

УДК 621.391

І.Ю. Субач

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ

МЕТОДИКА ПОСЛІДОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛУ ОБМЕЖЕНИХ РЕСУРСІВ МІЖ ПАРАМЕТРАМИ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ

Для вирішення задачі оптимального розподілу обмежених ресурсів між параметрами обладнання інформаційно-телекомунікаційних мереж (ІТМ) запропоновано методику послідовної оптимізації з вибором визначеного кроку у множині значень вартісних параметрів, в основу якої покладено метод прямого пошуку.

Ключові слова: інформаційно-телекомунікаційна мережа, функціональні параметри, експлуатаційно-технічні параметри, показники якості функціонування, оптимізація.

Вступ

Під час вирішення багатьох військово-прикладних задач виникають ситуації, в яких необхідно приймати обґрунтоване рішення, тобто вибирати один з множини можливих способів поведінки. Найбільш гостро проблема прийняття рішення постає під час вирішення конфліктних ситуацій, що дуже часто формулюються в термінах «вартість-ефективність». Бажання отримати систему з високою ефективністю вступає у протиріччя з необхідністю обмеження витрат: матеріальних, людських, часових та ін. Для вирішення даного протиріччя зазвичай застосовують різні методи математичного програмування.

Однак аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що при рішенні певних військово-прикладних задач за допомогою відомих методів [1 – 3], виникають складності, які обумовлюються наявністю у цільових функціях, як безперервних, так і цілочислових змінних (параметрів оптимізації). Задачі даного типу (зі змішаними змінними) порівняно мало вивчені, хоча зустрічаються досить часто. Однією з даних задач є комплексне обґрунтування вимог до функціональних та експлуатаційно-технічних параметрів обладнання ІТМ для забезпечення заданих значень показників якості функціонування. Дана задача відноситься до задачі оптимального розподілу виділених на модернізацію ІТМ обмежених ресурсів між керованими параметрами (змінними), кожен з яких вносить свій певний внесок у підвищення показника якості і вимагає для цього різних витрат коштів. Оскільки частина параметрів оптимізації може приймати дискретні (цілочислові) значення, то зазначена вище задача у загальному випадку представляє собою задачу частково дискретного нелінійного програмування, яка на даний час не має точного загального розв'язку.

Тому метою даної статті є розробка методики послідовної оптимізації розподілу обмежених ресурсів між параметрами ІТМ, в основу якої покладено

метод рішення задачі комплексного обґрунтування вимог до параметрів обладнання ІТМ, який ґрунтується на ідеї прямого пошуку.

Результати досліджень

Сформулюємо змістовну постановку задачі. Нехай мається ІТМ, що включає в себе сукупність різних напрямків зв'язку, та нехай кожний напрямок складається з декількох маршрутів зв'язку. У кожному окремому маршруті зв'язку здійснюється послідовне (багатофазне) обслуговування заявок (пакетів), при цьому обладнання i -ої фази характеризується сукупністю параметрів $k_i, i = \overline{1, n}$, частина з яких може приймати тільки дискретний набір значень (наприклад, число каналів, що резервуються).

Позначимо через $F(X_0)$ показник якості функціонування маршруту зв'язку (наприклад, ймовірність своєчасної доставки повідомлення, в яку входять функціональні та експлуатаційно-технічні параметри обладнання інформаційних напрямків ІТМ [4]). Будемо вважати, що показник якості функціонування $F(X)$ не задовольняє вимогам, тобто $F(X) < F^{\text{пот}}(X)$. Для поліпшення цього показника виділено певний (обмежений) ресурс (кошти) C , який за допомогою методів експертного оцінювання розподіляється між окремими інформаційними напрямками зв'язку за критерієм їхньої важливості, а всередині кожного напрямку – між окремими маршрутами зв'язку.

Нехай для поліпшення показника якості одного маршруту зв'язку, що включає в себе обладнання n фаз обслуговування, виділена сума коштів C_0 . Необхідно вирішити дві взаємопов'язані задачі:

1. Розподілити виділений ресурс C_0 між фазами обслуговування, тобто визначити значення

$$C_i, i = \overline{1, n}, \text{ такі, що } \sum_{i=1}^n C_i = C_0.$$

2. Розподілити виділені для кожної фази обслуговування кошти між змінними (параметрами оптимізації) таким чином, щоб забезпечити екстремальне значення обраного показника якості.

