

УДК 681.142

Н.А. Яремчук, О.Ю. Года

Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

## ОЦЕНИВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ОРДИНАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ

*В данной статье рассмотрены особенности ординальных шкал, влияющие на способ оценивания неопределенности измерения, а также приведены способы оценивания неопределенности для дискретных ординальных шкал и шкал квазипорядка. Продемонстрирована связь между приведенными характеристиками неопределенности и оценками рассеивания ординальной переменной.*

**Ключевые слова:** ординальная шкала, неопределенность ординального измерения.

### Введение

В связи с постоянным ростом потребностей в измерении ординальных величин существует необходимость в анализе особенностей и элементов их шкал. Ординальную величину определяют в соответствии с принятой по соглашению измерительной процедурой на основании используемого принципа измерения и принятого метода измерения, что является, в свою очередь, моделью измерения [1]. Поэтому для установления ординальной шкалы должна быть представлена спецификация шкалы [2] с принятой моделью измерения. Для дискретной ординальной шкалы устанавливается количество точек шкалы (количество якорей, ярлыков (anchors [3])). Для увеличения точности отсчета на шкалу наносят отметки шкалы (tickmarks [3]). Якоря (точки шкалы) могут быть текстовыми (вербальными), символьными (в виде условных обозначений) и числовыми. В соответствии с репрезентативной теорией измерений [4, 5] можно представить ординальную шкалу кортежем  $\langle M, X, Z, F \rangle$ , где  $X = \langle X, R \rangle$  – измеряемая величина в виде эмпирической системы с отношениями  $R$  между проявлениями свойства  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $Z = \langle Z, P \rangle$  – в общем случае символьная система с отношениями  $P$  между символами  $Z = \{z_1 = m(x_1), z_2 = m(x_2), \dots, z_n = m(x_n)\}$ , операция  $M: X \rightarrow Z$  состоит в гомоморфном перенесении  $X$  в  $Z$  с помощью один к одному перенесения отношений  $F: R \rightarrow P$ .

Для классической ординальной шкалы входящие в состав  $R$  отношения эквивалентности и порядка между проявлениями свойств сохраняются между их отражениями на шкале. Как указано в [1], результаты ординального измерения не могут быть использованы в алгебраических операциях. Числовые якоря являются только условными обозначениями порядка. Поэтому такие шкалы называют условно числовыми. Известно, что в любом типе шкал существуют шкалы «сильные» и «слабые» по

сравнению с классическими. «Сильные» шкалы обладают свойствами, близкими к более совершенным шкалам. В данном случае это шкала интервалов, и числовые ординальные шкалы с отношением комбинирования между интервалами получили в свое время название «ассоциативные». Называют их также «полностью числовые», и на их основе могут быть построены нечеткие шкалы. К «слабым» ординальным шкалам относятся шкалы квазипорядка. Это непрерывные шкалы, представляющие собой упорядоченную последовательность классов эквивалентности. В пределах класса эквивалентности свойство является неразличимым. Квазипорядок – это порядок в классах эквивалентности.

Выбор способа оценивания неопределенности ординального измерения определяется особенностями ординальной шкалы. Поэтому ниже будут рассмотрены способы оценивания неопределенности для конкретных типов ординальных шкал.

### 1. Оценивание неопределенности при использовании дискретной ординальной шкалы

Дискретная ординальная шкала представляет собой упорядоченную последовательность точек шкалы (якорей), которые могут быть символьными, вербальными и условно числовыми. Если проявление свойства объекта  $x_i \in X$  эквивалентно  $z_i \in Z$ , то ему приписывается обозначение точки  $z_i$ , и это является результатом измерения. В соответствии с [2] неопределенность измерения для таких типов ординальных шкал может быть представлена размахом точек шкалы относительно точки, соответствующей результату измерения. Размах может быть оценен эмпирически (в случае многократных измерений) и расчетным путем на основании анализа процедуры ординального измерения. При многократном повторении ординального измерения из-за рассеивания результатами измерения могут быть соседние точки шкалы, допустим  $z_{i-1}$ ,  $z_i$ ,  $z_{i+1}$ .

