УДК 629.73

Б.О. Демідов, М.В. Борисенко, С.В. Герасимов

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

МЕТОДИ ОПТИМАЛЬНОГО ВИБОРУ ТА РОЗМІЩЕННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ В СКЛАДІ МОБІЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

З використанням розробленої математичної моделі запропоновані задачі оптимізації складових мобільної інформаційно-вимірювальної системи. Обґрунтовані методи розв'язання поставлених задач оптимізації. Проведено порівняння методів розв'язання задач оптимізації запропонованої математичної моделі вибору, розміщення та об'єднання засобів вимірювань у складі мобільної інформаційно-вимірювальної системи для визначення технічного стану зразків озброєння та військової техніки.

Ключові слова: *математична модель, інформаційно-вимірювальна система, засоби вимірювання, задачі оптимізації.*

Вступ

Постановка проблеми. При визначенні технічного стану зразків озброєння та військової техніки (ОВТ) актуальним є розробка та впровадження сучасної вимірювальної техніки. Крім того, експлуатація ОВТ за фактичним станом і їх обслуговування в місцях постійної дислокації чи в районах виконання завдань за призначенням передбачає наявність відповідних мобільних контрольно-діагностичних комплексів.

Сучасні контрольно-діагностичні комплекси представляють собою складні інформаційно-вимірювальні системи (ІВС). Розробка таких ІВС передбачає розв'язання задачі оптимального вибору, розміщення та об'єднання вимірювальних датчиків.

Однак, для створення мобільних ІВС для визначення та контролю технічного стану зразків ОВТ не достатньо використовувати вимірювальні датчики, а пропонується їх заміна на засоби вимірювання. Тобто, у цьому випадку концентраторами інформації виступають засоби вимірювань, а датчики – джерелами інформації про параметри контролю зразків ОВТ.

Отже, задача оптимізації складових ІВС формулюється так.

Необхідно визначити такий набір (номенклатуру) засобів вимірювання, щоб забезпечити своєчасне та достовірне визначення технічного стану зразків ОВТ.

Розглянута задача оптимізації вибору, розміщення та об'єднання елементів ІВС може бути формалізована як модель цілочисельного лінійного математичного програмування з булевими змінними.

Використання булевих змінних, що приймають тільки два значення (0 і 1), спрощує обчислювальні процедури при визначенні оптимальних рішень задач математичного програмування.

Розроблені моделі вибору, розміщення та об'єднання елементів ІВС є оптимізацій-ними задачами цілочисельного програмування, розв'язання яких дозволяє визначити оптимальну номенклатуру засобів вимірювань для комплектування мобільних ІВС [1].

Аналіз публікацій. Зазначена задача оптимізації складових ІВС неодноразово розглядалася в літературі [2–6]. Однак, відомі задачі мають головну ваду – вони розглядають задачу визначення набору (номенклатури) засобів вимірювань для оптимального контролю параметрів того чи іншого зразка ОВТ. При цьому не враховані можливості об'єднання цієї оптимальної номенклатури засобів вимірювань у систему, не розглядається оптимальне їх розміщення та взаємодія за допомогою каналу загального користування. Для розв'язання поставлених задач пропонується використовувати методи відсікань або комбінаторні методи.

Мета статті. Дана стаття присвячена визначенню методів оптимізації математичної моделі вибору, розміщення та об'єднання засобів вимірювань у складі мобільної інформаційно-вимірювальної системи для визначення технічного стану зразків ОВТ.

Основна частина

Моделі вибору, розміщення та об'єднання елементів мобільної ІВС, являють собою задачі цілочислового програмування. Методи рішення повністю цілочисельних задач математичного програмування утворюють дві групи: методи відсікань і комбінаторні методи [1].

Основна ідея методів відсікань полягає в наступному. Від вихідної задачі, наприклад від одноіндексної повністю целочисленної лінійної моделі математичного програмування, переходять до задачі з "ослабленими" обмеженнями, тобто до моделі, з якої виключені вимоги цілочисленности змінних. Допустимі рішення цієї моделі утворюють багатогранник в n-вимірному просторі змінних задачі. У ході вирішення за методом відсікань формуються спеціальні додаткові обмеження, що враховують вимоги цілочисленности шуканих змінних. При цьому багатогранник допустимих рішень з "ослабленями" по завданням поступово деформується; вводяться додаткові обмеження які відсікають, виключаючи з подальшого розгляду деякі області багатогранника допустимих рішень, в яких немає точок з цілочисельними координатами. Процес продовжується до тих пір, поки координати рішення не стануть цілочисельними. Отримане в ході такої процедури перше допустиме цілочисельне рішення є оптимальним.