Таким чином, у формалізованому виді постановка задачі може бути сформульованою таким чином: необхідно знайти оптимальні (раціональні) значення параметрів x_{ij}^* ($i = \overline{1, n}; j = \overline{1, k_i}$; n – кількість фаз обслуговування; k_i – кількість параметрів оптимізації в i -й фазі), що забезпечують екстремум цільової функції $F(X) = F(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik_i})$, $i = \overline{1, n}$, тобто знайти $\text{ext}F(X), X \in R$, де R – допустима область рішень, яка визначається системою обмежень вигляду:

$$f_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik_i}) \leq C_i, i = \overline{1, n}; a_i \leq x_{ij} \leq b_i,$$

де в якості цільової функції використовується

$$F(X) = F(x_{ij1}, x_{ij2}, \dots, x_{ijk}) = \Phi(X_1^{(\Phi)}, X_2^{(e)}),$$

$X_1^{(\Phi)} = \{x_{ij}^{(\Phi)}\}$ – множина функціональних параметрів обладнання i -ї фази обслуговування ($i = \overline{1, n}$);

$X_2^{(e)} = \{x_{ij}^{(e)}\}$ – множина експлуатаційно-технічних параметрів.

Прийmemo такі обмеження та допущення:

процеси надходження заявок та їх обслуговування є незалежними;

є відомою залежність показника якості функціонування $F(X)$ напрямку зв'язку від показників якості окремих маршрутів зв'язку;

задані залежності значень j -го параметра оптимізації від суми коштів y_{ij} на його поліпшення, тобто є відомими залежності

$$x_j^i = \Psi_j^i(y_{ij}), i = \overline{1, n}; j = \overline{1, k_i};$$

показник якості функціонування $F(X)$ (цільова функція) є сепарабельною.

Для розв'язання сформульованої задачі доцільно використовувати метод, заснований на ідеї прямого пошуку – метод послідовної оптимізації з вибором певного кроку Δ у множині значень вартісних параметрів.

Метод послідовної оптимізації. Нехай C_0 – сума коштів, яка виділена на підвищення показника якості функціонування обладнання маршруту ІТМ – ймовірності своєчасної доставки повідомлення $P_{св}(t_d)$, а C_i – частина цих коштів, що виділена на модернізацію обладнання i -ї фази обслуговування. Як було зазначено вище, кожна з компонентів вектору X^i є однозначною функцією вартості, яка виді-

лена на поліпшення відповідного параметра оптимізації, тобто, якщо $C_i = \sum_{j=1}^{k_i} y_{ij}$, то значення j -го параметра оптимізації при виділенні y_{ij} суми коштів на його поліпшення знаходяться із залежності:

$$x_j^i = \Psi_j^i(y_{ij}), j = \overline{1, k_i}, i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Отже, суть задачі полягає у визначенні оптимальних значень y_{ij} , $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, k_i}$.

При кожному C_i значення y_{ij} можна визначити шляхом максимізації функції

$$\varphi_i(C_i) = P_i(\Psi_1^i(y_{i1}), \Psi_2^i(y_{i2}), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{ik_i}))$$

при обмеженнях $\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} \leq C_i, y_{ij} \geq 0$.

Екстремальні значення цільової функції даної задачі залежать від виділеної на модернізацію обладнання i -ї фази обслуговування вартості C_i .

Отже, основна задача зводиться до визначення таких значень C_1, C_2, \dots, C_n , які максимізують

$$\prod_{i=1}^n \max_{\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} \leq C_i, y_{ij} \geq 0} P_i(\Psi_1^i(y_{i1}), \Psi_2^i(y_{i2}), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{ik_i})) \quad (2)$$

при обмеженнях $\sum_{i=1}^n C_i \leq C, C_i \geq 0$. (3)

Очевидно, що логарифмуючи цільову функцію (1), можна звести ці задачі до максимізації

$$\sum_{i=1}^n \ln \max_{\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} \leq C_i, y_{ij} \geq 0} P_i(\Psi_1^i(y_{i1}), \Psi_2^i(y_{i2}), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{ik_i})) \quad (4)$$

Важливо зазначити, що функція максимізації

$$\varphi_i(C_i) = \max_{\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} \leq C_i, y_{ij} \geq 0} P_i(\Psi_1^i(y_{i1}), \Psi_2^i(y_{i2}), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{ik_i})) \quad (5)$$

