

УДК 378.14

Л.Б. Курцева, С.Л. Ковальчук

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків

## ОПТИМАЛЬНА АНАЛОГОВА ДВОХМАСОВА СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ШВИДКІСТЮ ОБЕРТАННЯ І НАТЯГОМ БАГАТОДВИГУНОВИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ПАПІРООБМОТУВАЛЬНОЇ МАШИНИ З УРАХУВАННЯМ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

*Проведені дослідження динамічних характеристик оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвиговим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів на приводній та гальмувальній механізми.*

**Ключові слова:** папірообмотувальна машина, оптимальна двохмасова система управління, приводний механізм, гальмувальний механізм, динамічні характеристики, інтегральний квадратичний критерій, астатичний оптимальний регулятор.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Перехідні процеси в математичних моделях розглянуті в у статті [5] аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвиговим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів є коливальними, що неприпустимо за умовами проведення технологічних процесів. Тому необхідно провести дослідження оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвиговим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Коливання двохмасової системи управління у великій мірі визначається співвідношенням частоти власних недемпфованих коливань елементів трансмісії папірообмотувальної машини і смуги пропускання регуляторів швидкості обертання приводного механізму і натягу папірообмотувальних стрічок. Якщо власні частоти механічних коливань на порядок і більш відрізняються від смуги пропускання, тобто практично знаходиться поза діапазоном робочих частот системи, то впливом наявності пружних елементів трансмісії на динаміку системи взагалі можна нехтувати [1]. Проте у міру розширення смуги пропускання системи власні механічні коливання починають впливати на динаміку системи.

При цьому в перехідному процесі з'являються коливання, в частотній характеристиці системи виникають викиди, а у міру наближення смуги пропускання до першої частоти власних недемпфованих коливань механічної частини система взагалі може втратити стійкість. Ці міркування справедливі для класичних структур систем підлеглого регулювання, що найчастіше зустрічаються в промислових системах управління [1].

**Метою статті** є дослідження математичної моделі та побудова динамічних характеристик оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвиговим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів.

### Виклад матеріалу дослідження, отриманих наукових результатів

Основні вимоги до оптимальної системи управління можуть бути забезпечені відповідним вибором вагових матриць в інтегральному квадратичному критерії якості. Одночасно з реалізацією заданих динамічних характеристик системи управління можуть бути враховані обмеження, що накладаються на змінні стану і управління, а побічно можуть бути враховані і обмеження на величини коефіцієнтів підсилення зворотних зв'язків по відповідних змінним стану системи.

Рівняння стану початкової лінійної системи управління

$$\dot{\vec{X}}(t) = A\vec{X}(t) + B\vec{U}(t); \quad Y(t) = C\vec{X}(t) + D\vec{U}(t), \quad (1)$$

де  $A$  – матриця стану, розмірності  $n \times n$ ;  $\vec{X}(t)$  – вектор стану, розмірності  $n \times 1$ ;  $B$  – матриця управління, розмірності  $n \times m$ ;  $\vec{U}(t)$  – вектор управління, розмірності  $m \times 1$ .

Інтегральний квадратичний критерій якості [3]

$$\min J = \int_{t_0}^{T_K} \left\{ \vec{X}^T(t) R_1 \vec{X}(t) + \vec{U}^T(t) R_2 \vec{U}(t) \right\} dt, \quad (2)$$

де  $R_1$  – вагова матриця;  $R_2$  – ваговий множник.

Така постановка завдання називається лінійно-квадратичним завданням, оскільки початкова система є лінійною, а критерій якості її управління є квадратичним. Для визначення оптимального управління в цьому завданні скористаємося необхідними умо-

вами оптимальності, отриманими на основі класичного варіаційного числення [2].

Оптимальний закон управління приймає вигляд

$$\bar{U}(t) = -F(t) \cdot \bar{X}(t), \quad (3)$$

де  $F(t)$  – матриця коефіцієнтів підсилення лінійного оптимального регулятора.

