

УДК 621.391

А.В. Шишацький<sup>1</sup>, В.В. Лютов<sup>1</sup>, М.В. Борознюк<sup>2</sup>, І.Ю. Рубцов<sup>2</sup><sup>1</sup>Центральний НДІ озброєння та військової техніки Збройних Сил України, Київ<sup>2</sup>Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СПОТВОРЕННЯ СИГНАЛУ В СИСТЕМАХ РАДІОЗВ'ЯЗКУ З ОРТОГОНАЛЬНИМ ЧАСТОТНИМ МУЛЬТИПЛЕКСУВАННЯМ ПРИ ВПЛИВІ НАВМИСНИХ ЗАВАД

*У статті запропоновано математичну модель спотворення сигналів в системах радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням з використанням багатопозиційної фазової та квадратурної амплітудної маніпуляції.*

**Ключові слова:** ортогональне частотне мультиплексування, сигнально-кодова конструкція, квадратурна амплітудна маніпуляція, фазова маніпуляція.

### Вступ

Аналіз перспектив і завдань удосконалення системи військового зв'язку і автоматизації Збройних Сил України, проведений у роботі [1], показав, що перспективні військові засоби радіозв'язку повинні забезпечувати передачу інформації у складній радіоелектронній обстановці.

Технологія ортогонального частотного мультиплексування або OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) знаходить широке використання в телекомунікаційних системах [2], забезпечує велику швидкість передачі цифрового потоку у відносно вузькій смузі частот та високу стійкість в умовах багатопроменевого поширення радіохвиль. Ці переваги досягаються завдяки використанню ортогональних несучих, використанню алгоритмів швидкого перетворення Фур'є та захисних часових інтервалів [3].

Іншим широко використовуваним напрямком підвищення завадозахищеності систем радіозв'язку (СРЗ) є використання сигнально-кодових конструкцій (СКК) [4]. Перевагами СКК є можливість підвищення надійності і швидкості передачі інформації при істотних обмеженнях на енергетику і займану смугу частот. Це досягається шляхом поєднання сигналів і корегуючих кодів в єдину конструкцію, що дозволяє побудувати близькі до оптимальних конструкцій з розумною складністю реалізації. Проведений аналіз свідчить про те, що синтез сигналів з OFDM та СКК дозволить суттєво підвищити завадозахищеність перспективних засобів радіозв'язку [5].

В існуючій літературі проведено аналіз завадозахищеності систем радіозв'язку з OFDM що використовують сигнали з чотирьохпозиційною фазовою маніпуляцією [6] (ФМ-4) при впливі адитивного білого гаусівського шуму (АБГШ), проте не проведено аналізу завадозахищеності систем радіозв'язку з OFDM що використовують сигнали з М-позиційною фазовою маніпуляцією (ФМ-М) та М-позиційною

квадратичною амплітудною маніпуляцією КАМ-М при впливі шумової завади в частині смуги.

Об'єктом досліджень при розробці моделі будемо вважати радіолінію з використанням модуляції багатьох несучих  $n$  з використанням в кожному підканалі сигналів з ФМ-М та КАМ-М з когерентною демодуляцією.

### Постановка завдання

Задано: параметри передавального пристрою і каналу зв'язку  $\Psi = \{\psi_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , де  $\Psi_1 \dots \Psi_n$  – кількість (сукупність) піднесучих, потужність передавача, відношення сигнал/шум в каналі (задається для кожного підканалу окремо), робоча частота, види модуляції, мінімально необхідна швидкість передачі інформації (необхідна пропускна спроможність), смуга пропускання каналу зв'язку, набір коригувальних згорткових кодів з відповідними параметрами: швидкість коригувального коду, граничне значення відношення сигнал/шум в каналі, при якому коригувальний код починає давати вигоду порівняно з модуляцією без кодування. Початковий режим роботи, який забезпечує мінімально необхідну швидкість передачі інформації  $v_{\text{доп}}$ , передбачає використання усіх доступних піднесучих, сигнали з маніпуляцією типу ФМ-М та КАМ-М та коригувального коду із заданою швидкістю ( $R = 0,5$ ).

