

УДК 621.391

К.С. Васюта

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ВИКОРИСТАННЯ СУРОГАТНИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ ОЦІНКИ КВАНТИФІКАЦІЙ РЕКУРЕНТНИХ ДІАГРАМ ХАОТИЧНИХ СИГНАЛІВ, СПОСТЕРЕЖУВАНИХ НА ФОНІ БІЛОГО ШУМУ

У роботі запропоновано використання сурогатних сигналів, що зберігають топологічні характеристики спостереження, для оцінки квантифікації рекурентних діаграм (заходи рекурентності і міри детермінізму) хаотичних сигналів, спостережуваних на тлі білого шуму. Досліджено можливість використання сурогатних сигналів для зменшення впливу шуму спостереження при формуванні рекурентних діаграм і оцінки їх чисельних мір. Проаналізовано помилки оцінки мір рекурентності і детермінізму спостережуваних сигналів від відношення сигнал/шум.

Ключові слова: сурогатний сигнал, топологічні характеристики, хаотичний сигнал, квантифікації рекурентних діаграм.

Вступ

Поняття “сурогатних даних”, введено Theiler і ін. [1] в 1992 році і активно використовувалося для статистичного тестування часового ряду на нелінійність, тобто перевірки статистичних гіпотез.

Серед відомих способів побудови множини псевдо вибірок можна виділити наступні. Бутстреп - процедури [2], які засновані на багатократному тиражуванні початкової емпіричної вибірки, хаотичному перемішуванню одержаної величезної сукупності даних і витяганні з неї псевдо вибірок (бутстреп - копій). В цьому випадку, сурогатний часовий ряд руйнує тимчасові кореляції, які не очікуються для процесу I.I.D. (independent and identically distributed) з незалежними і однаково розподіленими значеннями, але зберігає той же самий розподіл вірогідності, який визначений для реального процесу з I.I.D.. Друга процедура [3] використовує пряме і зворотне перетворення Фур'є, з випадковою перестановкою фаз, при цьому сурогат об'єкту зберігає лінійну кореляцію, але будь-які нелінійні залежності руйнуються. Третя процедура [3] перетворить дані таким чином щоб досягти двох цілей: по-перше, так само, як і при використанні другої процедури, зберегти в сурогатах спектри потужності (лінійну кореляцію) даних і, по-друге, ідентичність вірогідності розподілу реальних і сурогатних даних.

Ці три процедури співвідносяться з трьома гіпотезами шуму: I.I.D., лінійно фільтрований шум і монотонне нелінійне перетворення лінійно фільтрованого шуму. Отже, ці методи – лінійні сурогатні методи. Тому кожний з цих трьох алгоритмів додає інший шум до ієрархії гіпотези.

Для аналізу властивостей нелінійних динамічних систем, згадані технології отримання сурогатних даних не представляють інтересу, оскільки не зберігають топологічних характеристик його атрак-

тору. Тому далі звернемося до алгоритмів формування сурогатів траєкторії атрактору (attractor trajectory surrogates – ATS) [4]. Ці сурогати імітують поведінку динамічної системи у фазовому просторі, тобто, зберігаючи не тільки лінійні, але також і нелінійні її властивості. Їх ансамбль може використовуватися, для оцінки розподілу значень будь-якої статистики, одержаної з часових рядів.

Метою даної роботи є аналіз можливості використання сурогатних сигналів для оцінки чисельних мір (квантифікацій) рекурентних діаграм, що є проекцією фазового (псевдофазового) простору на площину.

Результати досліджень

Один з методів візуалізації m -мірного фазового простору заснований на його проекції на площину

$$R_{i,j}^{m,\varepsilon} = I\left(\varepsilon - \|\bar{x}_i - \bar{x}_j\|\right)$$

(де $\bar{x}_i \in \mathbb{R}^m$; $i, j = 1, 2, \dots, N$; N – кількість станів; ε – розмір околиці точки x_i в моменті i ; $\|\cdot\|$ – норма, I – функція Хевісайда), яку називають рекурентною діаграмою [5].