має монотонність по C_i . Тоді одним з можливих підходів до розв'язання сформульованої задачі є пошук залежності $\varphi_i(C_i)$ з наступним розв'язком задачі максимізації

$$\prod_{i=1}^n \varphi_i(C_i) \quad (6)$$

або максимізації

$$\sum_{i=1}^n \ln \varphi_i(C_i) \quad (7)$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^n C_i \leq C, C_i \geq 0. \quad (8)$$

Складність сформульованої задачі (6) – (8) у тому, що функції $\varphi_i(C_i)$ не мають простого аналітичного виду. Це неявно задані функції щодо шуканих змінних C_i . Обчислення функцій $\varphi_i(C_i)$ рівносильне розв'язанню екстремальної задачі (5), алгоритм розв'язку якої буде розглянутий дещо нижче (алгоритм 2). Допустимо, що є можливість обчислювати $\varphi_i(C_i)$ при різних C_i . Тоді для розв'язку основної задачі (6) – (8) можна використати викладений нижче алгоритм (рис. 1).

Розглянемо послідовний розподіл вартості C_0 між фазами обслуговування: спочатку розподіляється деяка частина вартості Δ , потім 2Δ і т.д. до того, як при черговому кроці s^* виявиться, що $s^*\Delta = C_0$. Відповідно до цього оптимальний розв'язок відшукується відповідно до схеми рис. 1.

Нехай початковий розв'язок

$$y(0) = (y_1(0), y_2(0), \dots, y_n(0)) = (0, 0, \dots, 0).$$

Перший крок: виділяємо частину вартості Δ , обчислюємо $Q_i(0) = \ln \varphi_i(y_i(0) + \Delta)$, $i = \overline{1, n}$, і знаходимо i^* , що максимізує це значення, тобто

$$Q_{i^*}(0) = \max_{1 \leq i \leq n} \ln \varphi_i(y_i(0) + \Delta).$$

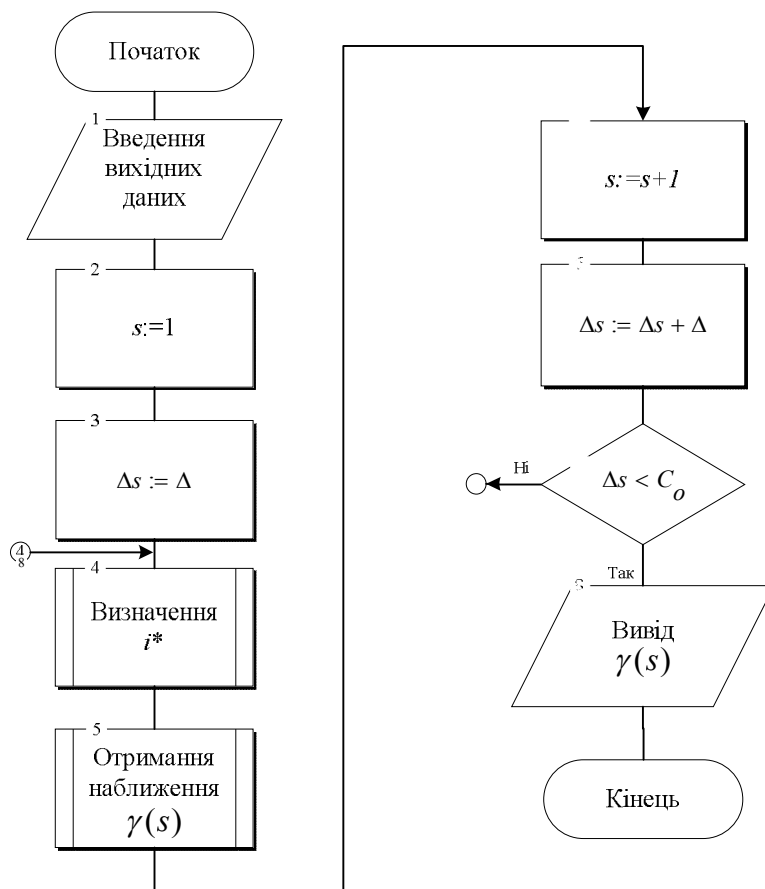


Рис. 1. Узагальнена схема алгоритму 1 оптимального розподілу виділених коштів між фазами обслуговування

Збільшуючи відповідну компоненту вектору $y(0)$ на Δ , отримуємо нове наближення $y(1)$ (після першого кроку).