Для вирішення лінійних повністю цілочисельних задач математичного програмування, до яких відноситься модель, що розглядається, у цій групі методів призначений дробовий алгоритм, званий також першим алгоритмом Гоморі і циклічним алгоритмом цілочисленного програмування [1].

Необхідною умовою застосування дробового алгоритму є цілочисельність всіх коефіцієнтів і вільних членів обмежень моделі, що оптимізується. Це обмеження не звужує коло моделей лінійного цілочисельного програмування, для оптимізації яких застосуємо алгоритм. Потрібно лише перед застосуванням дрібного алгоритму перетворити обмеження, що включають дробові коефіцієнти або вільні члени.

Перетворення полягає в множенні обох частин нерівності або рівності, що є обмеженням з коефіцієнтами або вільним членом, що містять дроби, на найменший спільний знаменник цих дрібних членів.

Наприклад, нехай у число обмежень вихідної запропонованої моделі входила умова [1]:

$$2,5x_1 + \frac{7}{3}x_2 + \frac{5}{6}x_3 + 4x_4 \ge \frac{37}{5}.$$

Для отримання з цього обмеження аналога з цілочисельними коефіцієнтами й вільним членом досить помножити його праву та ліву частини на найменший спільний знаменник дробових членів, рівний 30. Це призведе до такого виразу:

$$75x_1 + 70x_2 + 25x_3 + 120x_4 \ge 222.$$

Проведення таких перетворень у вихідної моделі обов'язково.

В іншому випадку дробовий алгоритм може дати висновок про відсутність цілочисельних допустимих рішень у задачі, що має такі рішення, але не наведеної до необхідного вигляду перед застосуванням алгоритму.

Розглянемо роботу дрібного алгоритму при оптимізації моделі, що розглядається.

На першому кроці вирішується завдання з "ослабленими" обмеженнями, з числа яких виключено вимогу целочисленності змінних.

Для вирішення цього завдання з ослабленими обмеженнями пропонується застосовувати модифікацію симплекс-методу розв'язання задач лінійного математичного програмування.

Симплекс-метод застосовується для оптимізації моделі лінійного математичного програмування, обмеження якої зведено до стандартної форми: всі вони повинні бути записані у вигляді рівності з ненегативною правою частиною, а значення всіх змінних моделі повинні бути ненегативні.

Остання умова для розглянутих технічних завдань виконується завжди, а обмеження у вигляді нерівностей приводяться до умов у вигляді рівності додаванням однієї цілочисельної змінної на кожну нерівність:

нерівність типу "≤" можна зробити рівністю, додавши до його, лівої частини змінну s_i;

нерівність типу "≥" – зробити рівністю, вирахувавши з його лівій частині змінну s_i.

Нехай вихідна модель містить обмеження

$$\sum_{j=1}^{n}\alpha_{1j}x_j \ge b_1;\ \sum_{j=1}^{n}\alpha_{2j}x_j \le b_2.$$

Введемо змінні s_1, s_2 в їх ліві частини, отримаємо умови

$$\sum_{j=1}^{n}\alpha_{1j}x_j - s_1 = b_1;\ \sum_{j=1}^{n}\alpha_{2j}x_j + s_2 = b_2.$$

І нарешті, праву частину будь-якої рівності завжди можна зробити позитивною, помноживши обидві частини цієї рівності на – 1.

Основну ідею симплекс-методу зручно пояснити на моделі, яка містить дві змінні, вирішивши завдання графічно на площині в осях, що створюють ці змінні.

Нехай потрібно максимізувати функцію

$$W = c_1x_1 + c_2x_2$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{2}\alpha_{ij}x_j + b_i \le 0,\ \ i = \overline{1,m};$$

$$x_1, x_2 \ge 0.$$

Простір допустимих рішень цієї моделі заштриховано на рис. 1 та являє собою багатокутник, обмежений прямими лініями, відповідними обмеженням моделі, що оптимізується.

Доведено, що оптимальному рішенню завжди відповідає одна з кутових точок багатокутника допустимих рішень.