Однако просто размах точек шкалы не может быть характеристикой неопределенности ординального измерения. Трудно получить «размах», характеризующий неопределенность результата измерения в символьной шкале порядка, так как характеристики рассеивания не выражаются в единицах вероятности, что сопровождается классы эквивалентности. Поэтому точки шкалы должны сопровождаться относительным количеством результатов измерений, соответствующим этим точкам (при многократных измерениях) или вероятностью (для расчетных методов). То есть результат однократного измерения с неопределенностью должен иметь следующий вид:

$$z_{i-1} | P_{i-1}, z_i | P_i, z_{i+1} | P_{i+1}, \quad (1)$$

где  $z_{i-1}$  – точка шкалы,  $P_{i-1}$  – соответствующая точке шкалы вероятность, причем количество точек, задействованных в размахе, может быть разным.

То, что представленная форма результата измерения (1) действительно характеризует рассеивание результатов измерения, можно доказать с использованием меры рассеивания ординальной величины, полученной Bleag и Lacy [6]:

$$d^2 = \sum_{j=1}^k F_j(1-F_j), \quad (2)$$

где  $k$  – число точек в размахе результатов измерения,  $F_j$  – кумулятивная относительная частота для  $j$ -й точки.

Сумма включает  $(k-1)$  точек, так как  $F_k$  будет всегда равна единице. Поскольку при расчете  $d^2$  не требуется никаких предположений относительно расстояния между точками шкалы, то  $d^2$  – это истинно ординальная мера, которая может быть использована для символьной, вербальной и условно-числовой шкал. Если, для примера, представить результат ординального измерения в виде:

$$z_{i-1} | 0.1, z_i | 0.8, z_{i+1} | 0.1,$$

то мера рассеивания  $d^2$  будет равна 0.18.

С увеличением рассеивания результата измерения по классам эквивалентности ординальной шкалы:

$$z_{i-1} | 0.2, z_i | 0.6, z_{i+1} | 0.2,$$

мера рассеивания увеличивается и становится  $d^2 = 0.32$ .

Таким образом, результат ординального измерения с указанием неопределенности для дискретных шкал представляет собой размах результатов измерения с распределением ординальной переменной по точкам шкалы, соответствующим этому размаху.

## 2. Оценивание неопределенности при использовании шкал квазипорядка

Шкалы квазипорядка представляют собой упорядоченное множество классов эквивалентности. Характеристикой неопределенности в данном случае является  $1-P_n$ , где  $P_n$  – вероятность правильного отнесения к данному классу эквивалентности [2]. Для оценки этой вероятности должна быть установлена линия разделения соседних классов эквивалентности, что, в свою очередь, приводит к установлению расстояния между классами эквивалентности. Не все ученые, работающие в области ординальных шкал, соглашаются с этим положением [7]. Однако в защиту такого подхода могут быть приведены следующие соображения. Линии разделения соседних классов эквивалентности находят с помощью методов арифметизации ординальных шкал, с использованием разработанных для этих целей статистических моделей [8 – 9]. При этом создается полностью числовая шкала, которая обеспечивает возможность создания нечеткой шкалы на основе вербальной.

Таким образом, если исходная шкала вербальная или символьная шкала квазипорядка, то с помощью арифметизации и установления соответствующих синтаксических и семантических операций можно получить шкалу с нечеткой лингвистической переменной. Такие шкалы относят к гибридным [10], так как имеется вербальная шкала, состоящая из упорядоченных классов эквивалентности (упорядоченное терм-множество), а с другой стороны, область определения отдельных термов представлена числами.

Вероятность правильного отнесения проявления измеряемого свойства к определенному классу эквивалентности может быть определена с помощью функций принадлежности отдельного термина (класса эквивалентности).

При небольшом количестве классов эквивалентности при формировании результата измерения участвуют соседние классы эквивалентности, и окончательным результатом будет тот класс эквивалентности, у которого вероятность отнесения больше. Тогда формула (2) преобразуется в (3):

$$d^2 = P_n(1-P_n), \quad (3)$$

то есть наибольшее рассеивание соответствует  $P_n \approx 0.5$ , когда имеется поляризованное распределение на два класса эквивалентности, а наименьшее рассеивание соответствует  $P_n \approx 1$ , то есть происходит уверенное отнесение к одному классу эквивалентности.

