposes a nonparametric approach detection chaotic sequence that is based on Q-statistics. A comparative analysis of the detection characteristics of a chaotic process, form-balanced, logistic map, on the background of noise.

Keywords: nonparametric detector, detection, Q-statistics, chaotic sequence, Gaussian noise, pseudo-phase picture, the autocorrelation function.