

УДК 621.396.967

В.Н. Лоза<sup>1</sup>, Е.С. Ленков<sup>2</sup><sup>1</sup> Военный институт Киевского национального университета имени Т. Шевченко, Киев<sup>2</sup> Военный институт телекоммуникаций и информатизации, Киев

## ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПАКЕТНЫХ АЛГОРИТМОВ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ПРИ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

В статье рассматриваются вопросы применения алгоритмов пакетного вейвлет-преобразования (ПВП) с целью определения видов (классов) сигналов, которые предпочтительно обрабатывать данными алгоритмами. Приводятся результаты вычислительных экспериментов и сформулированы рекомендации прикладного применения алгоритмов ПВП. Проведено сравнение информативности типового и пакетного алгоритмов вейвлет-анализа при реконструкции сигналов сложной структуры. Показано что главным фактом высокой эффективности алгоритмов ПВП является свойство адаптации к структуре сигнала.

**Ключевые слова:** вейвлет-анализ, пакетное вейвлет-преобразование, трешолдинг.

### Введение

Техника спектрального вейвлет-анализа (ВА) на основе волновых базисных функций позволяет реализовать принципиально новые возможности представления информационных свойств сигналов, в частности, идентификации тонких локальных особенностей нестационарных сигналов и сигналов сложной формы. Области применения ВА в системах цифровой обработки сигналов включают: частотно-временной анализ, очистку сигналов от шумов, выделение локальных свойств сигнала при решении задач распознавания и классификации, сжатие сигналов и изображений, идентификацию сигналов по форме, а также прикладных задач физики и медицины.

Как известно [1, 2], в ортонормированных вейвлетах используются две базисные функции: масштабирующая  $\varphi(t)$  и материнский вейвлет  $\psi(t)$ , а также несколько уровней разложения. Для каждого уровня разложения  $j$  и дискретного времени ( $n$ ) имеется система функций:

$$\begin{aligned}\varphi_{j,n}(x) &= \sqrt{2^j} \varphi(2^j x - n); \\ \psi_{j,n}(x) &= \sqrt{2^j} \psi(2^j x - n).\end{aligned}\quad (1)$$

Число  $j$  характеризует уровень разрешения и определяет масштаб: чем ниже уровень, тем более мелкие носители имеет функция  $\varphi_{j,n}(x)$  и коэффициент разложения соответственно более детально отражает свойства сигнальной функции.

Операторы проектирования  $P_j$  дают приближения элементов функции  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$  более точные с возрастанием уровня  $j$ . При повторении процедуры разложения по уровню  $j$  до  $j = N$  получаем конечное представление в виде серии коэффициентов, нахождение совокупности которых определяется как вейвлет-преобразование (ВП), т.е. декомпозиция сигнала.

Понятие "особенности применения" в данном случае содержит информацию об экспериментальном поиске ответа на вопрос о том, какие виды (классы) сигналов предпочтительно обрабатывать пакетными алгоритмами ВА. В известных источниках по теории пакетных вейвлетов вся информация сводится к следующему пояснению (идентичному для нескольких источников). ВП по итерационному алгоритму фильтрации, так называемому алгоритму Малла, называемому типовым алгоритмом быстрого ВА (обозначим ВПМ – вейвлет-преобразования Малла), на каждом шаге происходит "расщепление" сигнала на высокочастотные и низкочастотные составляющие и "отсечение" высокочастотных составляющих. Такой подход основан на неявном предположении, что низкочастотная область содержит больше информации о сигнале, чем высокочастотная. Такое предположение оправдывается для многих реальных сигналов, однако для некоторых оно не выполняется. Ответа на вопрос, для каких именно "некоторых" сигналов это положение не выполняется, к сожалению нет ни в одном источнике литературы по теме.

Усовершенствованный Р. Койфманом и М. Вилкерхаузером алгоритм ВА, получивший название вейвлет-пакетов, обеспечивает расщепление, кроме низкочастотных, и высокочастотных составляющих, благодаря этому увеличивается разрешение вейвлет-фильтров по частоте, что в целом повышает возможности детализации в структуре разложения. С этой точки зрения естественно предположить о появлении больших информационных возможностей ВА сложных сигналов. Более подробные сведения из теории ВА в данной статье опускаются (при необходимости можно воспользоваться приведенными в библиографии источниками, например [1 – 3]).