Но если количество классов эквивалентности большое, а различительная способность шкалы низ-

кая, например, шкала с классами эквивалентности «Очень низкий», «Низкий», «Почти средний», «Средний», «Почти высокий», «Высокий», «Очень высокий», то при формировании результатов измерения может быть задействовано несколько классов эквивалентности:

"Почти высокий" | 0.2 ,

"Высокий" | 0.6 ,

"Очень высокий" | 0.2 .

Тогда результат измерения с неопределенностью может быть представлен размахом классов эквивалентности с указанием распределения ординальной переменной по классам эквивалентности.

## Выводы

В работе показано, что особенности построения ординальных шкал определяют способ оценивания неопределенности измерения.

Для дискретных ординальных шкал неопределенность измерения оценивается по размаху точек шкалы (якорей) с указанием распределения ординальной переменной по точкам шкалы.

Для символьных и вербальных шкал квазипорядка при оценивании характеристик неопределенности нужна арифметизация, после которой можно оценить вероятность правильного отнесения результата измерения к соответствующему классу эквивалентности.

При оценивании неопределенности измерения по нечетким шкалам квазипорядка используется функция принадлежности нечеткой лингвистической переменной.

Для шкал квазипорядка с большим количеством классов эквивалентности результат измерения с указанием неопределенности может быть представлен размахом классов эквивалентности с указанием распределения переменной по классам.

## Список литературы

1. *International vocabulary of metrology. – Basic and general concepts and associated terms (VIM). – ICGM, 2012. – 88 p.*
2. *Государственная система обеспечения единства измерений. Применение «Шкалы измерений. Термины и определения»: РМГ 83-2007. – М.: Изд-во стандартов, 2007. – 24 с.*
3. *Svenson E. Comparison of the quality of assessments using continuous and discrete ordinal rating scales / E. Svenson // Biometrical Journal, 42(4), 2000. – P. 417-434.*
4. *Пфанцагль И. Теория измерений: пер. с англ. / И. Пфанцагль. – М.: Изд-во „Мир“, 1976. – 248 с.*
5. *Назаров Н.Г. Математическая модель формирования результата измерения величины / Н.Г. Назаров, И.А. Боброва // Измерительная техника. – 1997. – №4. – С. 6-10.*
6. *Beair I. Statistics of ordinal variation / I. Beair, Mg. Lacy // Sociol. Methods Res. 28: 251-280, 2000.*
7. *Franceschini F. Ordered samples control charts for ordinal variables / F. Franceschini, M. Galetto, M. Varetto // Quality Engineering. – 2005. – 21(2). – P. 177-195.*
8. *Яремчук Н.А. Арифметизация ординальных шкал вимірювання якості програмних засобів / Н.А. Яремчук, О.Ю. Редько // Інформаційні системи, механіка та керування. – 2011. – №11. – С. 5-15.*
9. *Яремчук Н.А. Особливості арифметизації дискретних вербальних шкал / Н.А. Яремчук, О.М. Сікоза, О.Ю. Редько (Года) // Механіка гіроскопічних систем. – 2012. – №25. – С. 61-67.*
10. *Flynn D. van Scaik P. A comparison of multi-item likert and visual analogue scales for the assessment of transactionally defined coping function / Flynn D. van Scaik P., van Wersh A. // European Journal of Psychological Assessment, 20(1), 2004. – P. 49-58.*

Поступила в редколлегию 20.03.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Т. Кондратов, Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев.

## ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ОРДИНАЛЬНОГО ВИМІРЮВАННЯ

Н.А. Яремчук, О.Ю. Годя

*У даній статті розглянуті особливості ординальних шкал, що впливають на спосіб оцінювання невизначеності вимірювання, а також приведені способи оцінювання невизначеності для дискретних ординальних шкал і шкал квазіпорядку. Продемонстрований зв'язок між приведеними характеристиками невизначеності і оцінками розсіювання ординальної змінної.*

**Ключові слова:** ординальна шкала, невизначеність ординального вимірювання.

## EVALUATION OF ORDINAL MEASUREMENT UNCERTAINTY

N.A. Yaremchuk, O.Yu. Goda

*This article describes the features of ordinal scales, affecting the way of evaluation of measurement uncertainty, and provides methods for estimating uncertainty for discrete ordinal scales and quasi-scales. It is shown a relationship between the given characteristics of uncertainty and dispersion estimates ordinal variable.*

**Keywords:** ordinal scale, ordinal measurement uncertainty.