

УДК 629.1+519

Д.Є. Хаустов

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

УМОВИ ВНУТРІШНЬОГО РЕЗОНАНСУ ВІЙСЬКОВОЇ ГУСЕНИЧНОЇ МАШИНИ

Проведено дослідження впливу на величину резонансної амплітуди характеристик пружних елементів та параметрів їх розміщення для військової гусеничної машини. Отриманні залежності, які відображають умови внутрішнього резонансу військової гусеничної машини. Знайдені співвідношення дають можливість при проведенні розрахункових робіт при проектуванні бронетанкового озброєння отримати такі параметри системи підресорювання, які можуть запобігти внутрішнім резонансним коливанням, тобто запобігти співпадінню частот власних вертикальних та поздовжньо-кутових коливань.

Ключові слова: військова гусенична машина, система підресорювання, внутрішній резонанс, амплітуда коливань.

Вступ

Актуальність та огляд основних результатів. Військові гусеничні машини (ВГМ) експлуатуються у складних умовах: русі по пересіченій місцевості, бездоріжжю тощо. Забезпечити належну плавність їх ходу, а також перевезення вантажів та екіпажу, може підвіска із значно складнішими вимогами ніж для колісних транспортних засобів. В роботах [1, 2] показано, що лише підвіска із нелінійним характером зв'язку між деформацією та навантаженням може забезпечити належний захист екіпажу чи вантажу від впливу вертикальних чи поздовжньо-кутових коливань. В той же час питання сумісного врахування вказаних коливань, за нелінійної характеристики підвіски, не розглядалися.

Тому, метою даної роботи є вирішення вказаної проблеми - шляхом вибору характеристик та комплектації підвіски, запобігти внутрішнім резонансним коливанням, тобто запобігти співпадінню частот власних вертикальних та поздовжньо-кутових коливань.

Основний розділ

Постановка та методика розв'язування задачі. Як випливає із результатів роботи [3] рівняння, що описують поздовжньо-кутові та вертикальні коливання ВГМ за нелінійної характеристики підвіски, можна привести до такого вигляду:

$$\begin{aligned} & (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{z}_1 - \ddot{\phi}_1 \times \\ & \times \left(m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \cos(\phi_1) - m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \cos(\phi_1) \right) + \\ & + \left(m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \sin(\phi_1) + m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \sin(\phi_1) \right) \dot{\phi}_1^2 = \\ & - \sum_{i=6}^{11} \left(c_i (\Delta_{\text{дефор}}) \left(\phi_1 l_i + (z_1 - z_i^0) - z_i^* \right) + R_i (\dot{z}_i) \right); \\ & \left(I_1 + I_2 + I_3 + I_{II} + m_2 (l_2^2 + h_2^2) + m_3 (l_3^2 + h_3^2) \right) \ddot{\phi}_1 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left(m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \cos(\phi_1 + \phi_2) - m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \cos(\phi_3 - \phi_1) \right) \ddot{z}_1 = \\ & = P_2 l_2 - P_3 l_3 - \sum_{i=6}^{11} (F_i + R_i (\dot{z}_i)) l_i, \quad (1) \end{aligned}$$

де m_1 – маса корпусу; m_2 – маса ведучого колеса; m_3 – маса направляючого колеса; I_1 – момент інерції корпусу відносно осі, котра проходить через центр мас корпусу перпендикулярно до площини Oxz ; I_3 – момент інерції колеса відносно осі обертання; l_2, h_2 та l_3, h_3 – координати центру мас ведучого колеса та напрямного колеса, відносно рухомої системи координат відповідно. В початковий момент часу кутлова швидкість корпусу рівна $\phi_1 = \dot{\phi}_1$; R_i – радіус i -го колеса; x_i і z_i – координати точки O_1 відносно нерухомої системи координат. F_i – пружна сила, яка діє на корпус із сторони i -го торсіона.

Побудувати точний розв'язок вказаних рівнянь, який дав би можливість відслідкувати сумісний вплив всієї множини параметрів на амплітуди та власні частоти вказаних коливань є складною задачею. Тому, для її розв'язання побудуємо асимптотичне наближення наведених вище рівнянь.