Теория вейвлет-пакетов не рассматривается в переведенных монографиях основоположников теории вейвлетов (Малла, Добеши, Чуи), из рус-

скоязычных изданий вопросы пакетных алгоритмов излагаются только в некоторых из них [3, 4], а также отдельных научных публикациях. При этом прикладные вопросы ограничиваются одиночными примерами для тестовых сигналов. В связи с этим большое число положений прикладной реализации остаются не ясными.

Задача настоящей работы заключается в проведении вычислительного эксперимента с целью, во-первых, найти варианты ответа на ряд неясных вопросов применения ПВП, необходимых для формулировки рекомендации их прикладного применения. Во-вторых сравнение информативности типового и пакетного алгоритмов ВА при реконструкции сигналов сложной структуры.

### Примеры оценки информативности ВА

Свойство информативности ВП в работе определяется оценкой ошибки восстановления сигнала после его декомпозиции. Показателем сравнительной оценки служит норма  $L^2(R)$  разности между исходным сигналом (S) и его восстановленной копией (X):

$$Err = \text{norm}(S - X). \quad (2)$$

Программной платформой вычислений принят пакет MATLAB [4], который является фактически стандартным в инженерной практике. В работе приводятся только решающие процедуры-функции.

Выражения решающей функции операций декомпозиции и реконструкции сигнала имеют вид:

- для алгоритма ВПМ:  
 $C = \text{wavedec}(s, N, W), X = \text{waverec}(C, W); \quad (3)$

- для алгоритма ПВП:  
 $wp = \text{wpdec}(s, N, W), X = \text{wprec}(wp), \quad (4)$

где C – матрица вейвлет-коэффициентов; N – число уровней декомпозиции; W – имя вейвлет-функции.

Для последующих вычислений выбирается:

$$N = 3, W = \text{db4} \text{ (вейвлет Добеши 4-го порядка).}$$

Для анализа использованы 3 вида сигналов сложной структуры: S-1 – тестовый сигнал фрактального типа, S-2 – шумовой сигнал и S-3 – специально сформированный сигнал с несколькими "резкими" локальными скачками (рис. 1).

Данные расчёта погрешности восстановления в соответствии с выражением (7) представлены в табл. 1 для алгоритмов ВПМ и ПВП.

Учитывая порядок величин ошибки, очевидно, что оба алгоритма по данному показателю практически одинаковы. В то же время при сравнении числовых значений (мантисы) ошибки восстановления для алгоритма ВПМ оказываются чуть меньшими, что не отвечает предполагаемой эффективности ПВП и требует объяснения. Можно интуитивно предположить, что такой результат объясняется различием алгоритмов преобразования (3) и (4).

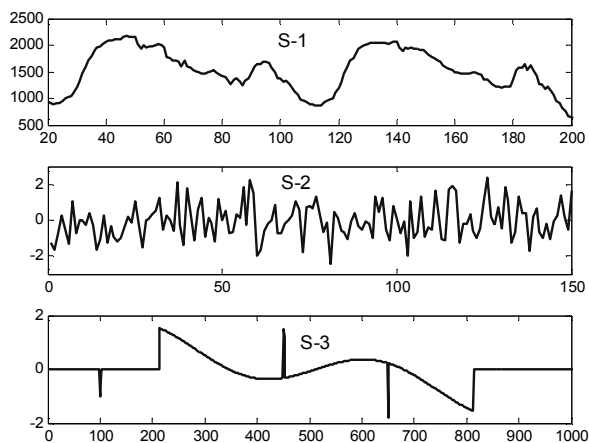


Рис. 1. Анализируемые сигналы

Таблица 1

Расчёт погрешностей

Тип сигнала	S-1	S-2	S-3
Алгоритм ВПМ	$1.2 \cdot 10^{-11}$	$3.5 \cdot 10^{-13}$	$2.5 \cdot 10^{-11}$
Алгоритм ПВП	$1.34 \cdot 10^{-11}$	$3.65 \cdot 10^{-13}$	$2.6 \cdot 10^{-11}$

Для доказательства такого вывода используем метод формирования алгоритма ВПМ посредством преобразования алгоритма ПВП. Такую возможность даёт применение решающей функции:

$$C = \text{wp2wtree}(wpt). \quad (5)$$

На рис. 2 приведены структуры "вейвлет-дерева" (алгоритм ВПМ слева) и "пакетного-дерева" (алгоритм ПВП справа), полученные применением процедуры (5) на основе пакетного алгоритма ВП. Цветом выделены терминальные узлы "дерева", определяющие выходную матрицу вейвлет-коэффициентов.