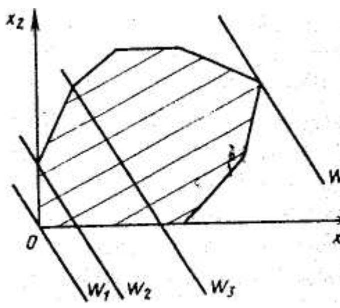

Рис. 1. Багатокутник допустимих рішень моделі лінійного математичного програмування

Накладемо на цей багатокутник сітку прямих ліній, що відповідають певному рівню значення функції мети моделі, що оптимізується:

$$W = \{W_1, W_2, ..., W_k\},$$

де

$$W_1 < W_2 < ... < W_k,$$

тоді W_1 відповідає мінімуму, а W_k – максимуму функції W. У обчислювальної схемі симплекс-методу реалізований упорядкований процес послідовного переходу від однієї кутової точки багатокутника допустимих рішень до іншої. Процес починається з точки, що у початку координат. З неї здійснюється перехід до сусідньої точку, а яку саме визначають коефіцієнти функції мети. Якщо шукається як в даному випадку, максимум, то перехід здійснюється в напрямку зростання тієї змінної, коефіцієнт при якій в цільової функцій більше. Далі процес повторюється, причому на цьому і наступних кроках перевіряється можливість отримання в подальшій точці рішення зі значенням цільової функції, кращим, ніж вже знайдене. Процес завершується в точці, що відповідає оптимальному рішенню.

Таким чином, відшукання оптимального рішення в процесі застосування симплекс-методу починається обов'язково з допустимого рішення (кутовий точки багатокутника допустимих рішень), переходи здійснюються до суміжних точок багатокутника допустимих рішень перед кожним новим переходом отримана точка перевіряється на оптимальність.

Розглянемо алгоритм симплекс-методу.

Нехай оптимізується модель

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_j \geq, \leq \text{чи} = b_i,\ i = \overline{1,m};$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1,n};\ m < n.$$

Однозначні рішення системи m рівнянь, одержуваних з обмежень моделі при прирівнювані до нуля (n – m) змінних, називаються базисними рішеннями. Базисне рішення, що задовольняє вимогу невід'ємності правих частин умов, називається допустимим базисним рішенням.

Змінні, які мають на даному кроці роботи алгоритму нульове значення, називаються небазисними змінними, а ті змінні, які відмінні від нуля на цьому кроці, – базисними.

Процес взаємної заміни змінних у ході роботи алгоритму призводить до запровадження ще двох термінів: небазисна на даному кроці роботи алгоритму змінна, яка буде введена на наступному кроці роботи алгоритму в число його базисних змінних, називається включаємою, а змінна, яка на даному кроці роботи алгоритму була базисної, але обрана для виключення з числа базисних на наступному кроці, називається виключаємою змінної.

У розглянутому алгоритмі початковий план – початкове дозволене рішення – формувалося просто: це була точка початку координат в n – вимірному просторі змінних моделі, що оптимізується. Для задач оптимізації вибору, розміщення та об'єднання засобів вимірювання в складі мобільної ІВС характерна наявність обмежень по інформативності опитуваних в кожній області джерел інформації та числу джерел інформації, опитуваних в кожній області на кожній частоті, що виключають цю точку з багатогранника допустимих рішень [1].

У цьому випадку для оптимізації моделей використовується модифікація симплекс-методу, звана М – методом, або методом великих штрафів. Відповідно до цього методу у вихідну, приведену до стандартної формі модель вводяться штучні змінні $R_1, R_2, \ldots, R_l$ за кількістю обмежень, де це необхідно.

У цільову функцію моделі ця змінна входить з великим штрафом: у задачі мінімізації у функції мети їй приписується досить великий коефіцієнт М, що виключає її з оптимального рішення в ході роботи алгоритму.

Таким чином, запропонована модель оптимізації у стандартній формі для застосування симплекс-методу має вигляд [1]:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + M \sum_{j=1}^{L} R_j$$

при умовах

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_j + S_i + R_l = b_i,\ i = \overline{1,m},\ l = \overline{1,L};$$

$$x_j \geq 0,\ j = \overline{1,n}.$$

Розглянутий симплекс-метод дозволяє знайти оптимальне рішення цієї моделі.