Формально, ввівши у наведені вище рівняння малий параметр

$$\varepsilon = \frac{1}{\left(I_1 + I_2 + I_3 + I_{II} + m_2 (l_2^2 + h_2^2) + m_3 (l_3^2 + h_3^2) \right)} = \frac{1}{I};$$

$$(m_1 + m_2 + m_3) = \frac{k}{\varepsilon},$$

система диференціальних рівнянь, по відношенню до системи відліку з початком координат у точці статичної рівноваги, перетворюється до такого вигляду:

$$\ddot{\varphi}_1 + \sum_{i=6}^{11} c_i l_i^{v+2} / I \cdot \varphi^{v+1} = \varepsilon [F_\varphi(z, \dot{z}, \dots, \dot{\varphi}_1)];$$

$$\ddot{z} + k \sum_{i=6}^{11} c_i / I \cdot z^{v+1} = \varepsilon k [F_Z(z, \dot{z}, \dots, \dot{\varphi}_1)], \quad (2)$$

де

$$k [F_Z(z, \dot{z}, \dots, \dot{\varphi}_1)] =$$

$$= \left(m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \cos(\varphi_1) - m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \cos(\varphi_1) \right) \dot{\varphi}_1 -$$

$$- \left(m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \sin(\varphi_1) + m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \sin(\varphi_1) \right) \dot{\varphi}_1^2 +$$

$$+ \sum_{i=6}^{11} (R_i(\dot{z}_i));$$

$$[F_\varphi(z, \dot{z}, \dots, \dot{\varphi}_1)] = - \begin{pmatrix} m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} \cos(\varphi_1) - \\ - m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \cos(\varphi_1) \end{pmatrix} \ddot{z} +$$

$$+ \sum_{i=6}^{11} (R_i(\varphi_1 l_i, \dot{\varphi}_1 l_i)) l_i.$$

Для аналізу динамічного процесу використаємо той факт, що розв'язок незбуреної системи, яка відповідає (2), виражається за допомогою періодичних Атеб-функцій [4 – 7] у вигляді

$$z = a \cos(v + 1, 1, \omega_z(a)t + \theta_0);$$

$$\varphi_1 = \gamma \cos(v + 1, 1, \omega_\varphi(a)t + \psi_0), \quad (3)$$

де

$$\omega_\varphi(\gamma) = \beta \sqrt{\frac{(v+2) \sum_{i=6}^{11} c_i l_i^{v+2}}{\pi I}} \gamma^v;$$

$$\omega_z(a) = \beta \sqrt{\frac{(v+2) k \sum_{i=6}^{11} c_i}{\pi I}} a^v;$$

$$\beta = \Gamma \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{v+2} \right) \Gamma^{-1} \left(\frac{1}{v+2} \right),$$

а γ, a – відповідно амплітуди вертикальних та поздовжньо-кутових коливань, а θ_0 та ψ_0 їх початкові фази.

Нелінійні сили опору, та взаємовплив одних коливань на інші спричиняють зміну в часі основних характеристик вказаних коливань. Особливо цікавим, одночасно й важливим та складним у дослідженні є випадок, коли власні частоти близькі одна до одної. Цей випадок відповідає так званому внутрішньому резонансу системи.

Нижче наведено графіки (рис. 1) залежності зв'язку між амплітудами поздовжньо-кутових і вертикальних коливань, параметрів k_0 та v за яких має місце внутрішній резонанс.

Зауважимо, що параметр k_0 описує зв'язок між характеристиками пружних елементів:

$$c_6 = c_{10}, c_7 = c_{11}, c_8 = c_{12}, c_7 = k_0 c_8.$$

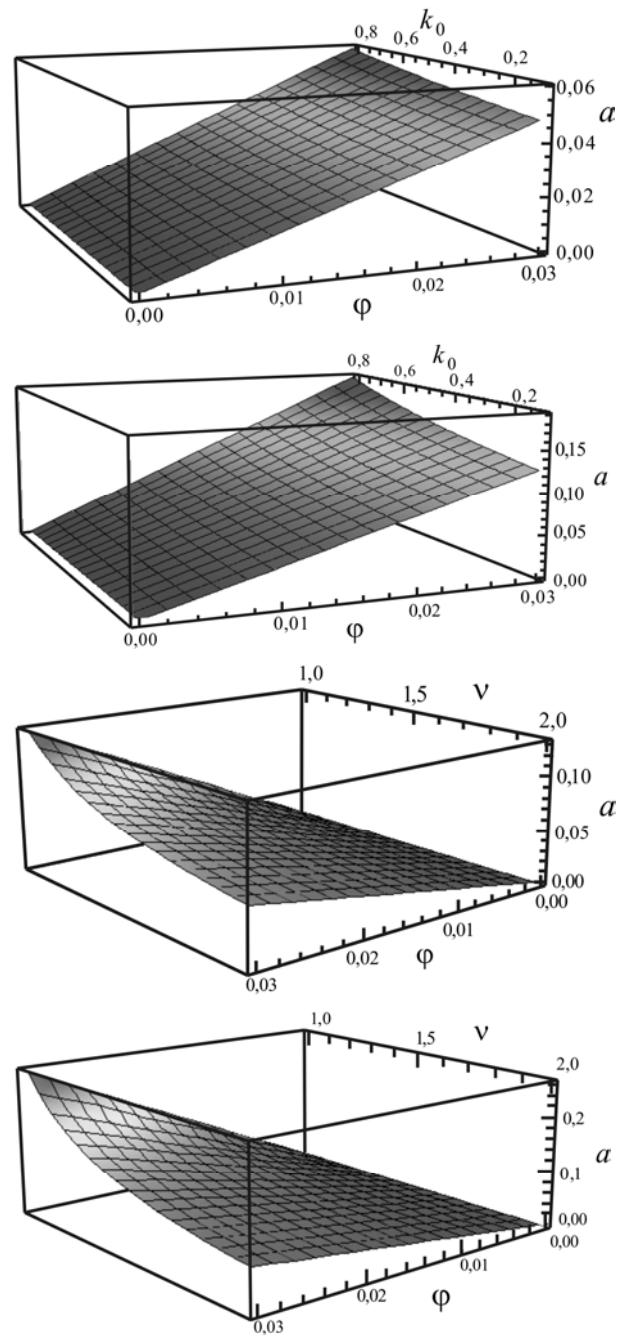


Рис. 1. Співвідношення між амплітудами вертикальних та поздовжньо-кутових коливань за різних значень параметрів k_0 та v при внутрішньому резонансі

Якщо для незбуреної системи амплітуди та частоти обох видів коливань є сталими, то вплив нелінійних сил і взаємовплив коливань спричиняють їх зміни в часі. Дослідження збуреного випадку є складною задачею, хоча б через те, що власні частоти навіть незбуреного руху залежать від амплітуди. У зв'язку із наведеним, при розгляді впливу малих нелінійних сил на коливання корпусу розглядаємо два випадки *нерезонансний та резонансний*. Спочатку розглянемо більш простий, *нерезонансний випадок*. Для нього нелінійні сили, максимальне значення котрих є малою величиною у порівнянні із

$$\Gamma^{-1} \sum_{i=6}^{11} c_i l_i^{v+2} \max \varphi^{v+1} \quad \text{та} \quad \Gamma^{-1} k \sum_{i=6}^{11} c_i \max z^{v+1},$$

спричиняють малі зміни за період коливань та впливають на частоти.

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{-\varepsilon}{4\pi^2 \omega_\varphi(\gamma)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_z, \psi_\varphi) \text{sa}(1, v+1, \psi_\varphi) d\psi_\varphi d\psi_z; \\ \dot{\psi}_\varphi &= \omega_\varphi(\gamma) + \\ &+ \frac{\varepsilon}{4\pi^2 \gamma \omega_\varphi(\gamma)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_z, \psi_\varphi) \text{ca}(v+1, 1, \psi_\varphi) d\psi_\varphi d\psi_z = \omega_\varphi(\gamma) + \delta \sum \frac{2l_i (\alpha_i \gamma l_i)^{m+n+1} [\omega_\varphi(\gamma)]^n}{\pi}; \\ \dot{a} &= \frac{-\varepsilon}{4\pi^2 a \omega_z(a)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_z(a, \gamma, \psi_z, \psi_\varphi) \text{sa}(1, v+1, \psi_z) d\psi_\varphi d\psi_z = \delta \sum \frac{2\alpha_s a^{m+n+1} [\omega_z(a)]^n}{\pi}; \\ \dot{\psi}_z &= \omega_z(a) + \frac{\varepsilon}{4\pi^2 a \omega_z(a)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_z(a, \gamma, \psi_z, \psi_\varphi) \text{ca}(v+1, 1, \psi_\varphi) d\psi_\varphi d\psi_z = \omega_z(a), \\ \delta &= \left(\frac{2}{v+2}\right)^{n+1} \cdot \Gamma\left(\frac{m+1}{v+2}\right) \Gamma\left(\frac{n+3}{v+2}\right) / 2\Gamma\left(\frac{m+1}{v+2} + \frac{n+3}{v+2}\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Резонансний випадок. Набагато складнішим у дослідженні є випадок коли власні частоти вертикальних та поздовжньо-кутових коливань співпадають або є близькими. Цей випадок називатимемо випадком внутрішнього резонансу. Оскільки власні частоти поздовжньо-кутових та вертикальних коливань залежать від їх відповідних амплітуд, внутрішній резонанс має місце за умови

$$\sum_5^{11} c_i l_i^{v+2} \varphi^v = k a^v \sum_5^{11} c_i. \tag{5}$$

Остання залежність і визначає зв'язок у резонансному випадку між амплітудами досліджуваних коливань та характеристиками пружних амортизаторів та їх компоновкою. Із неї отримуємо

$$a = \varphi \sqrt{\sum_5^{11} c_i l_i^{v+2}} / \left(k \sum_5^{11} c_i\right).$$