**Необхідно:** отримати аналітичні вирази для оцінювання ймовірності помилки приймання сигналів для систем радіозв'язку з OFDM з використанням сигналів типу ФМ-М та КАМ-М.

**Обмеження:** вид коригувального коду – згорткові коди зі швидкостями  $R = \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}$ ; вид сигналу – ФМ-М та КАМ-М, розмірність маніпуляції  $2 \leq M \leq 256$ , кількість піднесучих  $N$  ( $N = 256$ ); максимально допустима ймовірність помилкового приймання сигналів  $P_{\delta \text{ доп}} = 10^{-6}$ . В залежності від

системних вимог вказані обмеження можуть змінюватись. Вид завад – шумова загороджувальна в частині смуги.

**Допущення:** стан передатної характеристики каналу зв'язку  $H_{\text{заг}}$  перед передачею чергового OFDM-символу відомий та не змінюється під час передачі символу:  $H_{\text{заг}} = \sum_{i=1}^N H_i$ , де  $H_i$  - передатна характеристика  $i$ -го підканалу; амплітудна характеристика підсилювача потужності передавача лінійна, нелінійні спотворення сигналу відсутні, потужність передавача є незмінною  $P_{\text{прд}} = \text{const}$ .

### Виклад основного матеріалу дослідження

Як відомо, найбільш універсальною та стійкою до різних способів підвищення завадостійкості сигналів при прийманні є шумова загороджувальна завада, модель якої може бути подана обмеженням у смузі частот адитивного білого гаусівського шуму з нульовим середнім та рівномірним розподілом спектральної щільності потужності [7].

Для аналізу потенційної завадостійкості військових засобів радіозв'язку з використанням технології OFDM використаємо результати досліджень, що наведені в роботах [8,9] та отримаємо формули для розрахунку ймовірності помилки для перших двох біт для сигналів типу ФМ-М

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{4}{M} 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_i^2} \sin \left[ \frac{(2i-1)\pi}{M} \right] \right), \quad (1)$$

де  $Q_i^2$  – відношення сигнал шум,  $M$ -позиційність сигналу,  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-(t^2/2)} dt$  – функція Крампа, тоді отримаємо ймовірність біткової помилки для перших двох біт та для біт  $i \geq 3$ :

$$P_{bi} = \frac{2^{i+1}}{M} \sum_{j=1}^{M/4} (-1)^{\text{mod}2 \left[ \frac{j-1}{2^{K+1-i}} \right]} \times \times T \left( \sqrt{2Q_i^2} \sin \frac{(2j-1)\pi}{M}, \text{ctg} \frac{(2j-1)\pi}{M} \right), \quad (2)$$

де  $i \geq 3$ , позиційність модуляції  $M=2^K$ ,  $K$  – кількість біт, що переноситься однією сигнальною точкою,  $(i, j)$  – координати точки сигнально-кодової конструкції в сигнальному сузір'ї,  $T(v, a)$  – функція Оуена, яка призначена для обчислення двовимірного нормального розподілу, яка дорівнює

$$T(v, a) \approx \frac{\arctg a}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} \times \times \left[ 1 - \exp \left( -\frac{v^2}{2} \right) \sum_{m=0}^n \frac{v^{2m}}{2^m m!} \right] a^{2n+1},$$

причому для зручності розрахунків іноді зручно використовувати такий запис

$$P_{b3} = 2P_{b1} - \frac{16}{M} \sum_{j=1}^{M/8} \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_i^2} \sin \frac{(2j-1)\pi}{M} \right) \right) \times \times \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_i^2} \cos \frac{(2j-1)\pi}{M} \right) \right). \quad (3)$$

Середня арифметична ймовірність помилки по всім індивідуальним бітам у піднесучій знаходиться як середнє арифметичне від суми середніх ймовірностей помилки в кожному  $i$ -му біті:

$$P_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi}. \quad (4)$$

Розрахуємо середню ймовірність біткової помилки для сигналів з маніпуляцією типу КАМ-М в  $i$ -му біті ( $i = \overline{1, k}$ ) при використанні критерію мінімуму ймовірності на  $M$ -ічний символ рівна

$$P_{bi} = P_{b, K/2+i} = \left( \frac{2^i}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2^i}} 1 - \Phi(2j-1) \right) + + \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{v=1}^{2^{i-1}-1} (-1)^{v-1} (2^{i-1} - v) \times \times \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2^{i-j}}} \left[ 1 - 2 \text{mod} 2 \left( 2^i (j-1) / \sqrt{M} \right) \right] \times \times \left( 1 - \Phi \left[ (2v-1) \sqrt{M} / 2^{i-1} + 2j-1 \right] \right) \quad (5)$$

