

УДК 629.429.3:621.313

О.М. Петренко¹, Б.Г. Любарський²¹ Харківський національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова, Харків² Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

ПРОГРАМНО-ОРІЄНТОВАНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

В статті розроблена математична програмно-орієнтована модель руху транспортного засобу, яка дозволяє використати її при розробці експертної системи управління рухом на ділянці шляху у вигляді кінцево-різницевого виразу. Особливості моделі: вона складається диференціальних рівнянь руху, що враховують складові опори руху (основне – тертя кочення, опір від ухилів і від кривих ділянок шляху); визначення сили руху транспортного засобу, що розвивається, і витрати енергії шляхом використання залежностей ККД тягового приводу, які отримані заздалегідь для усіх режимів роботи з урахуванням обмеження по зчепленню. Введено поняття функції, що визначає режим роботи тягового приводу та дозволяє спростити розрахунки за знаходженням витрат енергії і сили тяги.

Ключові слова: диференціальне рівняння руху транспортного засобу, витрати енергії, програмно-орієнтована модель, оптимальні режими руху рухомого складу, функція визначення режимів роботи тягового приводу.

Вступ

Постановка проблеми. Для визначення оптимальних параметрів систем охолодження і вентиляції тягових двигунів необхідно позначити режими їх роботи, оскільки вони в першу чергу визначають процес перетворення енергії в тяговому двигуні, а також об'єм і графік виділення втрат в його різних частинах.

Основою рішення задачі оптимального руху нами пропонується побудування експертної системи ведення електрорухомого складу на ділянці шляху, яка дозволяє визначати оптимальний закон зміни режимів роботи рухомого складу на основі критерію витрати енергії при заданій середній швидкості руху.

Надалі на основі експертних систем ведення транспортного засобу на ділянці шляху при різних середніх швидкостях руху вибирається оптимальна середня швидкість руху на основі комплексного критерію ефективності, запропонованого і обґрунтованого в роботах [1].

Для визначення відносного показника ефективності необхідно провести рішення комплексу тягових завдань руху рухомого складу (РС) на ділянці шляху з різними середніми швидкостями і експертними системами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теорія оптимального управління є в нашій країні галуззю науки, що розвивається не менш інтенсивно, ніж раніше. Оптимальне управління є потужним інструментом, який дає можливість вирішувати складні завдання управління, у тому числі й керування рухом РС на залізничному транспорті. У роботі [2] автор стверджує, що теорія оптимального управлін-

ня є зрілою математичною дисципліною з численними сферами застосування в науці та техніці.

У роботах [2-4] автор стверджує, що хоча задачі у безперервній часовій області можуть бути вирішені за допомогою традиційних методів, таких як метод Лагранжа і нелінійного програмування, але якщо проблеми сформульовані в дискретній формі шляхом ділення часу (чи відстані) на кінцеве число інтервалів, моделі реального часу (чи простору) можливо використати в якості експертної системи управління рухом РС. Для даного завдання, часова область розділена на кінцеве число інтервалів часу.

Загальною проблемою стохастичного управління є складність рішення і експоненціальна залежність зростання потреби у кількості пам'яті і обчислювального часу. Причина в тому, що стан об'єкту дослідження має бути представлений у вигляді дискретної області координат, що і призводить до експоненціального зростання кількості розрахункових точок, що вимагає експоненціально наростаючу кількість обчислень [3]. В цьому випадку рівняння Гамільтона-Якобі-Беллмана, а конкретніше – зворотний підхід Беллмана, дозволяє отримати рішення при прийнятній кількості обчислень. «Зворотний підхід Беллмана» є методом, який вирішує дискретне перетворення систем реального часу [5]. Оскільки вирішувана задача у своїй основі представляє завдання оптимального управління у безперервній часовій області, необхідно представити формулювання загальної задачі оптимального управління в реальному часі.

Метою даної статті є представлення рівняння руху транспортного засобу в програмно-орієнтованому виді, що дозволить її використати для визначення оптимальних законів управління згідно з методом Гамільтона-Якобі-Беллмана.

Результати досліджень

Розрахунок кривих руху заснований на інтегруванні рівняння руху [1, 7 – 9].

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{1 + \gamma} (F - W_{\text{пс}}), \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (2)$$

де m – маса ЕРС; v – швидкість руху РС; $1 + \gamma$ – коефіцієнт інерції частин ЕП, що обертаються; t – поточне значення часу; F – сила тяги або гальмування, що її розвиває РС; $W_{\text{пс}}$ – повний опір руху; γ – безрозмірний коефіцієнт, що враховує вплив обертових частин на прискорення руху поїзда.

Сила прискорення або опір прискоренню

$$F_A = \frac{1}{1 + \gamma} (F - W_{\text{пс}})$$

отримана з (1).