Для шуму рекурентна діаграма рівномірно заповнюється точками, а у разі суміші хаотичного сигналу (процесу із залежними значеннями) і шуму на рекурентній діаграмі з'являються лінії, паралельні головній діагоналі. Їх порядок визначає міру детермінізму [6] – це відношення рекурентних крапок, що становлять діагональні структури, до загальної кількості рекурентних точок:

$$DET = \frac{\sum_{l=1}^N IP^{\varepsilon}(l)}{\sum_{i,j} R_{i,j}^{m,\varepsilon}}, \quad (1)$$

де $P^\varepsilon(1) = \{1_i, i = 1, \dots, N_1\}$ – частотний розподіл довжин l діагональних ліній в RP ; N_1 – абсолютна кількість діагональних ліній (кожна лінія рахується тільки один раз).

Дана міра не має значення реального детермінізму процесу.

Так само для оцінки міри складності структур цих діаграм, використовують міру рекурентності (RR):

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} R_{i,j}^{m,\varepsilon}, \quad (2)$$

яка оцінює щільність рекурентних крапок, тобто вірогідність повторення стану.

Хай на вході приймального пристрою спостерігається адитивна суміш аналізованого процесу і некорельованого шуму $\bar{n}(t)$:

$$\bar{y}(t) = \bar{x}(t) + \bar{n}(t). \quad (3)$$

Враховуючи, що взаємодії в складних системах і їх кількість такі, що навіть по одній змінній стану $\{y_i\} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ можна судити про динаміку всієї системи в цілому.

Тоді, еквівалентна фазова траєкторія, що зберігає структури оригінальної фазової траєкторії може бути відновлена з одного спостереження процесу, вкладеного в псевдо фазовий простір заданої розмірності m :

$$\begin{aligned} y_1^m &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \\ y_2^m &= (y_2, y_3, \dots, y_{m+1}) \\ y_{N-m}^m &= (y_{N-m}, y_{N-m+1}, \dots, y_N) \end{aligned} \quad (4)$$

Із спостереження сурогатний сигнал може бути одержано наступним чином [3]:

1. Визначимо векторний часовий ряд $\{z_t\}_{t=1}^{N-d_w}$ з елементами

$$z_t = (y_t, y_{t+\tau}, y_{t+2\tau}, \dots, y_{t+d_e\tau})$$

вкладенням скалярного часового ряду $\{y_t\}_{t=1}^N$ в псевдо фазовий простір з часовою затримкою τ . Для простоти вибираємо вікно вкладення, де d_e – розмірність вкладення.

2. Виберемо початковий стан

$$C_1 \in \{z_t \mid t = 1, \dots, N - d_w\}.$$

3. Покладемо $i = 1$.

4. Виберемо навмання для C_i одного сусіда з множини, наприклад z_j .

5. Встановимо $C_{i+1} = z_{j+1}$ і збільшимо i .

6. Повторимо цю процедуру від кроку 4 поки $i = N$.

7. Візьмемо сурогатний часовий ряд, в якому $(\cdot)_1$ позначає скалярну першу координату вектора.

Застосовуючи цей алгоритм, одержуємо векторний часовий ряд, стохастична траєкторія якого на атракторі наближає $(z_t)_t$.

Таким чином, сурогатна реалізація представляє випадкове блукання на атракторі. У векторного сурогатного часового ряду $(C_t)_t$ основна динаміка така ж, як і у первинної системи, але вона спотворена шумом.

Також відзначимо, що, як $\{C_t \mid t = 1, 2, \dots, N\}$ так і $\{z_t \mid t = 1, \dots, N - d_w\}$ наближають один і той же атрактор, але не реконструюють його.

Нижче розглянемо використання сурогатних сигналів, що одержуються вище описаним алгоритмом, для оцінки чисельних мір (квантифікацій) рекурентних діаграм.

З метою зменшення впливу шуму спостереження (3) сформуємо C_i – сурогатних сигналів ($i = 1..M$, M – кількість сформованих сурогатних сигналів) і одержимо їх середню реалізацію:

$$\{s_i\} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M C_i. \quad (7)$$

На рис. 1 наведено фазові портрети:

а – хаотичного процесу, сформованого логістичним відображенням

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n); \quad \lambda = 3,99;$$

б – адитивної суміші аналізованого процесу і некорельованого шуму (3);

в – одного з сформованих сурогатних сигналів і

г – усереднена реалізація ансамблю сурогатних сигналів (7).