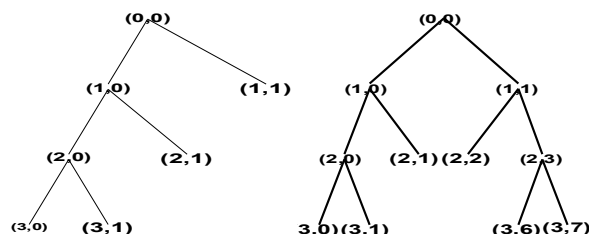


Рис. 2. Структуры деревьев

Повторный расчёт ошибки восстановления приводит к одинаковому результату для обоих алгоритмов. Таким образом, пакетные алгоритмы ВА не повышают информативность при восстановлении сигналов достаточно сложной структуры. Дополнительно проведен расчёт примера для сигнала высокой сложности, представляющего отрезок фрагмента фрактальной кривой с множеством мелких ступенек (рис. 3).

Вычисление погрешности проведено поэтапно: сначала по полному пакетному "дереву", затем последовательно отсекались ветви с дополнительными вейвлет-коэффициентами до перехода к вейвлет-дереву (алгоритм ВПМ). Во всех случаях получен одинаковый результат.

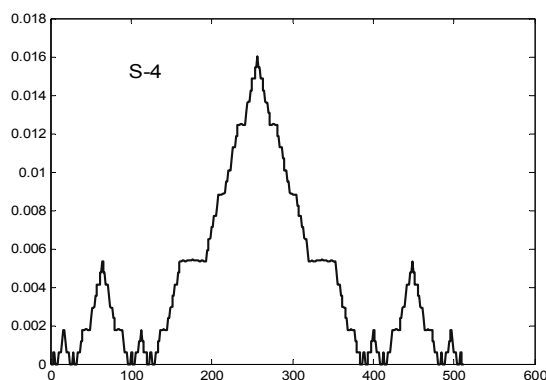


Рис. 3. Сигнал высокой сложности

Из анализа примеров можно сделать вывод, что улучшение разрешения вейвлет-фильтров при переходе к алгоритму ПВП, констатируемое в некоторых источниках, проявляется в повышении адаптивности, а также в задачах анализа частотных особенностей сигналов, требующих высокого качества.

### Примеры оптимизации параметров ПВП в задачах очистки сложных сигналов от шума

Наиболее рекомендуемыми вопросами применения пакетных алгоритмов быстрого ВП являются очистка от шума методами *трешолдинга* (ТШГ) и сжатие сигналов. Алгоритмы очистки сигналов от шума на основе ВА впервые сформулированы в новаторской работе D. L. Donoho [5].

Эффективность алгоритмов ТШГ зависит от параметров ПВП (типа вейвлета, уровня декомпозиции), а также способа формирования порога и достаточно большого числа параметров, определяющих выбранный способ. В известной литературе даны лишь единичные примеры применения алгоритмов ТШГ. Довольно подробное исследование характеристик ТШГ представлено в работе [6], однако сохраняется не изученными целый ряд вопросов поиска оптимального набора параметров алгоритма ТШГ, в частности при обработке сложных, нестационарных сигналов, в которых ответственная информация заключается в резких локальных возмущениях.

Как известно, в алгоритмах ТШГ осуществляется управляемая пороговая обработка детализирующих вейвлет-коэффициентов, что эквивалентно высокочастотной фильтрации компонент сигнала. Локальные возмущения сигнала отображаются также в детализирующих коэффициентах разложения, в основном нижних уровней. Сохранение информации о них в реконструированном сигнале требует особого подхода к формированию порога шумоподавления методами оптимизации параметров и, главное, избирательного применения его к различным уровням детализирующих коэффициентов (ДК). Кроме того возникает необходимость количественной оценки (в примерах литературы часто

используется визуальная оценка) точности восстановления локальных особенностей сигнала.

