

УДК 355

В.В. Шулежко, О.В. Кулешов, Є.І. Ряполов

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

МЕТОД ФОРМАЛІЗАЦІЇ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ ЗЕНІТНОГО РАКЕТНО-АРТИЛЕРІЙСЬКОГО ПРИКРИТТЯ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ ПОВЕДІНКОВОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

У статті обґрунтовано та запропоновано в якості моделі протидії двох сторін антагоністичну математичну гру двох гравців.

Ключові слова: структура системи зенітного ракетно-артилерійського прикриття, стратегія, поведінкова невизначеність, теорія ігор.

Вступ

Постановка проблеми. Під час підготовки та реалізації плану повітряної операції головне місце в діях засобів повітряного нападу (ЗПН) займає завоювання переваги в повітрі, яке передбачає знищення і подавлення сил і засобів протиповітряної оборони (ППО), особливо на початковому етапі воєнних дій. Для протидії ЗПН розгортається угруповання зенітних ракетних військ (ЗРВ), яке створює система зенітного ракетно-артилерійського прикриття (ЗРАП) об'єктів. Вона представляє собою організовану й узгоджену за єдиним замислом і планом протиповітряної оборони сукупність взаємодіючих і одночасно функціонуючих систем зенітного ракетного вогню, розвідки, управління, забезпечення бойових дій зенітних ракетних підрозділів (частин), які розгорнуті у бойовий порядок для виконання бойового завдання [1]. Виконання завдань угрупованням ЗРВ з прикриття об'єктів і військ залежить від варіантів побудови структури системи зенітного ракетно-артилерійського прикриття.

Під структурою системи ЗРАП розуміється взаємне розташування та взаємозв'язок її основних елементів, що створюють систему вогню, систему розвідку, систему управління [1].

Для визначення раціонального варіанту структури системи ЗРАП об'єктів виникає необхідність в прогнозуванні ефективності функціонування системи ЗРАП об'єктів в умовах невизначеності варіанту розподілу ЗПН за азимутами, висотами та швидкостями польоту. Отже, визначення значення ефективності функціонування можливе за результатами моделювання протистояння між угрупованням ЗРВ і угрупованням ЗПН.

Аналіз літератури. Проведений аналіз літератури показав, що в [2] розглядається імітаційно-статистична модель протистояння угруповання ЗРВ та угруповання ЗПН, яка призначена для оцінки очікуваних результатів процесу розвитку бойових дій угруповання ЗРВ з відбиття ударів засобів повітряного нападу. Модель дозволяє визначити оцінки

значень імовірнісних показників ефективності бойових дій для варіанта оперативного шиккування військ (сил) та конкретного варіанта удару ЗПН, що розглядаються.

В [3] розглядається аналітико-стохастична модель протистояння між угрупованням ЗРВ і угрупованням ЗПН, яка оснований розгляді можливих станів бойових дій угруповання ЗРВ та виявленні аналітичних виразів для інтегральних характеристик бойових дій.

Мета статті: обґрунтувати в якості математичної моделі протистояння угруповання ЗРВ і угруповання ЗПН антагоністичну математичну гру двох гравців.

Основна частина

В керівних документах визначено порядок організації підготовки та ведення бойових дій з прикриття від ударів ЗПН важливих об'єктів держави або угруповання військ (сил) під час ведення наземної оборонної операції або в інших операціях. З точки зору формалізованого опису такої операції слід розглядати протидію двох сторін:

– сторона А – це угруповання ЗРВ у складі (збр, зрп, груп зрдн, окремих зрдн, зрдн, зрбатр, зрбатр на озброєнні яких можуть знаходитись ЗРК С-300, “Бук-М1”, “Оса-АК”, “Стріла-10”, ЗГРК “Тунгуска”), завдання якого полягає в прикритті від ударів ЗПН важливих об'єктів держави або угруповання військ (сил);

– сторона В – це угруповання ЗПН, завдання якого полягає в нанесенні ударів по важливим об'єктам держави або угрупованням військ (сил), а також по зрдн, зрбатр, зрбатр.

Ціль операції яка визначена вище відповідає цілі оперуючої сторони в операції. В формальному поданні в операції двох сторін, кожна сторона переслідує свої цілі. Кожна із сторін в операції не володіє інформацією щодо змісту засобів ураження і їх застосування. Для сторони А слід розглядати застосування засобів ураження стороною В в умовах поведінкової невизначеності.