Якщо знайдене таким чином оптимальне рішення є цілочисловим, то отримано рішення й вихідної моделі лінійного цілочисельного програмування. Якщо ж це не так, то перший крок дрібного алгоритму рішення повністю цілочисельних задач математичного лінійного програмування на цьому завершується і алгоритм переходить до другого кроку.

На другому кроці дрібного алгоритму в число обмежень наведеної до стандартної форми моделі з "ослабленими" обмеженнями, рішення якої було визначено на першому кроці, вводиться додаткова умова яка забезпечує відсікання від багатогранника допустимих рішень моделі області, яка не містить точок з цілочисельними координатами. Ця операція призводить до нової задачі лінійного програмування.

Якщо отримане в результаті застосування симплекс-методу в цьому випадку рішення є цілочисловим, то процес вирішення запропонованої задачі завершений [1].

Якщо ж знову отримано рішення, в якому є нецілочисельні змінні, то дробовий алгоритм знову звертається до другого кроку, і так до тих пір, поки рішення не буде отримано.

У даний час відомі й інші способи відсікань, більш ефективні для вирішення конкретних моделей в обчислювальному плані. Однак який би спосіб відсікань ні застосовувався на практиці, алгоритми методу відсікань не годяться для вирішення задач великої розмірності: різко зростає обсяг обчислень.

Слід також зазначити, що ідеї методу відсікань є одними з основних у целочисленном програмуванні й можуть бути корисними при модифікації алгоритмів інших методів вирішення таких завдань.

Як вже зазначалося, другим підходом при вирішенні цілочисельних задач лінійного математичного програмування є комбінаторні методи. Основна ідея цих методів полягає в переборі всіх допустимих цілочислових рішень і виборі з них найкращого з точки зору функції мети. На перший план при розробці та використанні цих методів висувається створення ефективних процедур, що включають перевірки, що дозволяють розглядати не всі допустимі цілочисельні рішення, а лише їх невелику частину, і решта допустимі рішення оцінювати побічно.

Найбільш відомим з комбінаторних методів вирішення лінійних повністю цілочисельних задач математичного програмування у даний час вважається метод гілок і меж. У загальному випадку цей метод, так само як і метод відсікань, спирається на оптимізацію моделі з ослабленими обмеженнями. На першому кроці розглянутого методу одним з методів лінійного математичного програмування вирішується завдання з ослабленими обмеженнями. Нехай в результаті вирішення цього завдання отримали для деякої змінної x_j дробове значення y_j^*, тоді інтервал не містить допустимих цілочислових елементів x_j рішення вихідної ціло численної задачі.

У завданні з ослабленими обмеженнями вводяться дві умови:

$$\left[y_j^*\right] < x_j < \left[y_j^*\right] + 1\,;$$

$$y_j \le \left[y_j^*\right] \ \text{і} \ x_j \ge \left[y_j^*\right] + 1\,,$$

що породжує дві не зв'язані між собою задачі лінійного програмування. У такому процесі розгалуження з багатогранника допустимих рішень виключаються області, що не містять точок з цілими координатами.

Кожна з отриманих таким чином задач лінійного програмування вирішується окремо. Якщо в такій задачі отримано цілочисельне рішення, то воно фіксується як найкраще для даної гілки і процес розбиття цієї підзадачі на задачі лінійного математичного програмування припиняється. Поліпшити рішення, отримане в даній гілці, вже не вдасться.

Далі процес розгалуження продовжується в іншій гілці, для іншої підзадачі. Розподіл завдань на підзадачі – породження в кожній точці двох моделей лінійного програмування з додатковими умовами триває до тих пір, поки в розглянутій гілки не буде отримано цілочисельне рішення. Це рішення порівнюється за функцією цілі з раніше отриманими. Для подальшого використання у ході роботи алгоритму фіксується найкраще допустиме рішення.

Процес розгалуження продовжується, поки кожна з породжених у ході роботи методу задач лінійного математичного програмування не призведе до цілочисельного рішенням або поки не буде встановлено неможливість покращення в цій гілці раніше отриманого на інших гілках цілочисельного рішення. Зафіксоване до цього моменту допустиме рішення і є оптимальним.

Ефективність з точки зору обчислень методу гілок і меж визначається двома обставинами:

– наскільки вдало вибрано у ході роботи методу напрямок розгалуження, тобто яка з двох породжених при використанні обмежень задач лінійного математичного програмування обрана для обробки першої;

– наскільки вдало вибрано правило, за яким робиться висновок про неможливість поліпшення отриманого раніше в інших гілках рішення при русі по даній гілки.