Рассматривается задача выбора характеристик ТШГ при обработке сложных сигналов, для которых полезная информация заключается в наличии резких возмущений, которые определяют класс сигнала (объекта). Примером применения такой задачи является распознавание типа: "одиночный сигнал – наложение двух одиночных с наличием случайных флюктуаций в области перекрытия".

**Пример 1.** Применение ТШГ к простому погибающей сигналу с двумя резкими скачками на основе использования наилучших алгоритмов и параметров по результатам, полученным в [6]. Порядок анализа: 1) формирование требуемого сигнала; 2) выбор алгоритма и параметров ТШГ; 3) обоснование рационального способа представления информационных особенностей сигнала; 4) оценка результата.

Формирование сигнала представлено программой (Бл-1).

**Бл-1**

```
x=-1:0.01:1; y=1-abs(x); y(86:116)=0.85; y(117)=0.55;
y(150)=0.3; y1=5*y; % Сигнал без шума
randn('state',0); n0=randn(1,2048); n=n0(1:length(x));
n1=0.2*n; s=y1 + n1; % зашумлённый сигнал.
```

**Выбор алгоритма ТШГ.** По результатам исследований в [6] различных способов ТШГ и критериев выбора порога (глобальный, по стратегии Бирге-Массарт, минимаксного и др.) по критерию минимального уровня шума на выходе признан наилучшим (для выбранного класса сигналов) алгоритм адаптивного порога, при котором реконструированный сигнал вычисляется программной функцией *wden()*. Программный фрагмент, дополненный операциями оценки результата приведен в Бл-2.

**Бл-2**

```
Lev = 4; w = 'db4'; [c,] = wavedec(s, lev, w); % Вейвлет –
декомпозиция сигнала .
[d1, d2, d3] = detcoef(c,1,[1 2 3]); % Вычисление детализирующих
коэффициентов композиции 11.21. и 3 уровней.
Ns = wnoisest(c,1,1:3); % Вычисление уровня шума в каждом
векторе коэффициентов .
[xd, cxd, lxd] = wden(s, 'minimax', 's', 'sln',lev,w); % Адаптивный
алгоритм ТШГ.
[dx1, dx2, dx3] = detcoef(cxd, lxd, [1 2 3]); % Коэффициенты
очищенного сигнала .
Nx = wnoisest(cxd, lxd, 1:3); % Уровень шума результирующих
ДК .
Err = norm(y1-xd)/norm(y1) . % Оценка степени совпадения
очищенного и исходного сигналов .
```

Адаптивный алгоритм ТШГ использует "мягкий" порог, вычисляемый по минимаксному критерию ('*minimaxi*', '*s*') с переформатированием шума по оценке уровня шума в ДК первого уровня ('*sln*'). Решающие функции программы поясняются в соответствии с [4]. Программа позволяет визуально посмотреть полученный реконструированный сигнал и вид ДК, а также значение СКВ шума до и после процедуры ТШГ. На рис. 4 показаны: исходный сигнал, тот же сигнал с шумом и реконструированный после

алгоритма ТШГ очищенный сигнал. По результирующему сигналу можно определить наличие скачков, характерных для исходного сигнала, однако для достоверного определения желательно найти способ более достоверной фиксации признака.

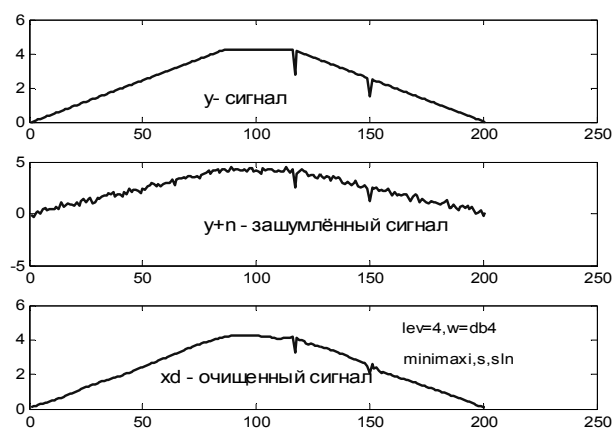


Рис. 4. Реконструкция сигнала

*Способ представления результатов.* Проведенный анализ (на рисунке не приводится) вида составляющих сигнала в узлах детализирующих коэффициентов приводит к выводу, что наиболее достоверное определение скачков целесообразно фиксировать по виду составляющих ДК первого уровня.