Насправді, в даному випадку ця сила є силою, необхідною для досягнення значення прискорення a поїздом масою m за відсутності опорів руху транспортного засобу.

Слід зазначити, що підхід, використовуваний в нашій задачі є сумішшю еквічасової і еквідистантної динамічної моделі програмування, з основним акцентом на рівних за часом кроках. Це означає, що загальний час руху між станціями досліджуваної ділянки має бути розділено на еквічасові кроки. Таким чином, всякий раз, коли має бути зроблений розрахунок, він буде виконаний для тривалості одного часового кроку, який ми в цьому тексті називатимемо терміном $tstep$ [6], оскільки усі переходи, які розраховуються, відносяться до одного кроку за часом.

У цій роботі сили і опори розраховуються таким чином: Сила прискорення F_A (для одного часового кроку)

$$F_A = m \frac{v(t) - v(t - tstep)}{tstep}, \quad (3)$$

де доданок

$$a = \frac{v(t) - v(t - tstep)}{tstep}, \quad (4)$$

це a – еквівалентне постійне прискорення, якому піддається потяг при різниці швидкостей

$$v(t) - v(t - tstep)$$

за один часовий крок, обумовлене допущенням, що для кожного часового кроку прискорення постійне, а швидкість лінійно залежить від часу для кожного часового кроку.

Основний опір коченню $F_{\text{т}}$ (для одного часового кроку)

Оскільки швидкість лінійно залежить від часу для кожного переходу (часового кроку), опір кочен-

ню для кожного часового кроку може бути вчислений відповідно до середньої швидкості кроку, яка дорівнює:

$$v_{\text{avg}} = \frac{v(t) + v(t - tstep)}{2}. \quad (3)$$

Таким чином, основний опір руху для кожного часового кроку буде:

$$F_{\text{т}} = a_{\text{т}} + b * v_{\text{avg}} + c * v_{\text{avg}}^2. \quad (4)$$

Опори руху, викликані ухилами і кривими ділянками шляху залежать від положення РС на ділянці шляху, тобто від координати переміщення в даний момент часу. Зважаючи на дискретизацію шляху по координаті переміщення на окремі ділянки і довжину ділянки, значно більшу за переміщення РС на одному кроці $tstep$.

В результаті сила, потрібна для переміщення РС на $tstep$:

$$F_{\text{tot}} = (1 + \gamma)F_A + F_{\text{т}} + F_s + F_{\text{тк}}. \quad (5)$$

Необхідна енергія для руху транспортного засобу на $tstep$ може бути отримана з виразу:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \int_0^{T_{\text{т}}} \text{sign} \frac{F_{\text{tot}} \cdot v(t)}{(\eta)^{\text{sign}}} dt; \\ |F_{\text{tot}}| \leq F_k'; \\ \left\{ \begin{array}{l} E \in \emptyset; \\ |F_{\text{tot}}| > F_k'. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (6)$$

Перейшовши до кінцевих різниць отримаємо для кожного часового кроку:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \sum_{t=tstep}^T \text{sign} \cdot F_{\text{tot}} \cdot \frac{v(t - dt) + v(t)}{2(\eta)^{\text{sign}}} \Delta t; \\ |F_{\text{tot}}| \leq F_k', \end{array} \right. \quad (7)$$

де Δt – часовий крок.

Враховуючи, що загальний час руху між станціями відправлення і кінцевою у рамках дослідження відомий, часова область розбивається на рівні часові кроки. Таким чином, Δt буде відомий і замінений $tstep$. Тоді (7) набере вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \sum_{t=tstep}^T \text{sign} F_{\text{tot}} \cdot \frac{v(t - tstep) + v(t)}{2(\eta)^{\text{sign}}} \cdot tstep; \\ |F_{\text{tot}}| \leq F_k', \end{array} \right. \quad (8)$$

де $v(t - tstep)$ – початкова швидкість руху поїзда для кожного інтервалу часу; $v(t)$ – кінцева швидкість поїзда для кожного інтервалу.

Існує два способи, за допомогою яких може бути визначене загальне споживання енергії: перший заснований на опорі руху і положенні; другий заснований на потужності (насправді витікаючий з першого, оскільки загальна потужність розрахову-

ється із загального опору руху і середньої інтервальної швидкості). У разі вибору першого підходу, включити усі вторинні опори в модель значно простіше. Це пояснюється тим, що положення транспортного засобу буде включено в цільову функцію і, для різних значень позиції, мають бути додані усі можливі опори.

Проблемою, що виникає при використанні цього підходу являється те, що основним обмеженням стає необхідність розрахунку часу поїздки виходячи зі значень положення і швидкості.

Таким чином, прийняті відносно опорів допущення, приведуть до наближеного розрахунку значень часу.