У резонансному випадку, динамічний процес суттєво залежить від різниці фаз складових коливань. З цією метою, формально вводячи параметр $\vartheta = \psi_z - \psi_\varphi$, систему диференціальних рівнянь (3) представимо у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \varepsilon \hat{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi); \\ \dot{\vartheta} &= \frac{d\omega_z}{da}(a - \varphi) + \varepsilon \left[\begin{array}{l} \tilde{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) - \\ -\tilde{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \end{array} \right]; \tag{6} \\ \dot{\gamma} &= \varepsilon \hat{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi); \end{aligned}$$

де $\hat{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) = \bar{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \text{sa}(1, v+1, \psi_\varphi + \vartheta);$

Для визначення закону зміни їх, скористаємось основною ідеєю методу Ван-дер-Поля для сильно нелінійних систем.

Отримуємо таку систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \hat{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) &= \\ &= \bar{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \text{sa}(1, v+1, \psi_\varphi + \vartheta); \\ \tilde{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) &= \\ &= \bar{F}_\varphi(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \text{ca}(v+1, 1, \psi_\varphi); \\ \hat{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) &= \\ &= \bar{F}_z(a, \gamma, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \text{ca}(v+1, 1, \psi_\varphi). \end{aligned}$$

В отриманих диференціальних рівняннях a, φ є повільно змінними, в той же час фаза коливань ψ є швидкозмінною функцією часу.

Тому точність отриманих розрахункових формул не зміниться, якщо їх усереднити по швидкозмінній фазі.

Таким чином, у випадку, коли частоти власних вертикальних та поздовжньо-кутових коливань є близькими, динамічний процес корпусу ВГМ описується такими залежностями:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{a}} &= \varepsilon \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_z(\bar{a}, \bar{\gamma}, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) d\psi_\varphi = \\ &= \varepsilon \delta \sum_{i=6}^{11} \frac{2\alpha_s \bar{a}^{m+n+1} [\omega_z(\bar{a})]^n}{\pi} + \gamma^2 \rho \omega_\varphi^2(\bar{\gamma}) \times \\ &\times \left[m_2 \sqrt{l_2^2 + h_2^2} + m_3 \sqrt{l_3^2 + h_3^2} \right] \text{sa}(1, v+1, \vartheta); \\ \dot{\bar{\vartheta}} &= \frac{d\omega_z}{da}(\bar{a} - \bar{\gamma}) + \varepsilon \frac{1}{2\pi} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \left[\begin{array}{l} \tilde{F}_z(\bar{a}, \bar{\gamma}, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) - \\ -\tilde{F}_\varphi(\bar{a}, \bar{\gamma}, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) \end{array} \right] d\psi_\varphi = \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{d\omega_z}{da}(\bar{a} - \bar{\varphi}) + \\
&+ \rho \sum_{i=6}^{11} \frac{2I_i(\alpha_i \bar{\gamma}_i)^{m+n+1} [\omega_\varphi(\bar{\gamma})]^n}{\pi} \text{ca}(v+1, 1, \vartheta); \\
\dot{\gamma} &= \varepsilon \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_\varphi(\bar{a}, \bar{\gamma}, \psi_\varphi + \vartheta, \psi_\varphi) d\psi_\varphi = \omega_\varphi(\bar{\gamma}) + \\
&+ \delta \sum_{i=6}^{11} \frac{2I_i(\alpha_i \bar{\gamma}_i)^{m+n+1} [\omega_\varphi(\bar{\gamma})]^n}{\pi}; \\
\rho &= \left(\frac{2}{v+2}\right)^2 \Gamma^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{v+2}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{1}{v+2}\right) \times \\
&\times 2\Gamma\left(\frac{3}{v+2}\right) \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{3}{v+2} + \frac{3}{2}\right).
\end{aligned}$$