Графики ДК первого уровня до (верхний) и после алгоритма ТШГ (нижний) показаны на рис. 5.

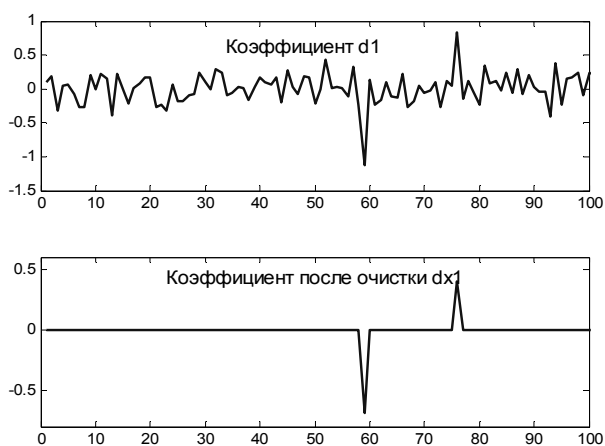


Рис. 5. Графики ДК первого уровня

Как следует из рис. 5, информативные скачки в принципе можно выделить по ДК-1 зашумлённого сигнала, но качество выделения низкое (так, второй скачок может быть принят за выброс шума). Картина эпюры того же ДК-1 после алгоритма ТШГ имеет практически идеальный вариант фиксации признаков сложного сигнала. Это объясняется сравнением уровня шумов в высокочастотных узлах алгоритма ВА. По результатам расчёта СКВ уровня шума получены следующие данные:

для  $d_1, d_2, d_3$ : 0,23, 0,21, 0,217; для  $dx_1, dx_2, dx_3$ : 0, 0, 0. (полная очистка от шума).

На практике для анализа результатов желательно использовать составляющую ДК, приведенную к реальному масштабу времени. Для этого дополнительно к программе Бл-2 необходимо осуществить операцию реконструкции сигнала по соответствующему вейвлет-коэффициенту (ВК), используя решающую функцию:

$$S(dx_1) = \text{wrcoeff}('d', \text{cxd}, \text{lxd}, 'db4', 1), \quad (6)$$

где значение параметров соответствуют приведенным в программе Бл-2; вид реконструированного сигнала представлен на рис. 6.

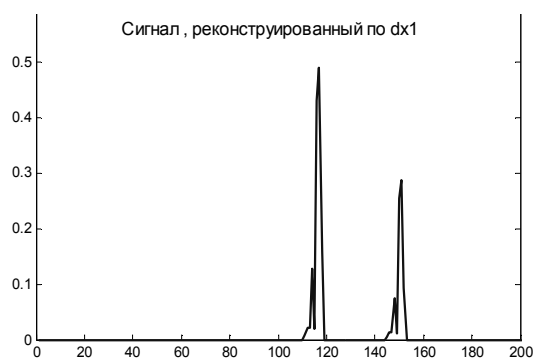


Рис. 6. Вид реконструированного сигнала

*Оценка результатов анализа.* В качестве показателя оценки использована относительная ошибка точности воспроизведения сигнала, вычисляемая как

$$\text{err} = \text{norm}(y_1 - x_d) / \text{norm}(y_1) = \|y_1 - x_d\| / \|y_1\|. \quad (7)$$

Полученный результат соответствует: 0.0298. Таким образом, ошибка совпадения очищенного сигнала с исходным без шума не превышает 3 %, уровень исходного шума по СКВ значению составляет 0.1947. Как следует из полученных результатов (визуального и количественного) обоснованный выше алгоритм ТШГ достоверно решает задачу выделения признаковой информации после адаптивной пороговой очистки сигнала от шума. Далее исследуется вопрос о предельных возможностях алгоритма обработки по выделению признаковой информации при увеличении уровня шума (в примере он соответствовал  $n_1 = 0.2n$ ,  $n$  – уровень шума генератора, равный 0,9876).