Ще одним важливим чинником, який впливає на енергетичні витрати, є ККД тягового приводу РС (η). Як видно з (8), мінімізація витрат енергії можлива при збільшенні зростання ККД, що очевидно. У роботі пропонується детермінувати задачі пошуку максимальних значення ККД тягового приводу РС і пошуку оптимальних режимів управління їм. Рішення першої задачі пропонується проводити для кожного конкретного значення координат, швидкості руху, сили тяги і режиму роботи РС. Максимальні значення ККД для усіх даних режимів забезпечать мінімум витрат енергії при русі РС. Аналогічний підхід апробований в роботі [1].

Прийmemo допущення про те, що швидкість міняється лінійно з часом на основі [6], що спрощує перетворення цільової функції (витрата енергії), оскільки прискорення було представлено як різниця швидкостей в часі. Цей факт послужив важливою причиною виконання розрахунку в часовій, а не просторовій області.

Для кожного переходу в динамічній моделі програмування витрата енергії і значення позиції були розраховані з різниці часу і швидкості, з використанням відповідних наближень і перетворень за виразом

$$E = \sum_{t=tstep}^T \frac{\text{sign}}{(\eta)^{\text{sign}}} \left(\begin{aligned} &(1 + \gamma)F_A + a_{rr} + \\ &+ b * v_{avg} + c * v_{avg}^2 + \\ &+ \frac{c_{r0}}{R - c_{r1}} * m + \\ &+ mg \frac{i}{1000} \end{aligned} \right) \times \frac{v(t) + v(t - tstep)}{2} * tstep; \tag{9}$$

$$\left| \begin{aligned} &(1 + \gamma)F_A + a_{rr} + b * v_{avg} + c * v_{avg}^2 + \\ &+ \frac{c_{r0}}{R - c_{r1}} * m + mg \frac{i}{1000} \end{aligned} \right| \leq 9810 \left(0,28 + \frac{3}{50 + 20v_{avg}} - 0,0007v_{avg} \right) m.$$

Для одного часового кроку:

$$E_{step} = \frac{\text{sign} * v_{avg} * tstep}{(\eta)^{\text{sign}}} \times \left[\begin{aligned} &m * \frac{v(t) - v(t - tstep)}{2} + \\ &+ a_{rr} + b * v_{avg} + \\ &+ c * v_{avg}^2 * \frac{c_{r0}}{R - c_{r1}} * m + \\ &+ mg \frac{i}{1000} \end{aligned} \right]. \tag{10}$$

Таким чином вираз (10) дозволяє визначити витрату енергії РС при русі в інтервалі tstep.

Для того, щоб застосувати цю модель, ділянка шляху між двома послідовними станціями має бути розділена на еківчасові та еквідистантні інтервали. Оскільки модель розрахунку споживання енергії, яка була використана в роботі, побудована в часовій області та не включає відстань, на кожному кроці (переході) алгоритму, треба розраховувати пройдену відстань. Пройдена відстань може бути отримана за допомогою звичайних рівнянь руху з постійним прискоренням за виразом (2). Час, відстань і поточна швидкість транспортного засобу є осями тривимірної матриці, яка містить витрату енергії на рух, матриця є базою для розрахунків оптимальної траєкторії управління.

Оскільки відстань є розмірністю матриці, значення положення мають бути цілими числами. Це означає, що кожного разу, коли розраховується відстань, пройдена в одному кроці за часом, результат має бути округлений до найближчого цілого числа.

Таким чином, має місце деяке відхилення в значенні загального пройденого шляху, цей факт обговорюватиметься далі, в розділі, де будуть представлені результати розрахунків.

Для часового кроку переходу зі стану n – 1 до стану n, з рівняння рівноприскореного руху, пройдена відстань може бути отримана таким чином:

$$\Delta x_n = v_{n-1} * \Delta t_n + \frac{1}{2} * a_n * \Delta t_n,$$

$$\Delta x_n = v_{n-1} * \Delta t_n + \frac{1}{2} * \frac{v_n - v_{n-1}}{\Delta t_n} * \Delta t_n^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_n = v_{n-1} * \Delta t_n + \frac{1}{2} * v_n * \Delta t_n - \frac{1}{2} * v_{n-1} * \Delta t_n \Rightarrow \tag{11}$$

$$\Delta x_n = \frac{1}{2} * (v_{n-1} + v_n) * \Delta t_n \Rightarrow$$

$$x_n - x_{n-1} = \frac{1}{2} * (v_{n-1} + v_n) * \Delta t_n \Rightarrow$$

$$x_n = x_{n-1} + \frac{1}{2} * (v_{n-1} + v_n) * \Delta t_n.$$

Для 1 часового кроку маємо

$$x_n = x_{n-1} + \frac{1}{2} * (v_{n-1} + v_n) * \Delta t_n, \quad (12)$$

де x_t – кінцеве положення транспортного засобу для одного t_{step} ; $x_{t=t_{step}}$ – початкове положення транспортного засобу для одного t_{step} ;

Вираз (12) дає кінцеве положення транспортного засобу для переходу, коли відомі початкове положення, початкова і кінцева швидкість, а також значення часового кроку.