Останнє правило називається правилом зондування підзадачі. Якщо за допомогою цього правила встановлено, що оптимальне рішення підзадачі лінійного математичного програмування в розглянутій гілки дає гірше значення цільової функції, ніж вже отримане раніше в ході роботи методу, то немає сенсу використовувати цю підзадачу далі, і вона викреслюється зі списку підзадач, породжених вихідною целочисленною задачею.

При цьому число, яке перебирається методом гілок і меж варіантів допустимих рішень скорочується.

Алгоритми методу гілок і меж у даний час є найбільш надійним засобом вирішення цілочислових задач математичного програмування.

Пошук оптимального рішення істотно спрощується, коли змінні моделі є булевими.

Тоді алгоритм не вимагає вирішення завдань лінійного математичного програмування. Обчислювальні процедури обмежуються складанням і відніманням. Алгоритми такого типу називають адитивними.

Правила розширення часткового плану (правила вибору змінної для розгалуження) і правила зондування часткового плану будуються в цьому алгоритмі з урахуванням специфіки оптимизируемой моделі: до числа її обмежень входять умови про те, що всі безліч змінних задачі розбивається на групи непересічних підмножин, в кожному з яких лише одна змінна приймає значення, рівне одиниці, інші змінні підмножини при цьому дорівнюють нулю.

Висновок

На підставі проведеного в статі аналізу методів розв'язання поставлених задач з оптимізації запропонованої моделі, яка була розроблена для визначення оптимальної номенклатури засобів вимірювання при комплектуванні перспективних мобільних ІВС, можна зробити висновок, що використання алгоритмів методу гілок і меж є найбільш надійним засобом вирішення цілочислових задач математичного програмування при розміщенні засобів вимірювальної техніки у складі перспективної мобільної інформаційно-вимірювальної системи, а пошук оптимального рішення істотно спрощується, коли змінні моделі є булевими.

Список літератури

1. Борисенко М.В. Математична модель вибору, розміщення та об'єднання елементів перспективної (модернізованої) пересувної лабораторії вимірювальної техніки / М.В. Борисенко, С.В. Герасимов // Збірник наукових праць ЦНДІ ОВТ. – К.: ЦНДІ ОВТ, 2015. – Вип. 1(1). – С.127-132.

2. Богданов Г.П. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники / [Богданов Г.П., Кузнецов В.А., Лотонов М.А. и др.]; под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Радио и связь, 1990. – 240 с.

3. Крещук В.В. Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий / В.В. Крещук. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 200 с.

4. Агеев В.М. Приборные комплексы летательных аппаратов и их проектирование / В.М. Агеев, Н.В. Павлова. – М.: Машиностроение, 1990. – 432 с.

5. Основы автоматизации измерений / Под ред. В.Б. Коркина. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 253 с.

6. Страхов А.Ф. Автоматизированные измерительные комплексы / А.Ф. Страхов. – М.: Энергоиздат, 1990. – 216 с.

Надійшла до редколегії 4.04.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.І. Тимочко, Харківський університет Повітрянх Сил імені Івана Кожедуба, Харків.

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА И РАЗМЕЩЕНИЯ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ В СОСТАВЕ МОБИЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Б.А. Демидов, М.В. Борисенко, С.В. Герасимов

С использованием разработанной математической модели предложены задачи оптимизации составляющих мобильной информационно-измерительной системы. Обоснованны методы решения поставленных задач оптимизации. Проведено сравнение методов решения задач оптимизации предложенной математической модели выбора, размещения и объединения средств измерений в составе мобильной информационно-измерительной системы для определения технического состояния образцов вооружения и военной техники.

Ключевые слова: *математическая модель, информационно-измерительная система, средства измерения, задачи оптимизации.*

METHODS OF OPTIMAL CHOICE AND PLACEMENT OF MEASUREMENT IN STOCK MOBILE INFORMATION AND MEASUREMENT SYSTEM

B.O. Demidov, M.V. Borisenco, S.V. Gerasimov

Using the developed mathematical model proposed optimization problem components of mobile information-measuring system. Grounded methods for solving optimization tasks. Comparison of methods for solving optimization problems proposed mathematical model selection, placement and association consisting of measuring mobile information-measuring system for determining the technical condition of armament and military equipment.

Keywords: *mathematical model of information-measuring system measurement, optimization problem.*