або

$$P_{bi} = P_{b, K/2+i} = \left( \frac{1}{2^{K/2-i}} \sum_{j=1}^{2^{K/2-i}} 1 - \Phi(2j-1) \right) + + \frac{1}{2^{K/2-i}} \sum_{v=1}^{2^{i-1}-1} (-1)^{v-1} (2^{i-1} - v) \times \times \sum_{j=1}^{2^{K/2-i+1}} \left( \left[ 1 - 2 \text{mod} 2 \left( (j-1) / 2^{K/2-i} \right) \right] \times \times \left( 1 - \Phi \left[ (2v-1) 2^{K/2-i+1} + 2j-1 \right] \right) \right), \quad (6)$$

де  $i = \overline{1, K/2}$  та для  $m \in N$ .

Тоді ймовірність помилки на біт для першого та  $(K/2 + 1)$  бітів в послідовності з  $K$  бітів рівна:

$$P_{b1} = P_{b, \frac{K}{2}+1} = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2}} F_{(2j-1)}. \quad (7)$$

Відповідно для парних біт:

$$P_{b2} = P_{b, K/2} = \left( \frac{4}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/4}} 1 - \Phi(2j-1) \right) + \frac{2}{\sqrt{M}} \times \times \sum_{j=1}^{\sqrt{M/4}} \left[ \left( 1 - \Phi_{(\sqrt{M}/2+(2j-1))} \right) - \left( 1 - \Phi_{(\sqrt{M}+(2j-1))} \right) \right]. \quad (8)$$

На підставі виразів (7, 8) отримуємо середню ймовірність помилки в під несучій з використанням сигналів типу КАМ-М:

$$P_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi} = \frac{2}{K} \sum_{i=1}^{K/2} P_{bi} \quad (9)$$

Якщо припустити, що забезпечується ідеальна частотна синхронізація, нелінійні спотворення сигналу відсутні і ортогональність між піднесучими при проходженні каналу зв'язку не порушується, тоді піднесучі можна вважати незалежними між собою і завадостійкість для кожної окремої піднесучої групового сигналу з OFDM можна розрахувати за відомими з теорії потенційної завадостійкості формулами. Загальну ймовірність помилки  $P_6$  для сигналу знайдемо як суму ймовірностей помилкового приймання по всіх піднесучих, враховуючи те, що швидкість передачі (а значить і кількість інформації, що передається) у кожному підканалі в  $n$  разів менша від загальної швидкості групового сигналу:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n P_{6i} / n \quad (10)$$

Ймовірність помилкового приймання в окремо-му  $i$ -му підканалі OFDM можна визначити як [10]:

$$P_{6i} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2E_{6i} / G_{0i}} \right) \right], \quad (11)$$

де  $E_{6i}$  – енергія сигналу,  $G_{0i}$  – спектральна щільність потужності шуму. При наявності навмисних завад, повна спектральна щільність потужності шуму в загальній смузі частот зростає з  $G_0$  до  $G_0 + G_3$  і вираз (10) з урахуванням виразу (11) та широко-смугової завади можна записати:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2E_{6i} / (G_{0i} + G_3)} \right) \right] / (2n) \quad (12)$$

Якщо позначити  $Q_i^2 = E_{6i} / (G_{0i} + G_3)$  (відношення сигнал/шум в  $i$ -му підканалі), то формула (12) перетворюється до вигляду:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_i^2} \right) \right] / (2n) \quad (13)$$

Проведемо аналіз завадостійкості модемів військових засобів радіозв'язку, що використовують сигнали типу ФМ-М на підставі отриманих вище математичних виразів. В табл. 1 наведені значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт.