ВИСНОВКИ

1. На основі математичної моделі руху транспортного засобу створена програмно-орієнтована модель, яка дозволяє використати її при розробці експертної системи управління рухом на ділянці шляху у вигляді кінцево-різницевого виразів.

2. Особливістю моделі є те, що вона складається диференціальних рівнянь руху, що враховують складові опори руху: основне – тертя кочення, опір від ухилів і від кривих ділянок шляху.

3. Ще однією з особливостей моделі є визначення сили транспортного засобу, що розвивається, і витрати енергії шляхом використання залежностей ККД тягового приводу, визначеного заздалегідь для усіх режимів роботи з урахуванням обмеження по зчепленню.

4. Введено поняття функції, яка визначає режим роботи приводу, що дозволяє спростити розрахунки за визначенням витрати енергії і сили тяги.

Список літератури

1. Любарський Б. Г. Теоретичні основи для вибору та оцінки перспективних систем електро механічного перетворення енергії електрорухомого складу. – Дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.09 - електротранспорт. – Національний технічний університет / Любарський Борис Григорович. – «Харківський політехнічний інститут». – Харків, 2014. – 368 с.
2. Todorov, Emanuel. *Optimal control theory / Emanuel Todorov // Bayesian brain: probabilistic approaches to neural coding* (2006). – P. 269-298.
3. Kappen, Hilbert J. "Optimal control theory and the linear bellman equation." *Inference and Learning in Dynamic Models* (2011). – P. 363-387.
4. Kanemoto, Yoshitsugu (1980) Appendix IV: Optimal Control Theory. In: Kanemoto, Yoshitsugu. *Theories of urban externalities*. Vol. 6. North-Holland. – 189 p.
5. Papageorgiou, M. (2010) *Dynamic Programming (in Greek)*. Lecture Notes, Department of Production Engineering and Mangement, Technical University of Crete, Greece.
6. Panagiotis Gkortzas *Study on optimal trainmovement for minimum energy consumption School of Innovation, Design and Engineering*. – 82p.
7. *Правила тяговых расчетов поездной работы*. – М.: Транспорт. 1985. – 287 с.
8. *Основы локомотивной тяги. Учебник для техникумов ж.-д. трансп.* / С.И. Осипов, К.А. Миронов, В.И. Ревич. – М.: Транспорт, 1979. – 440 с.
9. Киреев А.В. *Разработка алгоритмов эффективного управления тяговым вентиляно-индукторным электроприводом электропоезда*. Дис. ... канд. техн. наук : 05.09.03 / Киреев Александр Владимирович – Новочеркасск, 2004. – 187 с.

Надійшла до редколегії 10.03 2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Т. Доманський, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків.

ПРОГРАММНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

А.Н. Петренко, Б.Г. Любарский

В научной статье разработана математическая программно-ориентированная модель движения транспортного средства, которая позволяет использовать ее при разработке экспертной системы управления движением на участке пути в виде конечного разностных выражений. Особенности модели: она состоит дифференциальных уравнений движения, учитывающие составляющие сопротивления движению (основное - трение качения, сопротивление от уклонов и от кривых участков пути); определение развиваемой силы движения транспортного средства и затрат энергии путем использования зависимостей ККД тягового привода, полученные заранее для всех режимов работы с учетом ограничения по сцеплению. Введено понятие функции, определяющей режим работы тягового привода и позволяющей упростить расчеты по нахождению затрат энергии и силы тяги.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение движения транспортного средства, расходы энергии, программно-ориентированная модель, оптимальные режимы движения подвижного состава, функция определения режимов работы тягового привода.

PROGRAM-ORIENTED MATHEMATICAL MODEL OF MOTION VEHICLE

A.N. Petrenko, B.G. Liubarskyi

The scientific article, a mathematical software-based model of the vehicle, which allows its use in the development of an expert traffic management system in the area en route to a finite difference expressions. Features of the model: it consists of differential equations of motion, taking into account the components of the resistance movement (the main thing - the rolling friction resistance from the slopes and curves of the track sections); the definition developed by the force of the vehicle and energy consumption through the use of dependency traction drive efficiency obtained in advance for all operating modes, taking into account constraints on the clutch. The concept of function, which determines the mode of operation of the traction drive and allows to simplify calculations for finding the energy and traction.

Keywords: differential equation of the vehicle, energy costs, software-based model, the optimal modes of rolling motion detection function modes of traction drive.