

УДК 001.12

М.Л. Петришин, В.А. Ровінський

Прикарпатський національний університет імені В. Стефаника, Івано-Франківськ.

## МЕТОД ДВОВИМІРНОГО КОДУВАННЯ ДАНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ РЕКУРСИВНИХ КОДОВИХ СИСТЕМ

*Запропоновано метод рекурсивного кодування елементів в двовимірному просторі. Розроблено математичні моделі координатно-мережевого кодування елементів площини та основи матричного кодування образів, внаслідок чого досягнуто зменшення обсягів повідомлень в системі, за умови забезпечення завадозахисту.*

**Ключові слова:** двовимірне кодування, растрове зображення, рекурсивні коди.

### Вступ

В практиці перетворення форми інформації часто зустрічаються задачі, що передбачають кодування багатовимірних джерел інформації растровими методами, в найпростішому випадку – кодування двовимірних зображень [1, 2]. Такі методи можна узагальнити в дві полярно відмінні крупні групи [1–3]. Перша передбачає паралельне кодування позицій кожного із елементів джерела інформації в паралельному форматі кодів кожної із координат простору. Перевагою таких методів є можливість відновлення пошкоджених файлів в тракті інфообміну чи зберігання, проте, недоліком є значні обсяги даних електронних форматів зображення. Інша полярно відмінна група методів, передбачає послідовне кодування дво- чи багатовимірної розгортки зображення, що дозволяє значно зменшити розміри файлів чи потоків даних, проте відновлення пошкоджених даних часто є неможливим без застосування додаткових методів завадозахисту. Перспектива подальших досліджень полягає у застосуванні методів послідовного формування потоку даних із позиціонуванням кожного із елементів в просторі зображення за допомогою рекурсивних методів кодування [4]. Рекурсивна логічна кодова упаковка елементів в таких послідовностях та властивість неповторюваності кожного із довільних  $n$ -розрядних фрагментів на періоді  $N=2^n$  рекурсивної кодової послідовності послужили основою розробки нових методів завадозахищеного кодування координат та позиціонування. Здійснимо аналіз властивостей рекурсивних методів кодування та їх адаптування до задач кодування багатовимірних джерел інформації, а також здійснимо оцінку ефективності їх застосування у порівнянні з відомими методами, еквівалентними по стійкості до впливу завад. Для спрощення викладок розглянемо приклад двовимірного кодування рекурсивними кодами чорно-білих зображень, оскільки кодування багатоклірних чи багаторівневих зображень передбачає тільки розширення формату слова даних, що не є предметом досліджень даного матеріалу.

### Метод рекурсивного кодування

Позиціонування довільного із об'єктів чи координатна прив'язка елементу багатовимірного зображення в просторі передбачає однозначне завдання значення кожної із координат багатовимірного простору в довільний момент часу. При цьому застосування рекурсивних методів кодування дозволяє здійснити послідовне кодування кожного із елементів простору за допомогою одного біту за умови збереження попередніх  $n_i$  кодових елементів по кожному із  $i$ -х векторів координат простору таким чином, що кожен із кодів  $n_i$  дозволяє однозначно визначити розташування елементу простору по кожному із  $i$ -х векторів координатної мережі [5, 6]. Просторова модель рекурсивного упорядкування поля кодових елементів описується математичною моделлю

$$N_j = (b_{j-n-1}, \dots, b_{j-1}, b_j),$$

де  $b_j = \text{res}(b_{j-1} + b_{j+n}) \bmod p$ .

Дана модель дозволяє визначити методи побудови багатовимірних мереж рекурсивних кодових систем та здійснити позиціонування об'єктів в просторі.

Проаналізуємо один із найпростіших прикладів позиціонування точкових об'єктів у двовимірному просторі за умови жорстко заданого маршруту слідування, згідно якого кодові ознаки рекурсивної послідовності розташовуються вздовж транспортної мережі. В процесі переміщення об'єкта послідовно зчитуються кодові ознаки,  $n$ -розрядний код яких визначає координату положення на траєкторії руху. Реакція об'єкта визначається зчитаним поточним кодом рекурсивної послідовності та вкладеною програмою руху. Для однозначного позиціонування положення та програмного переміщення об'єкта між початковим  $S_{\text{поч}}$  та кінцевим  $S_{\text{кін}}$  пунктами складається програма, яка в операторній формі має вигляд:

$S_{\text{поч}}: b_1, \dots, b_i = V_1, b_1, \dots, b_j = V_i, \dots, b_m, \dots, b_k = S_{\text{кін}}$   
де  $V_i$  – ознака повороту (1 – вправо; 0 – вліво).