Як правило, середня ймовірність помилки на біт  $P_{сеп} = 10^{-1}, 10^{-2}$  задається на виході демодулятора, а необхідна середня ймовірність помилки на біт  $P_{сеп} = 10^{-4}, 10^{-5}$  на виході завадостійкого декодера. Маючи весь спектр значень наведених в табл. 1 досить легко оцінити та порівняти енергетичні витрати для досягнення необхідної  $P_{сеп}$  з застосуванням завадостійкого кодування та без нього.

Проведемо аналіз завадостійкості модемів військових засобів радіозв'язку, що використовують сигнали типу КАМ-М на підставі наведених вище математичних виразів. В табл. 2 наведені значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу КАМ-М. Наведена в табл. 2 інформація є досить корисною для зв'язку з тим, що вони відображають величину запасу по рівню сигналу необхідну при зміні його позиційності в 4 рази. Маючи табличні значення необхідного збільшення відношення сигнал/шум в залежності від заданої середньої ймовірності помилки на біт  $P_{сеп}$ , легко розрахувати величину запасу по потужності для сигналів з більшою позиційністю.

Очевидно, що при достатньому енергетичному ресурсі станції завад у випадку постановки широко-смугової загороджувальної завади, яка перекриває весь спектр системи з багатьма несучими та створює спектральну щільність потужності завади  $G_3$ , яка збільшує ймовірність помилкового приймання до недопустимого значення, єдиним виходом є перехід на іншу робочу частоту. Забезпечення електромагнітної сумісності, радіопомітності звужують можливість застосування станцією завад загороджувального типу, особливо в угрупованнях радіоелектронних засобів. Однак, в деяких оператив-но-тактичних ситуаціях застосування завад даного типу може виявитися виправданим [10].

Таблиця 1

Значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу ФМ-М

K	2	3	4	5	6
M	4	8	16	32	64
$P_{сеп}$	$Q_i^2$ [дБ]				
0,1	-0,8555782465	1,0379713217	3,9170030488	7,3840252745	11,2271268497
$5 \cdot 10^{-2}$	1,3122451792	3,7360366698	7,3241393202	11,4024063967	15,7365874609
$1 \cdot 10^{-2}$	4,3231932062	7,2912591103	11,4153327562	16,0189215104	20,8791014930
$5 \cdot 10^{-3}$	5,2080416349	8,2823197667	12,4978787839	17,1843573692	22,1218344869
$1 \cdot 10^{-3}$	6,7895226124	10,0102052182	14,3466895303	19,1389121891	24,1719215998
$5 \cdot 10^{-4}$	7,3350085085	10,5957030558	14,9642081876	19,7837033815	24,8407889908
$1 \cdot 10^{-4}$	8,3982621129	11,7245811245	16,1446564698	21,0074320630	26,1022476981
$5 \cdot 10^{-5}$	8,7900135786	12,1369290913	16,5729476882	21,4489427523	26,5551648974
$1 \cdot 10^{-5}$	9,5878583468	12,9716325886	17,4358940373	22,3351195184	27,4612517548
$5 \cdot 10^{-6}$	9,8925890338	13,2888207235	17,7625439220	22,6694981928	27,8022163615
$1 \cdot 10^{-6}$	10,5298316995	13,9495565746	18,4410083013	23,3623711848	28,5073161680