Мінімум інтегральному квадратичному критерію якості доставляє лінійний регулятор

$$F(t) = R_2^{-1} \cdot B^T \cdot P(t), \quad (4)$$

$P(t)$  – матриця рішення рівняння Ріккати.

$$-\dot{P}(t) = R_1 - P(t)BR_2^{-1}B^TP(t) + A^TP(t) + P(t)A, \quad (5)$$

із кінцевою умовою  $P(t_k) = P_1$ . Звичайно для стійких систем стає значення коефіцієнтів матриці  $P(t)$  має деяке постійне значення  $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \bar{P}$ . При цьому

$-\dot{P}(t) = 0$  і для сталого значення  $\bar{P}$  матричне рівняння Ріккати перетворюється в алгебраїчне, яке зветься рівнянням Лур'є:

$$0 = R_1 - \bar{P}BR_2^{-1}B^T\bar{P} + A^T\bar{P} + \bar{P}A. \quad (6)$$

Синтез оптимального регулятора перебуває у

визначенні коефіцієнтів підсилення матриці оптимального регулятора  $F(t)$ , щоб можна було одержати бажані показники якості перехідного процесу відповідним вибором вагової матриці  $R_1$  і вагового множника  $R_2$ . Замкнена система з оптимальним регулятором по всім змінним вектору стану має вигляд

$$\dot{\bar{X}}(t) = (A - BF)\bar{X}(t) + B\bar{U}(t). \quad (7)$$

Нехай

$$A_T = A - BF, \quad (8)$$

де  $A_T$  – матриця стану системи з оптимальним регулятором,

$$\det[sI - A_T] = \det[sI - A + BF] = 0. \quad (9)$$

Розглянемо побудову динамічних характеристик оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвигуновим електроприводом папірообмотувальної машини [4] з урахуванням пружних елементів з використанням оптимального астатичного регулятора для розширеного об'єкту управління відповідно до алгоритмічної схеми, показаної на рис. 1.

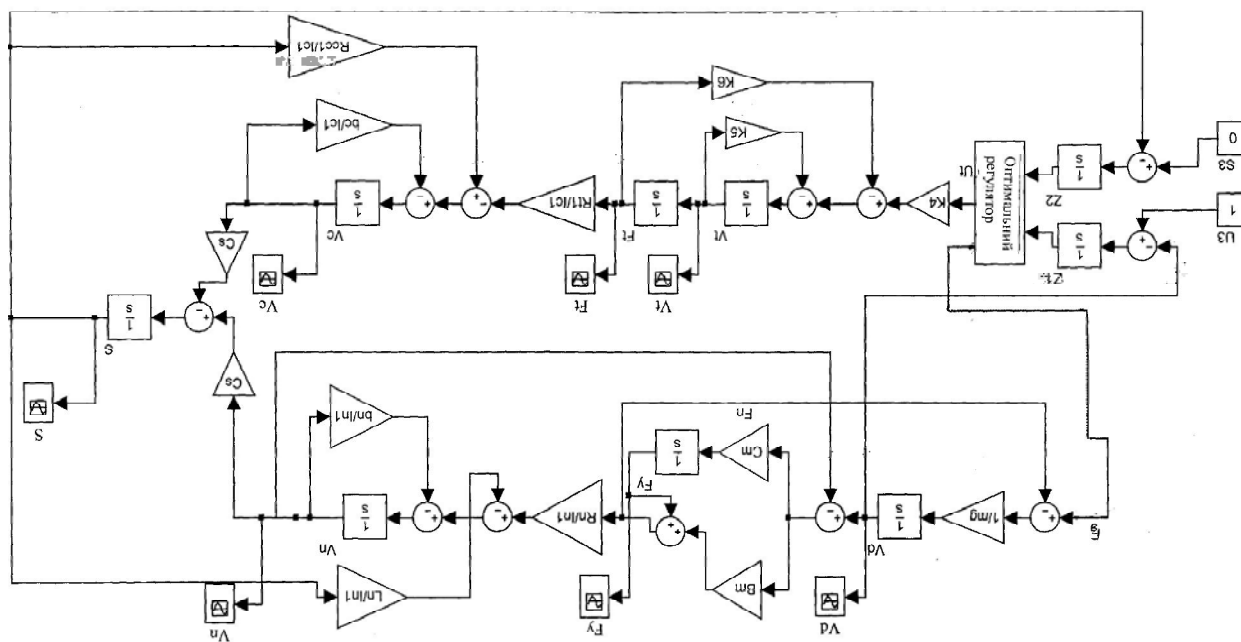


Рис. 1. Алгоритмічна схема оптимальної аналогової двохмасової системи управління

Динамічні характеристики (рис. 2, е) натягу спочатку мають позитивний характер, що пов'язане з прискоренням кружка із стрічкою. Стале значення натягу рівне нулю, оскільки на вхід регулятора натягу подана нульова задаюча дія. Причому стає значення натягу рівне завданню.