Наведена форма кодових впорядкувань не є реверсивною, тому, з метою розширення функціональних можливостей внаслідок реалізації процедури двостороннього позиціонування, вводиться модель інвертованого типу:

$$N_j = (b_j, b_{j-1}, \dots, b_{j-n+1}).$$

В програму руху вводиться ознака зворотного руху  $V_j=S0$  – прямо,  $V_j=S1$  – назад. Шляхом розширення кількості значень ознак  $V_j$ , наприклад додатково до попередніх  $V_j=S2$  – верх,  $V_j=S3$  – вниз, можна побудувати тривимірну модель маршрутизації рухомих об'єктів.

Обмеження такого методу полягає в тому, що для правильного зчитування рекурсивної кодової послідовності в зворотному напрямку об'єкт мусить переміститись на  $n-1$  позицій даліше мітки початку зворотного руху або рекурсивно у відповідності з попередньою моделлю здійснити завантаження в свій регістр  $n$  ознак коду  $N_{j-n}$ . Іншим функціональним обмеженням є жорстка прив'язка маршрутизації об'єкта до траси кодової розмітки.

### Моделі багатовимірного рекурсивного кодування

Збільшити число степенів вільності дозволяє багатовимірна кодова рекурсивна розмітка вузлів координатно-мережевої розбивки площини або простору позиціонування. Двовимірне кодове рекурсивне упорядкування подано математичною моделлю:

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} b_{j-n-1,i-n-1} & \dots & b_{j-1,i-n-1} & b_{j,i-n-1} \\ b_{j-n-1,i-n-2} & \dots & b_{j-1,i-n-2} & b_{j,i-n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{j-n-1,i} & \dots & b_{j-1,i} & b_{j,i} \end{pmatrix}.$$

Приклад двовимірного рекурсивного кодового упорядкування  $GF(2^3)$  задано в матричній формі:

$$GF(2^3) = \begin{pmatrix} 01 & 01 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 & 00 \\ 01 & 01 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 & 00 \\ 01 & 01 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 & 00 \\ 11 & 11 & 11 & 10 & 11 & 10 & 10 & 10 \\ 01 & 01 & 01 & 00 & 01 & 00 & 00 & 00 \\ 11 & 11 & 11 & 10 & 11 & 10 & 10 & 10 \\ 11 & 11 & 11 & 10 & 11 & 10 & 10 & 10 \\ 11 & 11 & 11 & 10 & 11 & 10 & 10 & 10 \end{pmatrix},$$

яка визначає метод кодування повідомлень в двовимірному дискретному просторі. Проте, така математична модель є надлишковою внаслідок двобітрової кодової прив'язки. Збільшити ефективність кодування дозволяє зменшення розрядності ознак до одного біту внаслідок полярно-спірального переупорядкування рекурсивної кодової послідовності.

Полярно-спіральну форму рекурсивних кодових послідовностей в вигляді розгортки подано наступною математичною моделлю:

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2j} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nm} \end{pmatrix};$$

$$b_{ij} = \text{res}(b_j + b_{i+j}) \text{ mod } p;$$

$$b_{ij} = \text{res}(b_j + b_{i-n,j}) \text{ mod } p.$$

Для прикладу рекурсивних кодових послідовностей порядку  $GF(2^4)$  існує матриця

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & b_{ij} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_{ij} = 0.$$

Характерною особливістю кодування позицій в рекурсивних кодах є одночасне існування рекурсії по спіралі та по твірних циліндра. При цьому отримують нове вирішення, як приклад, дві наступні практичні задачі:

1. Прив'язка координат та позиціонування точкового об'єкта в мережі двовимірного простору двобітовими ознаками рекурсивного коду. В залежності від співвідношення сторін площі кодування по горизонталі та вертикалі обираються різні рекурсивні кодові послідовності. На рис. 1 наведено приклад позиціонування в двовимірній розмірності  $GF(2^3 \times 2^4)$ .