Таблиця 2

Значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу КАМ-М

K	2	4	6	8	10	12
M	4	16	64	256	1024	4096
$P_{\text{сеп}}$	$Q_i^2$ [дБ]					
0,1	-0,8555782465	1,0379713217	3,9170030488	7,3840252745	11,2271268497	16,2465598336
$5 \cdot 10^{-2}$	1,3122451792	3,7360366698	7,3241393202	11,4024063967	15,7365874609	20,8200139619
$1 \cdot 10^{-2}$	4,3231932062	7,2912591103	11,4153327562	16,0189215104	20,8791014930	26,0141681622
$5 \cdot 10^{-3}$	5,2080416349	8,2823197667	12,4978787839	17,1843573692	22,1218344869	27,2640399891
$1 \cdot 10^{-3}$	6,7895226124	10,0102052182	14,3466895303	19,1389121891	24,1719215998	29,3228062461
$5 \cdot 10^{-4}$	7,3350085085	10,5957030558	14,9642081876	19,7837033815	24,8407889908	29,9938351414
$1 \cdot 10^{-4}$	8,3982621129	11,7245811245	16,1446564698	21,0074320630	26,1022476981	31,2586596173
$5 \cdot 10^{-5}$	8,7900135786	12,1369290913	16,5729476882	21,4489427523	26,5551648974	31,7125890889
$1 \cdot 10^{-5}$	9,5878583468	12,9716325886	17,4358940373	22,3351195184	27,4612517548	32,6204369115
$5 \cdot 10^{-6}$	9,8925890338	13,2888207235	17,7625439220	22,6694981928	27,8022163615	32,9619823317
$1 \cdot 10^{-6}$	10,5298316995	13,9495565746	18,4410083013	23,3623711848	28,5073161680	33,6681581745

Розглянемо вплив на радіолінію з багатьма несучими шумової завади в частині смуги. Перекриваючи меншу смугу діапазону, станція завад має можливість збільшувати потужність завад у цій смузі до рівня  $G_3/\gamma$ .

Для спрощення аналітичного виразу зробимо припущення, що ширина спектра завади є такою, що перекриває ціле число несучих. Отже, параметр  $\gamma$  можна виразити так:  $\gamma = m/n$ , де  $m$  – кількість несучих, в спектри яких потрапляє завада. Тоді, загальну ймовірність помилкового приймання в даній системі можна виразити наступним чином:

$$P_6 = \sum_{i=1}^{n-m} \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2E_{6i}/G_{0i}} \right) \right) / (2n) + \sum_{j=1}^m \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2E_{6j}/(G_{0j} + G_3/\gamma)} \right) \right) / (2n). \quad (14)$$

Графіки залежності  $P_6 = f(\gamma)$ , побудовані за формулою (14) для різних значень  $G_3$  [мВт/Гц] при постійних значеннях  $E_{6i}$  та  $G_{0i}$ , які відповідають відношенню  $E_{6i}/G_{0i} = 20$  дБ, представлені на рис. 1.

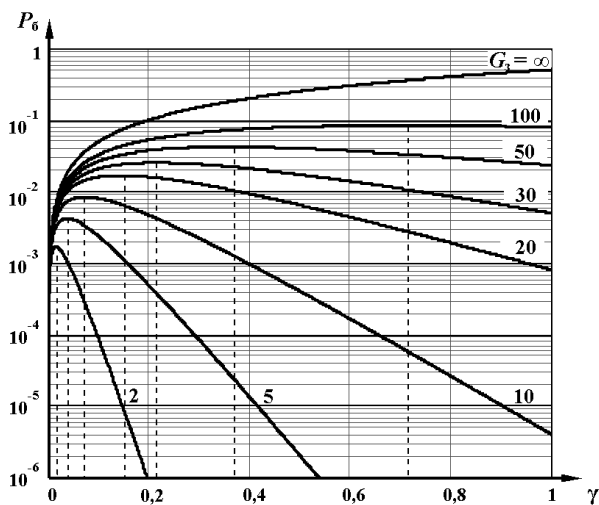


Рис. 1. Визначення оптимальної шумової завади в частині смуги

Значення  $\gamma_{\text{опт}}$  для середнього співвідношення сигнал/шум в підканалі 20 дБ, що відповідають заданим  $G_3$ , а також ймовірності помилки  $P_6$ , наведені в табл. 3.

Таблиця 3

Вибір оптимальної шумової завади в частині смуги

$G_3$	2	5	10	20
$\gamma_{\text{опт}}$	0,014	0,036	0,071	0,142
$P_6$	$1,66 \cdot 10^{-3}$	$4,14 \cdot 10^{-3}$	$8,29 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$

$G_3$	30	50	100	$\infty$
$\gamma_{\text{опт}}$	0,213	0,397	0,795	1
$P_6$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$8,2 \cdot 10^{-2}$	0,5

Отже, чим більший енергетичний ресурс має постановник завад, тим більше значення  $\gamma_{\text{опт}}$ .