Виходячи із вищезазначеного в якості моделі застосування системи зенітного ракетно-артилерійського прикриття об'єктів в умовах поведінкової невизначеності застосування засобів повітряного нападу може бути визначена математична гра двох гравців з нульовою сумою під якою, у відповідності до [4, 5, 6], розуміється кортеж виукзду

$$\Gamma_A = \langle \{A, B\}, S_A, S_B, \{\bar{S}\}_{\bar{S} \in S_A \times S_B}, W_A, W_B \rangle \quad (1)$$

де $\{A, B\}$ – множина двох гравців;

S_A, S_B – множини стратегій образів дій відповідно сторін А та В;

$\{\bar{S}\}_{\bar{S} \in S_A \times S_B}$ – множина конфліктних ситуацій,

як декартовий добуток множин образів дій сторін;

W_A, W_B – вигреш (результат) дій сторін в операції відповідно сторони А та В.

Для всякої гри двох осіб з нульовою сумою може бути визначена нижня та верхня границя гри, які визначаються виразами:

$$\alpha = \max_{S_i} \min_{S_j} a_{ij};$$

$$\beta = \min_{S_j} \max_{S_i} a_{ij},$$

де $S_i \in S_A, S_j \in S_B$;

a_{ij} – результат взаємодії сторін в конфліктній ситуації $\bar{S}_{ij} \in \{\bar{S}\}$.

Стратегія S_i , яка забезпечує стороні А нижню границю, називається максимінною стратегією. Якщо сторона А буде притримуватись максимінної стратегії то їй забезпечиться вигреш при любых стратегіях S_j сторони В, який, по крайній мірі, буде не менше α , тому він визначається як нижня границя гри.

Стратегія S_j яка забезпечує стороні В вигреш, який гарантовано більше β називається мінімаксною стратегією, що означає що сторона В більше β не програє; тому таку оцінку називають верхньою границею гри.

У тих випадках, коли

$$\alpha = \max_{S_i} \min_{S_j} a_{ij} = \beta = \min_{S_j} \max_{S_i} a_{ij}$$

визначають, що гра має сідлову точку, це відповідає тому, що будь яка сторона, що відхилиться від пари оптимальних стратегій S_i^*, S_j^* , то вона тільки програє.

У відповідності до [4 – 6] всяка матрична гра двох гравців з нульовою сумою задається матрицею

$$A = (a_{ij}), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

та має завжди розв'язок в області змішаних стратегій, який визначається у вигляді

$$\langle V_A, X^*, Y^* \rangle, \quad (2)$$

де V_A – ціна гри;

$$X^* = \{x_i^*\}, i = \overline{1, m};$$

$Y^* = \{y_j^*\}, j = \overline{1, n}$ – оптимальні вектори ймовірностей застосування стратегій $S_A^{(i)}, i = \overline{1, m}$;

$$S_B^{(j)}, j = \overline{1, n} \text{ відповідно гравців А та В.}$$

В області змішаних стратегій маємо

$$V_A = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i^* y_j^* =$$

$$= \alpha = \beta = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i^* y_j^*, \quad (3)$$

де X, Y – відповідно множини векторів ймовірностей застосування стратегій сторін А та В.

Розв'язок гри (1), який має вигляд (2), передбачає постановку та розв'язок відповідно за сторони А і В двох задач лінійного програмування.

Введемо таке позначення:

$$p_i = \frac{x_i}{V_A},$$

тоді

$$\sum_{i=1}^m p_i = \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{V_A} = \frac{1}{V_A}.$$

Для гравця А гри Γ_A маємо, що

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq V_A,$$

при прийнятому вище позначенні тоді маємо, що

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq 1.$$

Тоді за сторону А формулюється така задача лінійного програмування: визначити такий план (вектор):

$$P^* = \{p_i^*\}, i = \overline{1, m},$$

на якому забезпечується мінімум лінійної форми

$$L_{\min} = \min_P \sum_{i=1}^m p_i,$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq 1, p_i \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Аналогічно при позначенні

$$q_j = \frac{y_j}{V_A},$$

будемо мати наступну задачу лінійного програмування, яку необхідно розглядати за сторону В:

визначити такий вектор

$$Q^* = \{q_j^*\}, j = \overline{1, n},$$

на якому забезпечується максимум такої лінійної форми

$$L_{\max} = \max_Q \sum_{j=1}^n q_j,$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \leq 1, \quad q_j \geq 0, \\ i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Отримані рішення задач лінійного програмування за сторону А

$$P^* = \{p_i^*\}, \quad i = \overline{1, m}$$

та за сторону В

$$Q^* = \{q_j^*\}, \quad j = \overline{1, n}$$

за такими виразами:

$$x_i^* = p_i^* \cdot V_A,$$

де

$$V_A = \frac{1}{L_{\min}};$$

$$y_j^* = q_j^* \cdot V_A,$$

де

$$V_A = \frac{1}{L_{\max}},$$

дозволяють визначити оптимальні вектори ймовірностей

$$X^* = \{x_i^*\}, \quad i = \overline{1, m};$$

$$Y^* = \{y_j^*\}, \quad j = \overline{1, n}$$

відповідно сторін А та В, та визначити ціну гри V_A .

Тобто отримано розв'язок гри (1) у такому вигляді:

$$\langle V_A; X^* = \{x_i^*\}; Y^* = \{y_j^*\} \rangle, \\ i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}.$$

Висновки

Таким чином обґрунтовано та запропоновано в якості моделі протидії двох сторін:

сторона А – угруповання зенітних ракетних військ;

сторони В – угруповання засобів повітряного нападу,

розглядати антагоністичну математичну гру двох гравців.

Для сторони А може бути рекомендована найімовірніша стратегія $S_i^* \in S_A$, якій буде відповідати обґрунтований результат в конфлікті зі стороною В з врахуванням її поведінкової невизначеності стратегій образів дій.

Список літератури

1. Синтез адаптивних структур систем зенітного ракетно-артилерійського прикриття об'єктів і військ та оцінка їх ефективності (теорія, практика, тенденції розвитку): моногр. / А.Я. Торопчін, І.О. Кириченко, М.О. Єрмошин та ін. – Х.: ХУПС, 2006. – 348 с.

2. Моделювання бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними (теорія, практика, історія розвитку): монографія / В.П. Городнов, Г.А. Дробаха, М.О. Єрмошин, Є.Б. Смірнов, В.І. Ткаченко. – Х.: ХВУ, 2004. – 300 с.

3. Городнов В.П. Моделирование боевых действий частей, соединений и объединений войск ПВО / В.П. Городнов. – Х.: ВИРТА ПВО, 1987. – 380 с.

4. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972. – 550 с.

5. Мухачёва Э.А. Математическое программирование игр / Э.А. Мухачёва, Г. Ш. Рубинштейн. – Н.: Наука, Сибирское отделение, 1977. – 320 с.

6. Оуэн Г. Теория игр / Г. Оуэн; пер. с англ. Н.Н. Врублёвской, Г.Н. Дюбина, А.Н. Ляпунова; под ред. А.А. Корбуша. – М.: Мир, 1971. – 230 с.

Надійшла до редколегії 4.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Більчук, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МЕТОД ФОРМАЛИЗАЦИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ЗЕНИТНОГО РАКЕТНО-АртиЛЕРИЙСКОГО ПРИКРЫТИЯ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ПОВЕДЕНЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

В.В. Шулежко, А.В. Кулешов, Е.И. Ряполов

В статье обосновано и предложено в качестве модели противодействия двух сторон антагонистическую математическую игру двоих игроков.

Ключевые слова: структура системы зенитно-артиллерийского прикрития, стратегия, поведенческая неопределённость, теория игр.

METHOD OF FORMALIZATION OF FUNCTIONING OF SYSTEM OF THE ANTI-AIRCRAFT IT IS ROCKET-ARTILERISKKOGO COVERS OF OBJECTS IN THE CONDITIONS OF BEHAVIOURAL UNCERTAINTY

V.V. Shulezhko, A.V. Kuleshov, E.I. Ryapolov

In article it is proved and it is offered as model of counteraction of two parties antagonistic mathematical game of two players.

Keywords: structure of system of antiaircraft-artillery cover, strategy, behavioural uncertainty, the theory of games.