Другий крок: виділяємо друге значення Δ вартості, обчислюємо різницю:

$$Q_i(1) = \ln \varphi_i(y_i(1) + \Delta) - \ln \varphi_i(y_i(1)), \quad i = \overline{1, n},$$

і знаходимо значення i^* , що максимізує цю різницю, тобто

$$Q_{i^*}(1) = \max_{1 \leq i \leq n} Q_i(1).$$

Далі збільшуємо відповідний компонент вектору $y(1)$ на Δ і отримуємо наступне наближення $y(2)$ (після другого кроку) і т.д.

Нехай в s -й ітерації маємо наближення $y(s)$.

Обчислюємо різницю

$$Q_i(s) = \ln \varphi_i(y_i(s) + \Delta) - \ln \varphi_i(y_i(s)), \quad i = \overline{1, n},$$

і визначаємо i^* таке, що

$$Q_{i^*}(s) = \max_{1 \leq i \leq n} Q_i(s).$$

Збільшуючи відповідний компонент вектору $y(s)$ на Δ отримуємо $y(s+1)$.

Процес зупиняється після цієї ітерації s^* , коли вперше буде $s^*\Delta = C_0$.

При цьому отримуємо вектор:

$$y(s^*) = (y_1(s^*), y_2(s^*), \dots, y_n(s^*)),$$

де

$$y_1(s^*) = C_1, \quad y_2(s^*) = C_2, \dots,$$

$$y_n(s^*) = C_n.$$

Важливо зазначити, що обґрунтування цього процесу засновано на монотонній залежності $\ln \varphi_i(C_i)$ відносно C_i .

У даному алгоритмі передбачалася можливість обчислення функції $\ln \varphi_i(y_i(s))$ при значеннях $y_i(s)$, які зустрічалися в процесі ітерації. Для обчислення цих значень можна використати описаний нижче алгоритм 2, аналогічний алгоритму 1, спрямований на розв'язання задачі пошуку значень

$$\varphi_i(C_i) = \max_{\substack{\sum_{j=1}^{k_i} y_{ij} \leq C_i, \\ y_{ij} \geq 0}} P_1 \left(\Psi_1^i(y_{i1}), \Psi_2^i(y_{i2}), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{ik_i}) \right) \quad (9)$$

при заданих C_i .

Зазначимо, що даний алгоритм дозволяє обчислювати $\varphi_i(\cdot)$ при будь-яких значеннях C_i зокрема, при тих значеннях, які зустрічалися в ході ітеративного процесу. Тому, ці два алгоритми доцільно комбінувати, звертаючись у ході ітеративного процесу алгоритму 1 до процедури обчислення $\ln \varphi_i(\cdot)$ відповідно алгоритму 2 при необхідних значеннях $y_i(s)$.

Алгоритм 2 (рис. 2). Даний алгоритм спрямований на розв'язання екстремальної задачі (5), тобто він реалізує процедуру послідовного оптимального розподілу виділених коштів C_i між параметрами оптимізації $x_j^i, j = \overline{1, k_i}$, в i -й фазі обслуговування $i = \overline{1, n}$.

Ця процедура представлена у вигляді багатокрокового обчислювального процесу.

Нехай Δ – мінімальна одиниця розподілених коштів. Тоді, на першому кроці ми розподіляємо найліпшим чином Δ кошти, на другому кроці – 2Δ кошти і т.д. до тих пір, поки не вичерпаємо всі виділені кошти C_i .