Очевидно, що постановник завад повинен вибрати таке значення  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ , при якому значення  $P_6$  буде максимальним.

Таку шумову заваду в частині смуги сигналу з OFDM, яка при фіксованому значенні потужності передавача станції завад максимізує ймовірність помилкового приймання радіолінії, будемо називати оптимальною шумовою завадою в частині смуги.

У більшості випадків постановки навмисних завад справедливим є припущення  $G_3 \gg G_0$ . Тому, за наявності навмисних завад значенням  $G_{0i}$  можна знехтувати. Тоді вираз (14) спрощується до вигляду:

$$P_6 \approx \gamma \cdot \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\gamma \cdot 2E_{6i}/G_3} \right) \right] = \gamma \cdot \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\gamma \cdot Q_i^2} \right) \right]. \quad (15)$$

Очевидно, що зі збільшенням  $Q_i^2$  значення  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ , при якому  $P_6$  максимальне, зменшується. Якщо про диференціювати рівняння (14), отримуємо:

$$\gamma_{\text{опт}} = \begin{cases} 0,709/Q_i^2, & \text{для } Q_i^2 > 0,709; \\ 1, & \text{для } Q_i^2 \leq 0,709. \end{cases}$$

Відповідно, максимальна ймовірність помилкового приймання на біт дорівнює:

$$P_{\text{бmax}} = \begin{cases} 0,083/Q_1^2, & \text{для } Q_1^2 > 0,709; \\ \left[1 - \Phi\left(\sqrt{2Q_1^2}\right)\right]/2, & \text{для } Q_1^2 \leq 0,709. \end{cases}$$

Таким чином, ефективне подавлення сигналу досягається за рахунок концентрації потужності передавача станції завад для спотворення певної частини переданих символів. Для усунення шкідливого впливу організованих завад доцільно застосувати такі заходи, як завадостійке кодування у поєднанні з перемежуванням [11], методи просторової компенсації завад [12,13], частотну адаптацію [14].

У випадку появи шумової завади в частині смуги, яка знижує ймовірність помилкового приймання в системі до недопустимого рівня, система радіозв'язку може здійснити такі заходи для протидії:

1) використання методів просторової компенсації завад;

2) відключення, а точніше припинення передачі корисної інформації на тих піднесучих, в спектри яких потрапила завада і нарощування загальної пропускної спроможності системи за рахунок підвищення інформаційної швидкості на кращих за співвідношенням сигнал-шум піднесучих;

3) перехід на іншу робочу частоту за умови, якщо перший та другий заходи виявляються неефективними.

У другому випадку завадостійкість системи після переходу в новий режим роботи потрібно оцінювати з урахуванням виразів для конкретних видів багатопозиційної модуляції.

Розглянемо вплив на досліджувану систему радіозв'язку полігармонійної (різнотонавої) завади [14]. При створенні багатотональної (полігармонійної) завади станція радіоелектронного подавлення ділить повну потужність випромінювання між неперервними гармонійними коливаннями (тонами), що мають випадкову фазу та рівні за потужністю. Ці сигнали розподіляються в загальній смузі частот системи у визначеному порядку. Аналіз впливу нових завад на сигнал є значно складнішим [14]. Оцінку завадостійкості можна наближено провести за виразом (5), попередньо розрахувавши сумарну спектральну щільність потужності завади у кожному підканалі. В умовах застосування системою радіоелектронного подавлення ретрансльованих завад з достатньою для ефективного подавлення корисного сигналу потужністю, доцільним є перехід до режиму роботи з використанням частотної адаптації, причому швидкість переходу на нову робочу частоту повинна бути такою, щоб за час, необхідний системі радіоелектронного подавлення для обробки отриманого сигналу та створення завади, радіолінія переходила на нову частоту [8].

Взаємодію двох протилежних сторін – систем радіоелектронного подавлення та системи радіозв'язку можна моделювати з використанням теорії ігор [15]. При цьому маємо двох учасників, які володіють певним радіоресурсом, та використовують його за різним призначенням. Система радіозв'язку – для забезпечення обміну інформацією з заданою якістю, система радіоелектронного подавлення – для максимально можливої мінімізації якості обміну в системі радіозв'язку, аж до його повного припинення.