Проведен анализ при изменении уровня шума в пределах  $(0,3 \dots 0,5)n$ . Результат оценивался по амплитуде импульсов скачков сигнала составляющей  $dx_1$  (очищенный ДК первого уровня), а также параметру совпадения (10). На рис. 7 приведены эпюры ДК-1 для вариантов  $n_1 = 0,4n$  и  $n_1 = 0,5n$ . При  $n_1 = 0,4n$  (верхний и средний графики) визуальная индикация скачков возможна только после алгоритма ТШГ (средний график), при  $n_1 = 0,5n$  (нижний график) в принципе можно наблюдать только больший скачок, но достоверность явно недостаточна. Результаты количественной оценки показаны в табл. 2. Обобщая результаты, можно определить границу допустимого уровня шума для выделения скачков сигнала, равную 0,4 (считая исходный уровень СКВ 0.996 ... 1).

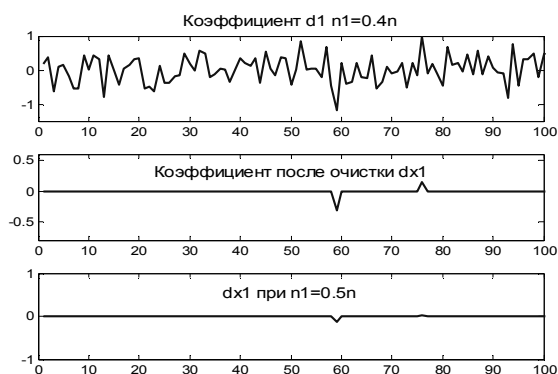


Рис. 7. Эпюры ДК-1

Таблица 2

Количественная оценка

Уровень шума	0.2*n	0.3*n	0.4*n	0.5*n
Максимальная амплитуда, Dх1	.6843	0.5	0.32	0.13 (только один)
Относительная ошибка восстановления	2.98 %	3.81%	4.73 %	6.1 %

Замечание. Оценка наличия признаковой информации о локальных возмущениях сигнала по величине ошибки воспроизведения менее эффективна.

**Пример 2.** Рассматриваются возможности решения той же задачи при использовании двух основных неадаптивных пакетных алгоритма ТШГ.

В первом варианте (обозначено *Var-1*) параметры алгоритма определяются программной функцией "по умолчанию" *ddencmp*(\*.\* ) и для данного сигнала оказываются следующими:

- критерий порога (*crit*) – *sure*, тип порога – *h*, величина порога (*thr*) – 3.83, сохранение коэффициентов аппроксимации (*keepapp*=1).

- во втором варианте используется глобальный (штрафной) порог по стратегии Бирге-Масарт, определяемый функцией: *wpbmpen* (\*).

Формирование сигнала программой Бл-3.

**Бл-3**

```

Var-1. [thr, sorh, keepapp, crit] = ddencmp ('den', 'wp', s
);% параметры по умолчанию.
[xd, wpt, perf0, perf12] = wpdencmp (s, sorh, 4,
'db4', thr, keepapp); % алгоритм шумоподавления.
d1 = wrcoef (wpt, 2);
% графики s, xd, d1 функцией plot(x).

Var-2. T = wrdec (s, 4, 'db4'); d1 = wrcoef (T, 2); %
алгоритм пакетного разложения.
sigma = median(abs(d1))/0.6745; thr = wpbmpen (
T, sigma, 2);% вычисление порога.
[xd,Td,perf0, perf12]= wpdencmp (T, 's',
'shannon', thr, 1); алгоритм шумоподавления.
dx1 = wrcoef (Td, 2); % Реконструкция сигнала
по коэффициенту dx1.
% Графики .
    
```

Замечание. Основные алгоритмы ТШГ выделены. Опции 'den', 'wp' определяют режим, а параметры *perf0*, *perf12* в данной задаче не используются.

Исходный сигнал и реконструированные после ТШГ (по вариантам) представлены на рис. 8. На рис. 9 показаны сигналы после ТШГ, реконструированные по первому детализирующему коэффициенту. Из анализа следует, что при выборе параметров по умолчанию скачки исходной функции отсутствуют

как на полном восстановленном сигнале, так и реконструированном по первому детализирующему коэффициенту. При штрафном пороге сохраняется информация о первом большом скачке, наблюдаемому только на рис. 9. Отсюда следует, что применение данных алгоритмов ТШГ при обработке сигналов с явно выраженными скачками невозможно.