З рисунка видно, що приведений алгоритм формування сурогатних сигналів зберігає динамічні властивості спостереження, а усереднювання сформованого ансамблю сурогатних сигналів істотно компенсує шум спостереження.

Очевидно, чекати, що усереднювання шуму спостереження впливатиме на якість оцінки чисельних характеристик (1) і (2).

На рис. 2 наведено залежності оцінки міри детермінізму (1) хаотичного процесу, сформованого логістичним відображенням від відношення сигнал/шум на вході приймального пристрою, одержані чисельним моделюванням.

Безперервною кривою показано залежність, сформована по спостереженню (3), пунктирною лінією показана залежність, одержана з використанням (7) для ансамблю сурогатних сигналів при $M=100$. Приведені залежності нормовані по відношенню до значення, одержаного у відсутності шуму $\sigma_{ш}^2 = 0$.

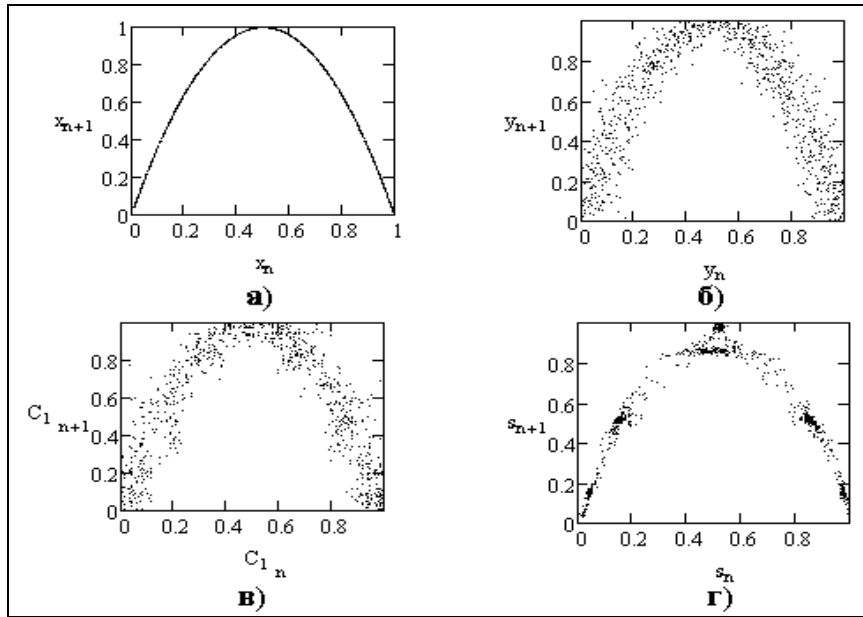


Рис. 1. Фазові портрети: а – хаотичного процесу, сформованого логістичним відображенням; б – адитивної суміші аналізованого процесу і некорельованого шуму; в – одного з сформованих сурогатних сигналів; г – усереднена реалізація ансамблю сурогатних сигналів

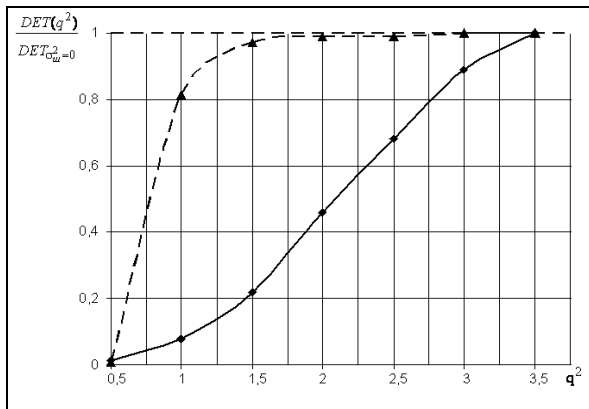


Рис. 2. Залежності оцінки міри детермінізму від відношення сигнал/шум q^2

На рис. 3 приведено аналогічні залежності, одержані при оцінці мір рекурентності (2).