Тому важливим завданням є передбачення найбільш ймовірних дій (стратегії) противника. При наявності інформації про параметри радіолінії (вид модуляції, потужність передавача, типи передавальних та приймальних антен тощо) для оцінки ймовірного співвідношення сигнал/шум на вході приймача радіолінії, постановник шумової завади в частині смуги, очевидно, буде вибирати таке значення  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ , при якому ймовірність помилкового приймання буде максимальною.

Для радіолінії з OFDM та модуляцією ФМ-М та КАМ-М на всіх піднесучих, за формулою (14) для різних за співвідношенням сигнал/шум каналів та для різних співвідношень між потужностями завади та корисного сигналу на вході приймача радіолінії можна визначити оптимальні значення коефіцієнта перекриття  $\gamma_{\text{опт}}$  та оцінити завадостійкість на найгірший випадок.

Розглянемо порядок розрахунку  $\gamma_{\text{опт}}$ .

1. Формулювання аналітичного виразу для знаходження ймовірності помилкового приймання радіолінії:

$$P_0 = \sum_{i=1}^{n-m} f_i \left( \frac{E_{\delta i}}{G_{0i}} \right) + \sum_{j=1}^m f_j \left( \frac{E_{\delta j}}{G_{0j} + G_3/\gamma} \right). \quad (16)$$

2. Знаходження максимуму функції (16). Диференціювання функції (16):  $\frac{dP_0(\gamma)}{d\gamma}$ .

Визначення точки  $\gamma$ , де похідна дорівнює 0 і при переході якої функція змінює знак з додатного на від'ємний.

3. Підстановка даного значення  $\gamma$  у вираз (16) і знаходження ймовірності помилкового приймання, що відповідає  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ .

## Висновки

1. Аналіз характеристик навмисних завад показав, що найбільш універсальною і стійкою до різних способів підвищення завадостійкості, що застосовуються в системах радіозв'язку, є шумова загорождувальна завада. Потужність шумової завади може бути використана ефективніше за рахунок зосередження її в обмеженій смузі частот, значно меншій, ніж діапазон частот (або спектр сигналу) СРЗ.

Вплив навмисних завад суттєво погіршує завадостійкість приймання сигналів з OFDM, що викликає необхідність розробки математичної моделі спотворення сигналу з ортогональною частотною модуляцією для оцінки та врахування цього впливу як на етапі проектування, так і експлуатації засобів зв'язку.

2. В роботі розроблена математична модель спотворення сигналу з ортогональною частотною модуляцією при впливі шумової загороджувальної завади та шумової завади в частині смуги, відмінність якої від відомих полягає в тому, що вона встановлює нові аналітичні залежності ймовірності помилкового приймання OFDM-сигналу від характеристик навмисних шумових завад, а саме спектральної щільності потужності та коефіцієнта перекриття спектра сигналу (ширини смуги завади).

3. Розроблена модель дозволяє:

провести кількісну оцінку негативного впливу даних видів завад на якість зв'язку, що визначається ймовірністю помилкового приймання;

отримати математичні співвідношення при дії інших видів завад (полігармонійна та ретрансльована завади);

визначити заходи, спрямовані на боротьбу з навмисними завадами;

здійснювати прогнозування ймовірної стратегії постановника завад (на найгірший випадок);

проводити імітаційне моделювання радіоліній з використанням OFDM в умовах дії навмисних завад.

Напрямок подальших досліджень є розробка методики адаптивного управління режимами роботи програмованих засобів радіозв'язку.

## Список літератури

1. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / [Виневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В.]. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
2. Гурський Т.Г. Методика вибору параметрів OFDM-сигналу військових засобів радіозв'язку в залежності від стану каналу передачі / Т.Г. Гурський // Збірник наукових праць ВІКНУ. – 2009. – Вип. 17. – С. 107-115.
3. Оптимизация параметров группового сигнала систем передачи с ортогональными гармоническими сигналами / [Балашов В.А., Ефремов В.П., Ляхоуецкий Л.М., Кравченко С.Ю.] // Зв'язок. – 2002. – № 4. – С. 19-24.