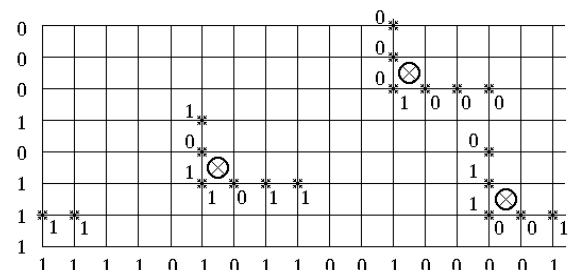


Рис. 1. Двовимірне кодування точок на площині

Порівняння запропонованого методу позиціонування з типовими паралельного класу, еквівалентними щодо можливості відновлення пошкоджених даних, коли кожен вузол координатної мережі кодується двійковими кодами координат по вертикалі та горизонталі, дозволяє оцінити його ефективність:

$$k_{\text{эф}} = (|X| + |Y|)/2,$$

де  $|X| = E^{\wedge}[\log_2 V]$ ,  $|Y| = E^{\wedge}[\log_2 H]$  – розрядність двійкових кодів координат відповідно по вертикалі та горизонталі,  $V, H$  – кількість дискретів позицій по вертикалі та горизонталі. На межі площини кодування прив'язка здійснюється циклічним зміщенням коду позиції, як це показано на рис. 1.

2) Прив'язка істотних координат чорно-білих напівтонових зображень з метою зменшення об'ємів повідомлень.

Суть методу полягає в тому, що кожен істотний відлік зображення кодується двійковою одиницею та кодом  $z > 0$ , що представляється в векторній формі

$$z_i(G) = (z_i b_i, z_{i+1} b_{i+1}, \dots, z_{i+n} b_{i+n}),$$

де  $z_i$  – істотний відлік зображення;  $z_{i+1}, \dots, z_{i+n}$  – відліки ресстрованого фрагменту зображення;  $b_i, b_{i+1}, \dots, b_{i+n}$  – біти відліків одновимірної рекурсивної послідовності, циклічно згорнуті в двовимірне просторове впорядкування.

На рис. 2 наведено приклад кодування зображення, в результаті якого формується матриця векторів.

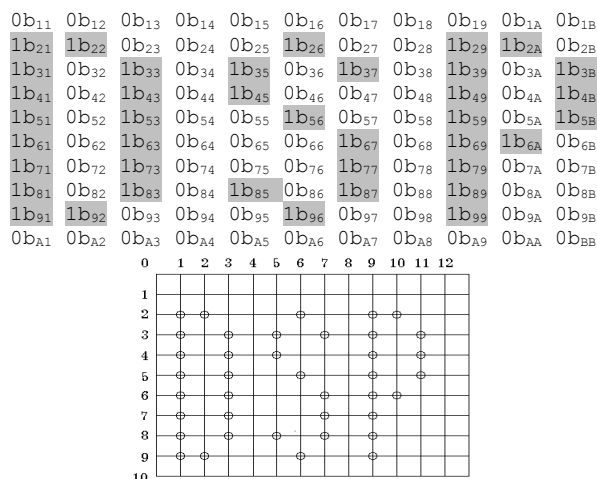


Рис. 2. Приклад кодування циклічною кодовою розгорткою растрового зображення

### Оцінка ефективності методів рекурсивного кодування

Зменшення об'єму повідомлень при кодуванні двовимірного зображення визначається як

$$k_{\text{ефГ}} = n m [z / k_G (z + 1)] n m [ ,$$

де  $z$  – розрядність двійкового коду зображення;  $k_G$  – кількість зареєстрованих векторів;  $n m [$  – розрядність коду рекурсивної системи.