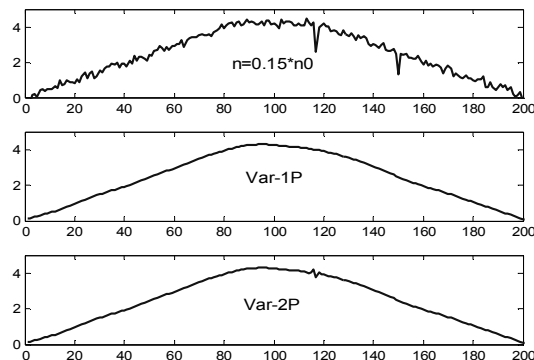


Рис. 8. Исходный и реконструированные сигналы

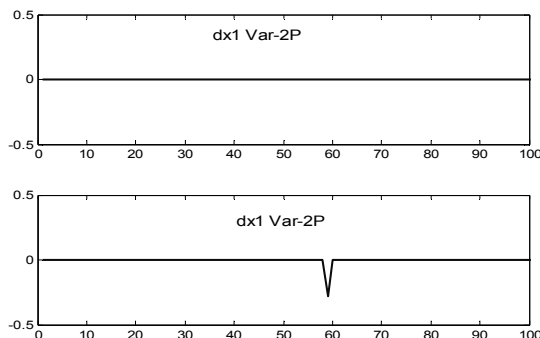


Рис. 9. Сигналы после ТШГ, реконструированные по первому детализирующему коэффициенту

**Пример 3.** Анализируется возможность решения задачи обнаружения короткого импульсного сигнала на фоне шумов, максимальный уровень которых перекрывает амплитуду сигнала (СКВ сравнима с сигналом). Задача относится к классу радиолокационных, однако, как известно [7], радиолокационное обнаружение с вероятностью более 0,5 требует превышения по мощности сигнала над шумом (в оптимальной системе) на 12 ... 13 дБ, таким образом данную задачу можно квалифицировать как асимптотический вариант обнаружения одиночного сигнала при условии, что уровень шумов радиолокационными средствами не может быть снижен относительно заданного уровня. При большом уровне шума применение методов ТШГ не обеспечивает решение задачи при использовании в качестве результата реконструированного сигнала. Возможное решение следует искать в области реконструкции сигнала по какому-либо из аппроксимирующих коэффициентов декомпозиции достаточно высокого уровня. Такое решение найдено методом анализа результатов вычислительного эксперимента с вариацией параметров алгоритма ТШГ. Один из таких результатов представлен на рис. 10 и 11.