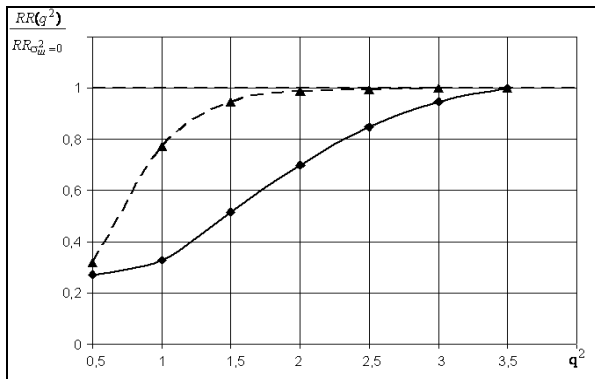


Рис. 3. Залежності оцінки міри рекурентності від відношення сигнал/шум q^2

З рисунків видно, що використання сурогатних сигналів дозволяє одержувати достовірніші оцінки

квантифікації рекурентних діаграм при менших відношеннях сигнал/шум ($q^2 \approx 1,5$) на вході приймального пристрою, чим оцінки, одержані по спостереженню.

Представляє практичний інтерес аналіз помилок оцінок цих параметрів. Помилку оцінки міри детермінізму розглянемо як нормовану різницю між дійсним значенням $DET_{\sigma_{ш}^2}$ (одержаним у відсутності шуму $\sigma_{ш}^2 = 0$) і його оцінкою $DET_{оц}(q^2)$:

$$\Delta_{DET}(q^2) = \frac{DET_{\sigma_{ш}^2} - DET_{оц}(q^2)}{DET_{\sigma_{ш}^2}} \quad (8)$$

Аналогічно проаналізуємо помилки оцінки міри детермінізму:

$$\Delta_{RR}(q^2) = \frac{RR_{\sigma_{ш}^2} - RR_{оц}(q^2)}{RR_{\sigma_{ш}^2}} \quad (9)$$

На рис. 4 наведено залежність $\Delta_{DET}(q^2)$ помилки оцінки міри детермінізму від відношення сигнал/шум, а на рис. 5 – залежність помилки оцінки міри рекурентності від відношення сигнал/шум.

З рис. 4, 5 видно, що використання сурогатних сигналів дозволяє, при спостереженні на фоні шуму хаотичних сигналів, у декілька разів знизити помилки оцінок квантифікацій їх рекурентних діаграм. Наприклад, виграш в точності оцінювання міри детермінізму при $q^2 = 1$ складає 4,75 раз, а міри рекурентності в 1,2 рази. При значеннях $q^2 \geq 1,5 \dots 2,5$ ці помилки відповідно убувають до нуля.

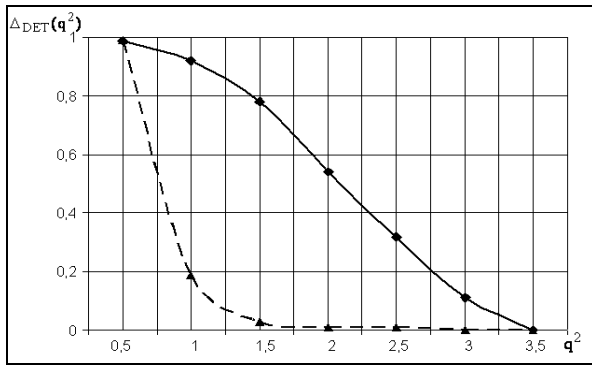


Рис. 4. Залежність помилки оцінки міри детермінізму від відношення сигнал/шум q^2