4. Leke A. A maximum rate loading algorithm for discrete multitone modulation systems / Leke A., Cioffi J.M. // Proc. of IEEE GLOBECOM '97, V. 3. – 1997. – P. 1514-1518.

5. Jang J. Transmit power and bit allocations for OFDM systems in a fading channel / J. Jang, K. Bok Lee, Y. Lee // Proc. of IEEE GLOBECOM '03. – 2003. – P. 858 - 862.

6. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / Под редакцией А.Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.

7. Теорія електрозв'язку. Підручник / О.В. Корнейко, О.В. Кувшинов, О.П. Лежнюк, С.П. Лівенцев / Під ред. С.П. Лівенцева. – К.: НВФ „Славутич-Дельфін”, 2006. – Т. 2: Основи теорії завадостійкості, кодування та розподілу інформації. – 292 с.

8. Скляр Бернгард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. / Скляр Бернгард. – М.: Издательский дом „Вильямс”, 2004. – 1104 с.

9. Аналіз методів оцінювання параметрів багатопроменевих каналів зв'язку / [Кувшинов О.В., Толіюпа С.В., Гурський Т.Г., Восколович О.І.] // Вісник ДУІКТ. – 2011. – Т. 9 (3). – С. 194-204.

10. Мальцев А.А. Исследование характеристик OFDM-систем радиосвязи с адаптивным отключением поднесущих / А.А. Мальцев, А.Е. Рубцов // Вестник ИНГУ. – Серия Радиофизика. – 2007. – № 5. – С. 43-49.

11. Гурський Т.Г. Компенсація впливу навмисних завад та частотно-селективних завмирань в OFDM-системі радіозв'язку / Т.Г. Гурський, Л.С. Різник, О.В. Гуменюк // Збірник наукових праць ВІПІ НТУУ „КПІ”. – 2008. – Вип. 3. – С. 38-46.

12. Кувшинов О.В. Напрямки вдосконалення технології OFDM при впливі навмисних завад / О.В. Кувшинов, Л.Л. Бортнік, О.Г. Жук // Збірник наукових праць ВІКНУ, 2011. – Вип. 30. – С. 121-126.

13. Кувшинов О.В., Пучков О.О., Жук О.Г. Адаптивне управління частотно-часовим ресурсом радіоліній при впливі навмисних завад. Тезиси IV-ої науково-технічної конференції ВІПІ НТУУ “КПІ” “Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення”. – Жовтень 2008. – С. 192-193.

14. Теплов Н.Л. Теория передачи сигналов / Н.Л. Теплов. – М.: Воениздат, 1976. – 424 с.

15. Стеклов В. К. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку: Підр. / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, Є.В. Кільчицький; під ред. В. К. Стеклова. – К.: Техніка, 2004. – 576 с.

Надійшла до редколегії 12.01.2016

Рецензент: д-р техн. наук проф. О.В. Кувшинов, Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА В СИСТЕМАХ РАДИОСВЯЗИ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПРЕДНАМЕРЕННЫХ ПОМЕХ

А.В. Шишацкий, В.В. Лютов, М.В. Борознюк, И.Ю. Рубцов

В статье предложена математическая модель искажения сигналов в системах радиосвязи с ортогональным частотным мультиплексированием с использованием многопозиционной фазовой и квадратурной амплитудной манипуляцией.

**Ключевые слова:** ортогональное частотное мультиплексирование, сигнально-кодовая конструкция, квадратурная амплитудная манипуляция, фазовая манипуляция.

## MATHEMATICAL MODEL OF SIGNAL DISTORTION IN RADIO COMMUNICATION SYSTEMS WITH ORTHOGONAL FREQUENCY MULTIPLEXING WHEN EXPOSED INTENTIONAL INTERFERENCE

A.V. Shishatsky, V.V. Lutov, M.V. Boroznyuk, I.Yu. Rubtsov

Proposed mathematical model of signals distortion in radio communication system with orthogonal frequency multiplexing with using multiposition phase and quadrature amplitude manipulation.

**Keywords:** orthogonal frequency multiplexing, signal-to-code construction, quadrature amplitude manipulation, phase manipulation.