Відомий метод зменшення об'ємів формованих двовимірних повідомлень полягає в фіксуванні номера істотного відліку та його значення  $n$  і  $z$ . Зокрема, при кодуванні величина  $z + 1$  може бути опущена внаслідок того, що істотні відліки завжди рівні 1 і для їх кодування достатньо тільки номера відліку розрядністю  $n m [$ . Тому коефіцієнт ефективності визначається виразом:

$$k_{\text{ефГ}} = n m / k_C [n m [ ,$$

де  $k_C$  – кількість істотних відліків. Відносна ефективність запропонованого методу визначається як

$$k_{\text{Г/С}} = k_C (z + 1) n m [ / k_G (z + 1) n m [ .$$

На рис. 3 наведено залежності відносної ефективності кодування дворівневих та півтонових зображень розміром кадру  $n m = 1024 \times 1024$  для  $z = 1, 8$ . Таким чином, застосування методу рекурсивного кодування об'єктів в просторі чи елементів растрових зображень дозволяє зменшити формат кодів координат кожного з елементів до двох чи одного біту в залежності від застосованого методу двовимірного впорядкування рекурсивних кодових

ознак, за умови достовірного відтворення  $n_i$  кодових ознак по кожній із  $i$ -х координат, що дозволило зменшити об'єми даних кодової прив'язки за умови поелементного рекурсивного кодування зображення та можливості його відтворення у випадку виникнення помилок.

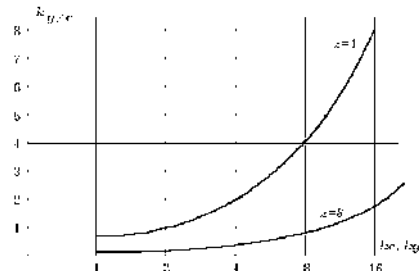


Рис. 3. Ефективність кодування дворівневих та півтонових зображень

### Висновки

Проаналізовано методи двовимірного кодування, зокрема растрових зображень, на результаті чого запропоновано застосовувати метод рекурсивного кодування елементів на площині. Розроблено математичні моделі координатно-мережевої розбивки площини та теоретичні основи матричного кодування образів із рекурсивним кодуванням даних, внаслідок чого досягнуто зменшення обсягів повідомлень, що формуються в системі, за умови забезпечення завадозахисту, що дозволяє здешевити засоби двовимірного кодування джерел інформації.

### Список літератури

1. Annadurai S. *Fundamentals Of Digital Image Processing* / S. Annadurai. – Pearson Education India, 2007. – 440 p.
2. Petrou M. *Image Processing: The Fundamentals* / M. Petrou, C. Petrou – Wiley; 2 edition, 2010. – 818 p.
3. Gonzalez R.C. *Digital Image Processing* / R.C. Gonzalez, R.E. Woods. – Prentice Hall; 3 edition, 2007. – 976 p.
4. Pless V. *Introduction to the Theory of Error-Correcting Codes* / V. Pless. – John Wiley & Sons, 2011. – 224 p.
5. Descamps S.X. *Block Error-Correcting Codes: A Computational Primer* / S.X. Descamps. – Springer, 2003. – 265 p.
6. Moon T.K. *Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms* / T.K. Moon. – John Wiley & Sons, 2005. – 750 p.

Надійшла до редколегії 22.02.2016

Рецензент: д-р фіз.-мат. наук, проф. О.Д. Артемович, Прикарпатський національний університет, Івано-Франківськ.

### МЕТОД ДВУМЕРНОГО КОДИРОВАНИЯ ДАННЫХ НА БАЗЕ РЕКУРСИВНЫХ КОДОВЫХ СИСТЕМ

М.Л. Петришин, В.А. Ровинский

Предложен метод рекурсивного кодирования элементов двумерного пространства. Разработаны математические модели координатно-сетового кодирования элементов на плоскости и основы матричного кодирования образов, в результате чего достигнуто уменьшение объемов сообщений в системе, при условии обеспечения защиты от ошибок.

**Ключевые слова:** двумерное кодирование, растровое изображение, рекурсивные коды.

### METHOD FOR TWO-DIMENSIONAL DATA CODING BASED ON THE RECURSIVE CODE SYSTEM

M.L. Petryshyn, V.A. Rovinsky

A method of recursive coding of two-dimensional space elements is proposed. The mathematical models of coordinate network elements coding on the plane and the basis of images matrix coding are developed, resulting in decrease of data volume in the system, while ensuring protection against errors.

**Keywords:** two-dimensional coding, raster image, recursive codes.