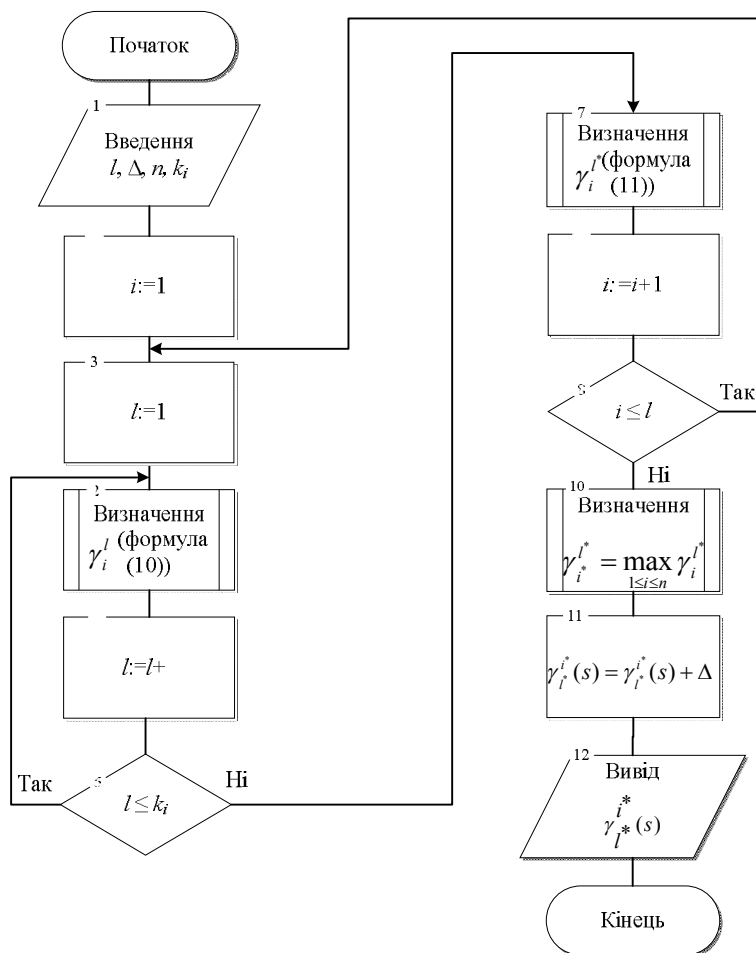


Рис. 2. Узагальнена схема алгоритму 2 оптимального розподілу виділених коштів між параметрами оптимізації у кожній фазі обслуговування

Відповідно до цього формальна схема обчислювального процесу виглядає таким чином, як зображено на рис. 2.

Нехай маємо початкове наближення

$$y^i(0) = (y_1^i(0), y_2^i(0), \dots, y_{k_i}^i(0)) = (0, 0, \dots, 0).$$

На першому кроці обчислюємо

$$\gamma_i^1(0) = P_i(\Psi_1^i(0), \Psi_2^i(0), \dots, \Psi_{l-1}^i(0), \Psi_{l+1}^i(0), \dots, \Psi_{k_i}^i(0))$$

і знаходимо значення Γ^* , для якого

$$\gamma_i^{\Gamma^*}(0) = \max_{1 \leq l \leq k_i} \gamma_i^l(0).$$

Збільшуємо на Δ компоненту Γ^* вектора $y^i(0)$, тобто визначаємо $\gamma_i^{\Gamma^*}(0) + \Delta$ та отримуємо

наближення $y^i(1)$ після першого кроку і т.д.

Після s -го кроку отримуємо наближення

$$y^i(s) = (y_1^i(s), y_2^i(s), \dots, y_{k_i}^i(s)).$$

Далі на $(s+1)$ -му кроці обчислюємо

$$\gamma_i^l(s) = P_i \left(\Psi_1^i(y_1^i(s)), \Psi_2^i(y_2^i(s)), \dots, \Psi_{l-1}^i(y_{l-1}^i(s)), \Psi_l^i(y_1^i(s) + \Delta), \Psi_{l+1}^i(y_{l+1}^i(s)), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{k_i}^i(s)) \right)$$

і знаходимо максимум до l різниць

$$\gamma_i^l(s) - P_i \left(\Psi_1^i(y_1^i(s)), \dots, \Psi_l^i(y_1^i(s)), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{k_i}^i(s)) \right), \quad (10)$$

який досягається при $l = l^*$, тобто

$$\gamma_i^{l^*}(s) = \max_{1 \leq l \leq k_i} \left[\gamma_i^l(s) - P_i \left(\Psi_1^i(y_1^i(s)), \dots, \Psi_l^i(y_1^i(s)), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{k_i}^i(s)) \right) \right]. \quad (11)$$

Збільшуючи на Δ відповідний компонент $y_{l^*}^i(s)$ вектору $y^i(s)$, отримуємо наближення $y^i(s+1)$ і т.д. до тих пір, поки не прийдемо до s^* -ітерації, для якої $s^* \Delta = C_i$.