Початкова система управління з урахуванням допоміжних змінних стану [1]

$$\frac{dZ_1(t)}{dt} = V_3(t) - V_d(t), \quad \frac{dZ_2(t)}{dt} = S_3(t) - S(t), \quad (10)$$

для розширеного вектора стану

$$\bar{X}(t) = \left\{ V_d(t), F_y(t), V_n(t), V_T(t), F_T(t), V_c(t), S(t), Z_1(t), Z_2(t) \right\}^T. \quad (11)$$

Тоді для вектора управління

$$\bar{U}(t) = \{U_1(t), U_2(t)\}^T$$

і вектора задаючих дій

$$\bar{U}_3(t) = \{V_3(t), S_3(t)\}^T$$

матриці стану  $A$  і управління  $B$  мають такий вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{B_m}{m_d} & -\frac{1}{m_d} & \frac{B_m}{m_d} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_m & 0 & -C_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_m R_{II}^2}{I_{II}} & \frac{R_{II}^2}{I_{II}} & \frac{B_m R_{II}^2}{I_{II}} - \frac{B_{II}^*}{I_{II}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{J_{II}^2}{I_{II}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_5 & -K_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_T^2}{I_C} & -\frac{B_C^*}{I_C} & \frac{r_{CC}^2}{I_C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_S & 0 & 0 & -C_S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_B} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & K_4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

За допомогою пакету програм Matlab побудовані динамічні характеристики відповідні трьом даним значенням - трьом радіусам розмотування.

Для початкового радіусу розмотування  $r_{II} = 0,4m$

$$A_{Ir} = \begin{pmatrix} -3.4e+1 & -2.3e-4 & -1,1e+001 & -1,7e-004 & -5,0e-003 & 3,2e+000 & -1,6e-001 & 5,4e-000 & 1,1e-000 \\ 3.2e+6 & 0 & -3,2e+006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4.0e-1 & 1.7e-4 & -4.4 & 0 & 0 & 0 & -5.9e-2 & 0 & 0 \\ -5.5e+3 & -3.3e-1 & -1.3e+4 & -3.2e+1 & -5.7e+2 & 1.4e+5 & -8.8e+3 & -6.3e+3 & 3.0e+4 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4.0e-2 & -5.6e-4 & 1.0e-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0e+2 & 0 & 0 & -1.0e+2 & 0 & 0 & 0 \\ -1.0e+2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для середнього радіусу розмотування при  $r_c = 0,2594m$ .

$$A_{2r} = \begin{pmatrix} -3.4e+1 & -2.1e-4 & -1.7e+1 & -1.8e-4 & -6e-3 & 2.6 & -1.9e-1 & 6.1 & 1.1 \\ 3e+6 & 0 & -2e+6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4e-1 & 1.9e-4 & -5 & 0 & 0 & 0 & -6.7e-2 & 0 & 0 \\ -5.9e+3 & -4e-1 & -1.3e+4 & -3.1e+1 & -5.5e+2 & 1.5e+5 & -9.6e+3 & -6.8e+3 & 3e+4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.7e-2 & -8.6e-4 & 5.5e-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e+2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1e+2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1e+2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

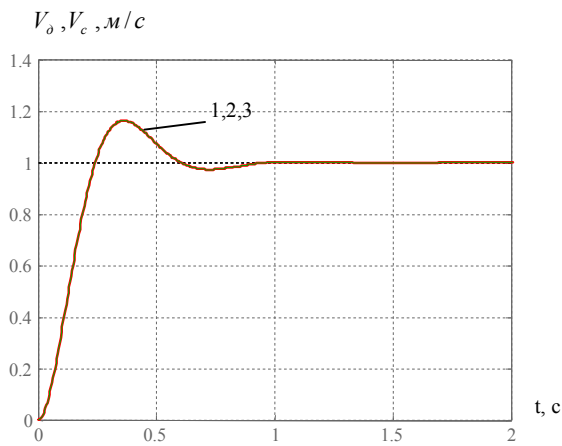
Для кінцевого радіусу розмотування при  $r_c = 0,1m$

$$A_{3r} = \begin{pmatrix} -2.7e+1 & -1.4e-4 & -1e+1 & -1.5e-4 & -3.1e-3 & 1.2e+1 & -7.7e-1 & 4.9 & 2.4 \\ 1.7e+6 & 0 & -1.7e+6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4e-1 & 2.5e-4 & -5.6 & 0 & 0 & 0 & -7.5e-2 & 0 & 0 \\ -5e+3 & -8.5e-1 & -8.2e+3 & -1.9e+1 & -2.3e+2 & 4.5e+5 & -1.6e+4 & -1.3e+4 & 2.8e+4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.1e-3 & -1.1e-4 & 8e-4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1e+2 & 0 & 0 & -1e+2 & 0 & 0 & 0 \\ -1e+2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