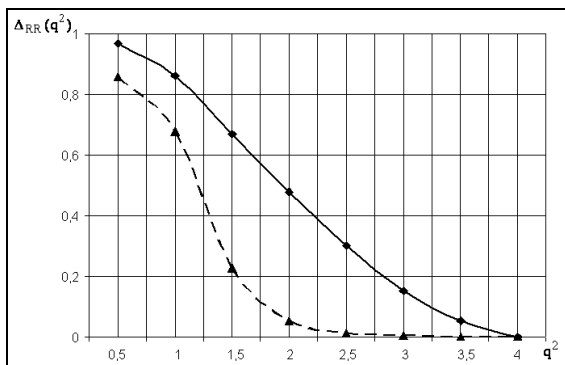


Рис. 5. Залежність помилки оцінки міри рекурентності від відношення сигнал/шум q^2

Висновки

Отримані результати чисельного моделювання процесу оцінювання чисельних мір рекурентних діаграм показують, що використання усередненого сурогатного процесу, при спостереженні хаотичних сигналів на фоні білого шуму, дозволяє одержувати достовірніші оцінки квантифікацій рекурентних

діаграм при менших відношеннях сигнал/шум на вході приймального пристрою, чим оцінки, одержані за спостереженням. Помилки цих оцінок у декілька разів менше помилок оцінок, одержаних за спостереженням.

За рамками даної роботи залишилося нерозглянутою задача використання сурогатних сигналів для підвищення якості оцінки параметрів регулярних і хаотичних сигналів. Рішення цієї важливої задачі має практичне значення і буде представлено автором у наступних публікаціях.

Список літератури

1. Theiler, J., S. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data / Theiler, J., S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, and J. D. Farmer. // *Physica D*, 1992, 58: 77-94.
2. Holger Kantz *Nonlinear time series analysis/ Holger Kantz and Thomas Schreiber // Second edition Printed in the United Kingdom at the University Press, Cambridge – 2004. – 369 P.*
3. Small M, Yu D, Harrison RG: *Surrogate test for pseudo-periodic time series data. Physical Review Letters – 2001, 87: 88-101.*
4. Thiel M., Romano M.C., Kurths J., Rolfs M., Kliegl R. *Generating surrogates from recurrences // Phil. Trans. R. Soc. A, Institute of Physics, University of Potsdam – 2007. – 1-13 PP.*
5. Eckmann J-P., Kamphorst S. and D. Ruelle, *Europhys. Lett.* 4, 973. – 1987.
6. Васюта К.С. *Рекуррентный анализ процессов в телекоммуникационных системах / К.С. Васюта // Научові записки УНДІЗ. – К.: УНІИС. – 2008. – № 6(8). – С. 90-96.*

Надійшла до редколегії 4.09.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Лемешко, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СУРРОГАТНЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ КВАНТИФИКАЦИЙ РЕКУРРЕНТНЫХ ДИАГРАММ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ, НАБЛЮДАЕМЫХ НА ФОНЕ БЕЛОГО ШУМА

К.С. Васюта

В работе предложено использование суррогатных сигналов, сохраняющих динамические свойства наблюдения, для оценки квантификации рекуррентных диаграмм (меры рекуррентности и меры детерминизма) хаотических сигналов, наблюдаемых на фоне белого шума. Исследована возможность использования суррогатных сигналов для уменьшения влияния шума наблюдения при формировании рекуррентных диаграмм и оценки их численных мер. Проанализированы ошибки оценки мер рекуррентности и детерминизма наблюдаемых сигналов от отношения сигнал/шум.

Ключевые слова: суррогатный сигнал, топологические характеристики, хаотический сигнал, квантификации рекуррентных диаграмм.

USE OF SUBSTITUTES SIGNALS FOR ESTIMATION OF QUANTIFICATIONS OF RECURRENT PLOTS OF THE CHAOTIC SIGNALS LOOKED AFTER ON BACKGROUND OF WHITE NOISE

K.S. Vasyuta

The use of substitutes signals saving dynamic properties of supervision is first offered in-process, for estimation of quantifications of recurrent plots (measures of recurrent and measure of determinism) of the chaotic signals looked after on a background white noise. Possibility of the use of substitutes signals is investigational for diminishing of influencing of noise of supervision at forming of recurrent plots and estimation of their numeral measures. The errors of estimation of measure of recurrent and measure of determinism of the looked signals after are analyzed from the relation signal-to-noise.

Keywords: substitute signal, topological characteristics, chaotic signal, quantifications of recurrent plots.