Вектор $y^i(s^*)$ – шуканий розв’язок розглянутої задачі, причому

$$\varphi_i(C_i) = P_i\left(\Psi_1^i(y_1^i(s^*)), \Psi_2^i(y_2^i(s^*)), \dots, \Psi_{k_i}^i(y_{k_i}^i(s^*))\right),$$

де $y_j^i(s^*)$ – оптимальна вартість, виділена на поліпшення параметра оптимізації x_j^i , $j = \overline{1, k_i}$, $i = \overline{1, n}$.

Обґрунтування збіжності даного процесу, як і попереднього, впливає з монотонності цільової функції $F(X)$ за змінними y_{ij} .

Знаючи вихідні залежності (1), неважко визначити оптимальні значення параметрів оптимізації (чисельні значення функціональних та експлуатаційно-технічних параметрів обладнання), які забезпечують максимальне значення показника якості функціонування $F(X)$ обладнання маршруту зв’язку.

Якщо значення $\max F(X)$, отримане при виділеній сумі коштів C_0 , не задовольняє заданій вимозі (тобто $\max F(X) < F^{\text{пот}}(X)$), то необхідно збільшити суму коштів C_0 до необхідної величини та продовжити процес оптимізації до виконання такої умови:

$$\max F(X) \geq F^{\text{пот}}(X).$$

Якщо відома залежність показника функціонування обладнання напрямку зв’язку, то нескладно визначити показник якості для напрямку зв’язку у цілому.

Висновок

Точність вирішення поставленої задачі шляхом застосування запропонованої методики залежить від дискретності розподілу Δ і може бути забезпеченою як можна високою.

МЕТОДИКА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

И.Ю. Субач

Для решения задачи оптимального распределения ограниченных ресурсов между параметрами оборудования информационно-телекоммуникационных сетей предложена методика последовательной оптимизации с выбором определенного шага во множестве значений стоимостных параметров, в основу которой положен метод прямого поиска.

Ключевые слова: информационно-телекоммуникационная сеть, функциональные параметры, эксплуатационно-технические параметр, показатели качества функционирования, оптимизация.

THE METHOD OF OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION OF LIMITED RESOURCES BETWEEN THE PARAMETERS OF THE INFORMATION AND TELECOMMUNICATION NETWORKS

I.Yu. Subach

To solve the problem of optimal distribution of limited resources between the hardware settings of information-telecommunication networks of the proposed method of sequential optimization with the selection of a certain limited step in the set of values of the cost parameters based on the method of direct search.

Keywords: information and telecommunications network, the functional parameters, operational and technical setting, quality of functioning, optimization.

Дана методика може бути використана для рішення не тільки розглянутої задачі, а й під час рішення інших військово-прикладних задач оптимізації, у яких цільова функція містить змішані (безперервні та дискретні) змінні. Так у [5] за допомогою даного підходу вирішується задача оптимального резервування при комплексному використанні різних видів надмірності для досягнення заданої надійності системи. Практичне застосування запропонованої у статті методики показало її ефективність.

Напрямок подальших досліджень – розробка методики визначення вагових коефіцієнтів напрямків зв’язку інформаційно-телекомунікаційної мережі.

Список літератури

1. Гилл Ф. *Практическая оптимизация* / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт; пер. с англ. В.Ю. Лебедева; под ред. А.А. Петрова. – М.: Мир, 1985. – 509 с.
2. Химмельблад Д. *Прикладное нелинейное программирование* / Д. Химмельблад / пер. с англ. Н.Н. Быховской, Б.Т. Вавилова; под ред. М.Л. Быховского. – М.: Мир, 1975. – 535 с.
3. Сергиенко И.В. *Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации* / И.В. Сергиенко. – К.: Наукова думка, 1985. – 384 с.
4. Креденцер Б.П. *Надійність систем епізодичного використання в умовах обмеженої інформації про вихідні дані* / Б.П. Креденцер, А.І. Міночкін, Д.І. Могилевич // *Збірник наукових праць ВІТІ НТУУ «КПІ»*. – К.: ВІТІ НТУУ «КПІ», 2010. – №2. – С. 37-41.
5. Креденцер Б.П. *Оптимізація резервування при комплексному використанні різних видів надмірності* / Б.П. Креденцер, А.І. Міночкін // *Збірник наукових праць ВІТІ НТУУ «КПІ»*. – К.: ВІТІ НТУУ «КПІ», 2008. – №1. – С. 52-59.

Надійшла до редколегії 28.01.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Національний університет оборони України, Київ.