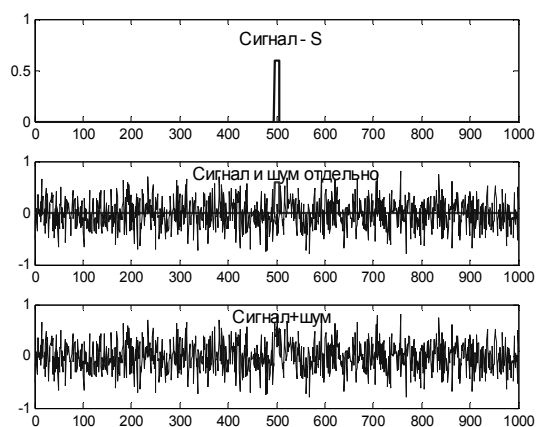


Рис. 10. Анализ сигнала

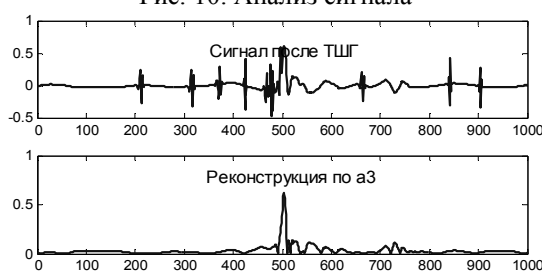


Рис. 11. Выходной сигнал после выполнения адаптивного алгоритма ТШГ

На рис. 10 сверху вниз показаны: эпюра сигнала, сигнал и шум (без суммирования) и смесь сигнала с шумом. По нижнему рис. 10 видно, что обнаружение сигнала без специальной обработки невозможно. На рис. 11 сверху показан выходной сигнал после выполнения адаптивного алгоритма ТШГ с выбором порога по критерию "minimaxi" с жёстким порогом при данных:  $N = 6$ ,  $w = 'db4'$ ,  $s = 0,7$ ,  $n = 0.2$  (СКВ)). Качество выделения сигнала не достоверно. На нижнем рис. 11 показан реконструированный после ТШГ сигнал по аппроксимирующему коэффициенту третьего уровня. Выделение сигнала вполне достоверное.

Таким образом, при рациональном выборе параметров ТШГ и способа представления результата задача обнаружения относительно слабого одиночного импульсного сигнала на фоне практически покрывающих его шумов может решаться методами ВА.

## ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ПАКЕТНИХ АЛГОРИТМІВ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ ПРИ ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ

В.М. Лоза, Є.С. Ленков

У статті розглядаються питання застосування алгоритмів пакетного вейвлет-перетворення (ПВП) з метою визначення видів (класів) сигналів, які переважно обробляти даними алгоритмами. Наводяться результати обчислювальних експериментів і сформульовані рекомендації прикладного застосування алгоритмів ПВП. Проведено порівняння інформативності типового і пакетного алгоритмів вейвлет-аналізу при реконструкції сигналів складної структури. Показано що головним фактом високої ефективності алгоритмів ПВП є властивість адаптації до структури сигналу.

**Ключові слова:** вейвлет-аналіз, пакетне вейвлет-перетворення, трешолдінг.

## FEATURES OF APPLICATION PACKET ANALYSIS ALGORITHMS WAVELET SIGNAL PROCESSING

V.M. Loza, Ye.S. Lenkov

This article discusses the use of algorithms packet wavelet transform (PWT) to determine the types (classes) signals, which are preferably data processing algorithms. The results of computational experiments and formulated recommendations applied PWT application algorithms. A comparison of model and informativeness batch algorithms of wavelet analysis in the reconstruction of the complex structure of signals. It is shown that the main fact of high performance algorithms PWT is to adapt the property of the signal structure.

**Keywords:** wavelet analysis, wavelet packet transform, thresholding.

## Выводы

Пакетный ВА, основываясь на положениях теории и анализе приведенных примеров, характеризуется высокой *потенциальной* эффективностью. В то же время *практическая* эффективность в исследуемых вариантах применения проявляется только в отдельных случаях. Вытекает предположение, что вопросы эффективности ПВП на данном этапе недостаточно изучены, особенно при обработке специальных сигналов фрактальной структуры.

Главным фактом высокой эффективности ПВП является свойство *адаптации* к структуре сигнала. Так, алгоритм Малла при заданном уровне декомпозиции имеет для любого сигнала строго постоянную структуру, состоящую из совокупности аппроксимирующего ВК высшего уровня и всех детализирующих ВК. В то же время наилучшие (оптимальные по критерию энтропии) алгоритмы ПВП имеют "подвижную" структуру, зависящую от формы сигнала.

## Список литературы

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам / И. Добеши. – Ижевск НИЦ РХД, 2001. – 464 с.
2. Чуи К. Введение в вейвлеты / К. Чуи. – М.: Мир, 2001. – 412 с.
3. Смоленцев Н.К. Вейвлет-анализ в MATLAB / Н.К. Смоленцев. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 448 с.
4. Дьяконов В.П. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 976 с.
5. Donoho D.L. Denoising by soft-thresholding / D.L. Donoho // IEEE Trans. Inf. Theory. – Mar. 1995. – Vol. 41, no. 3. – P. 613–627.
6. Исследование возможностей и характеристик методов снижения уровня шума при обработке сигналов, основанных на применении вейвлет-технологии [Электронный ресурс] / В.О. Браун, В.П. Долгушин, В.Н. Лоза, И.В. Памтуха // Журнал радиоэлектроники. – 2014. – №7. – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul14/1/text.pdf>.
7. Соколов А.В. Вопросы перспективной радиолокации – М.: Радиотехника, 2003. – 512 с.

Поступила в редколлегию 11.04.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.