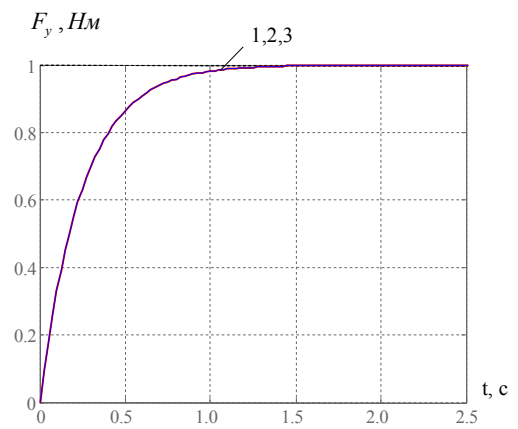
На рис. 2, а-е, представлені перехідні процеси по приводному механізму для трьох радіусів розмотки.

На графіках введені такі позначення:

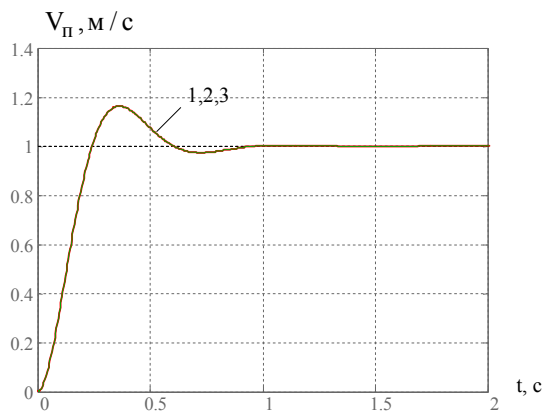
- 1 – при початковому радіусі розмотування  $r_{п}$  ;
- 2 - при середньому радіусі розмотування  $r_{сер}$  ;
- 3 - при кінцевому радіусі розмотування  $r_{к}$  .



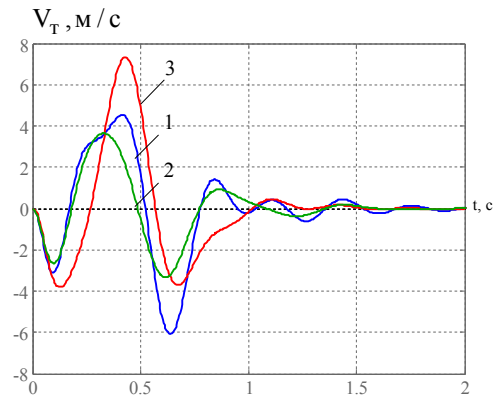
а



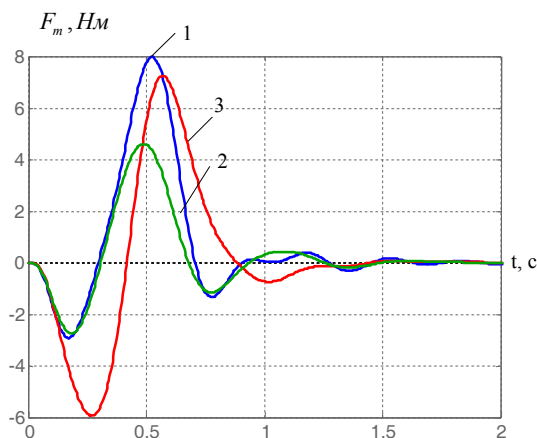
б



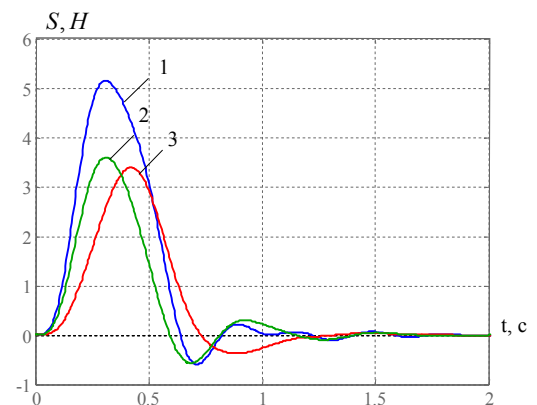
в



г



д



е

Рис. 2. Динамічні характеристики оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвигуновим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів на приводний механізм

На рис. 2, а представлені динамічні характеристики швидкості зміни приводного двигуна. Стале значення швидкості рівне заданому значенню так, що в системі є астатизм. Час регулювання приблизно близько від 0,5 до 0,8 с.