Нижче (рис. 2) представлені резонансні амплітуди вертикальних коливань за умови внутрішнього резонансу при таких значеннях параметрів:

$$\begin{aligned}
a_0 &= 0,001 \sum c_i = \frac{P}{\Delta_{\text{ст}}}, \quad P = 14 \cdot 10^4 \text{ Н}, \\
\Delta_{\text{ст}} &= 0,15\text{м}, \quad m_2 = 70\text{кг}, \quad m_3 = 80\text{кг}, \\
l_2 = h_2 &= 0,35\text{м}
\end{aligned}$$

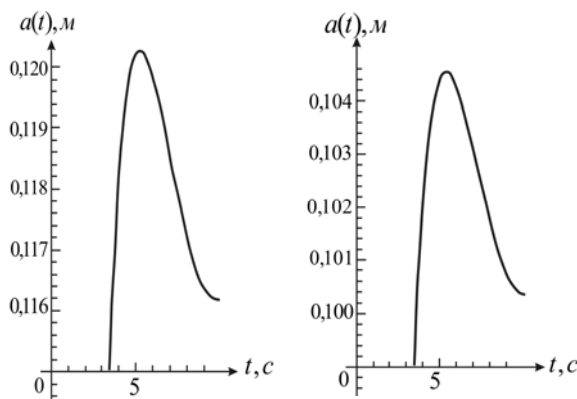


Рис. 2. Залежність амплітуди вертикальних коливань при переході через резонанс

Висновки

В результаті роботи отримані умови внутрішнього резонансу та розрахункові формули, які його описують. Аналіз показав, що величина резонансної амплітуди вертикальних коливань суттєво не залежить від початкових умов, а на величину резонансної амплітуди вертикальних коливань впливають як розміщення пружних елементів так і їх характеристики.

Список літератури

1. Величко Л.Д. Динаміка гусеничних транспортних засобів по пересіченій місцевості / Л.Д. Величко, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ, 2011. – Вип. 21.4. – С. 346-352.
2. Кузьо І.В. Вплив параметрів підвіски на нелінійні коливання транспортних засобів / І.В. Кузьо, Б.І. Сокіл, В.М. Палюх // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів: Вісник НУ "ЛП", № 588. – 2007. – С. 49-53.
3. Величко Л.Д. Математичне моделювання підвіски гусеничних транспортних засобів / Л.Д. Величко, Б.І. Сокіл, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ, 2011. – Вип. 21.5. – С. 316-323.
4. Сенік П.М. Про Ateb-функції / П.М. Сенік // Доповіді АН УРСР. – 1968. – № 1. – С. 23-26.
5. Сенік П.М. Про табулювання періодичних Ateb-функцій / П.М. Сенік, А.М. Возний // Доповіді АН УРСР. – 1969. – № 12. – С. 1089-1092.
6. Сенік П.М. Про побудову оптимальної квазілінійної автономної програмно-коливної системи / П.М. Сенік, Б.І. Сокіл // Доповіді АН УРСР. – 1975. – А, №11. – С. 1014-1017.
7. Сенік П.М. Про побудову оптимальної автономної програмно-коливної системи з сильною нелінійністю / П.М. Сенік, Б.І. Сокіл // Доповіді АН УРСР. – 1976. – А, № 7. – С. 601-604.

Надійшла до редколегії 11.01.2016

Рецензент: д-р. техн. наук, с.н.с., М.Ю. Яковлев, Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів.

УСЛОВИЯ ВНУТРЕННЕГО РЕЗОНАНСА ВОЕННОЙ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ

Д.Е. Хаустов

Исследовано влияние характеристик упругих элементов и параметров их размещения на величину резонансной амплитуды. Получены зависимости, которые описывают условия внутреннего резонанса военной гусеничной машины. Найденные соотношения дают возможность при проведении расчетных работ при проектировании бронетанкового вооружения получить такие параметры системы поддрессирования, которые могут предотвратить внутренним резонансным колебаниям, точнее предотвратить совпадению частот собственных вертикальных и продольно-угловых колебаний.

Ключевые слова: военная гусеничная машина, система поддрессирования, внутренний резонанс, амплитуда колебаний.

CONDITIONS INTERNAL RESONANCE MILITARY TRACKED VEHICLES

D.Ye. Khaustov

The influence of elastic elements characteristics and parameters of placing on the value of the resonance amplitude. The dependences, which describe the conditions internal resonance military tracked vehicle. Found relations give opportunity during the calculation works in the design of armored obtain parameters such suspension systems which can warn the inner resonant vibrations, or rather prevent the coincidence frequency of its own vertical and longitudinal angular oscillation.

Keywords: military tracked vehicle, suspension system, internal resonance, the oscillation amplitude.