На рис. 2, д представлені сили гальму, який містять достатньо високочастотні коливання, викликані наявністю пружних елементів. На рис. 2, г показані динамічні характеристики швидкості гальмувального механізму. Спочатку динамічні характеристики мають негативні значення, а потім – позитивні, що пов'язане з прискоренням приводного механізму і кружка стрічки. Сталі значення швидкості гальмувального механізму рівні нулю. Динамічні характеристики швидкості з ходу стрічки з кружка аналогічні перехідним процесам швидкості приводного двигуна (рис. 2, а) і швидкості приводного механізму (рис. 2, в).

Проте в цих перехідних процесах відсутні високочастотні складові. Це, пов'язано з демпфуючими властивостями кружка із стрічкою і ділянки із стрічкою.

Динамічні характеристики (рис. 2, е) натягу спочатку мають позитивний характер, що пов'язане з прискоренням кружка із стрічкою. Стале значення натягу рівне нулю, оскільки на вхід регулятора натягу подана нульова задаюча дія, причому стале значення натягу рівне завданню.

## Висновки

Виконаний синтез математичної моделі та побудовані динамічні характеристики оптимальної аналогової двохмасової системи управління швидкістю обертання і натягом багатодвигуновим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів.

Проведений розрахунок динамічних характеристик оптимальної аналогової двохмасової систе-

ми управління швидкістю обертання і натягом багатодвигуновим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів за напругою на приводний та гальмувальний механізми.

Проведені дослідження динамічних характеристик для трьох радіусів розмотування у оптимальній аналоговій двомасовій системі управління з урахуванням пружних елементів на приводний та гальмувальний механізми. Застосування астатичних оптимальних регуляторів дозволило отримати задовільні перехідні процеси в системі з часом регулювання близько 0,8 с.

## Список літератури

1. Кузнецов Б.И. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями / Б.И. Кузнецов, Т.Б. Никитина, В.В. Коломиец. – Х.: УИПА, 2005. – 512 с.
2. Иванов В.А. Теория оптимальных систем автоматического управления / В.А. Иванов, Н.В. Фалдин. Под ред. Е.П. Попова. М.: Наука, 1981. – 336 с.
3. Квакернаак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир, 1977. – 650 с.
4. Кузнецов Б.И., Курцева Л.Б., Кушнарченко О.В., Лутай С.М. Багатодвигуновий електропривод папірообмотувальної машини. Україна, Патент на корисну модель UA № 71098, МПК H02P 5/46(2006.01). Номер заявки и 2011 11418, заявл. 27.09.2011. Публікація відомостей про видачу патенту: 10.07.2012, Бюл. № 13. – 4 с.
5. Курцева Л.Б. Аналогова двохмасова система управління швидкістю обертання і натягом багатодвигуновим електроприводом папірообмотувальної машини з урахуванням пружних елементів / Л.Б. Курцева, А.О. Власов // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: Харківський університет Повітряних Сил ім І. Кожедуба, 2015. – Вип. 4(45). – С. 104-108.

Надійшла до редколегії 17.02.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.І. Канюк, Українська інженерно-педагогічна академія, Харків.

## ОПТИМАЛЬНАЯ АНАЛОГОВАЯ ДВУХМАСОВАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ВРАЩЕНИЯ И НАТЯЖЕНИЕМ МНОГОДВИГАТЕЛЬНЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ БУМАГООБМОТОЧНОЙ МАШИНЫ С УЧЕТОМ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Л.Б. Курцева, С.Л. Ковальчук

Проведены исследования динамических характеристик оптимальной аналоговой двухмассовой системы управления скоростью вращения и натяжением многодвигательным электроприводом бумагообмоточной машины с учетом упругих элементов на приводной и тормозной механизмы.

**Ключевые слова:** бумагообмоточная машина, оптимальная двухмассовая система управления, приводной механизм, тормозной механизм, динамические характеристики, интегральный квадратичный критерий, астатический оптимальный регулятор.

## OPTIMUM ANALOG TWO-MASS CONTROL THE SYSTEM BY SPEED ROTATION AND PULL BY THE PAPER-LAPPING MACHINE MANY MOTOR ELECTRIC DRIVE TAKING INTO ACCOUNT RESILIENT ELEMENTS

L.B. Kurtseva, S.L. Kovalchuk

Investigations of the dynamic characteristics of the optimal analog two-mass speed control system of rotation and tension paper-lapping machine many motor electric drive taken based on the elastic elements of the drive and braking mechanisms.

**Keywords:** paper-lapping machine, the optimal two-mass control system, drive mechanism, brakes, dynamic performance, integral quadratic criterion astatic optimal controller.