

Математичні моделі та методи

УДК 19.66:519.668

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобылин¹, О.А. Кобылин²

¹ Харківський учебно-науковий інститут ГВУЗ Університета банківського дела, Харків

² Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ С ИНТЕРВАЛЬНО ЗАДАНЫМ АРГУМЕНТОМ, ОПРЕДЕЛЁННЫМ В СИСТЕМЕ ЦЕНТР-РАДИУС

Предложены алгоритмы для вычисления значений элементарных функций, аргументы которых представлены интервальными числами, определёнными в системе центр-радиус. Алгоритмы реализованы в специализированном программном калькуляторе, позволяющем вычислять интервальные значения степенной, показательной, логарифмической функции, прямых и обратных тригонометрических функций, прямых и обратных гиперболических функций.

Ключевые слова: элементарные функции, интервальные числа, определённые в системе центр-радиус, специализированный программный калькулятор, экспоненциальная функция, логарифмическая функция, прямые и обратные тригонометрические функции, прямые и обратные гиперболические функции.

Введение

Задача вычисления значений элементарных функций исторически стала одной из первых задач, решённых на компьютерах [1]. С тех пор и до сегодняшнего дня она остается актуальной, так как методы её решения существенно зависят от непрерывно меняющейся архитектуры компьютеров. Подробно эти методы рассмотрены в работах [2 – 6]. Главная особенность этих работ, с точки зрения авторов данного сообщения, в том, что в них для вычисления значений элементарных функций использована традиционная евклидова арифметика. Использование интервально заданных чисел в указанных работах не рассмотрено.

Анализ литературы. Понятие интервального числа и теоретические основы интервального анализа для решения прикладных задач рассмотрены в работах [7 – 10]. В работе [10] введено представление интервального числа в системе центр-радиус. В работах [11, 12] показано, что применение этой системы позволяет получить результат операции, имеющий наименьший интервал в сравнении с остальными способами представления интервальных чисел. Правила действий с интервальными числами, представленными в системе центр-радиус, изложены в работе [10].

Следуя этой работе рассмотрим множество действительных чисел R , на котором определим интервальное число A в виде замкнутого интервала:

$$A = \langle \underline{a}, \bar{a} \rangle = (a_1, a_2), \quad \underline{a} \leq \bar{a}; \quad a_1 \leq a_2, \quad (1)$$

и представим в виде:

$$A = \langle a, r_a \rangle, \quad (2)$$

$$\text{где } a = (a_1 + a_2)/2, \quad r_a = (a_2 - a_1)/2, \quad a, r_a \in R. \quad (3)$$

При применении системы центр-радиус действия сложения и вычитания с интервальными числами выполняются по следующим правилам:

$$A + B = \langle a + b, r_a + r_b \rangle; \quad (4)$$

$$A - B = \langle a - b, r_a + r_b \rangle. \quad (5)$$

В рамках данной работы примем, что границы интервалов, на которых определены рассматриваемые числа, образованы вычислительными ошибками, погрешностями измерений или неполным знанием области изменения некоторой физической величины. Поэтому в условии (2) должны быть выполнены неравенства:

$$a \geq r_a \geq 0, \quad b \geq r_b \geq 0, \quad (6)$$

иначе будем считать, что задача, в рамках наших представлений об исследуемом объекте, физического смысла не имеет. В работе [10] предложены формулы для выполнения операции деления и умножения в системе центр-радиус в виде:

$$\langle a, r_a \rangle \langle b, r_b \rangle = \langle ab + r_a r_b, ar_b + br_a \rangle; \quad (7)$$

$$\frac{\langle a, r_a \rangle}{\langle b, r_b \rangle} = \left\langle \frac{ab + r_a r_b}{b^2 - r_b^2}, \frac{ar_b + br_a}{b^2 - r_b^2} \right\rangle. \quad (8)$$

Для возведения в целочисленную степень в работе [10] приведены формулы:

$$A^n = \langle a, r_a \rangle^n = \langle G, R \rangle; \quad (9)$$

при условии, что $n \in Z$. Тогда:

$$G = \sum_{k=0}^n C_n^{2k} r_a^{2k} a^{n-2k};$$

$$R = \sum_{k=0}^n C_n^{2k+1} r_a^{2k+1} |a|^{n-(2k+1)}. \quad (10)$$

Для программирования процесса вычислений условие (9) представим, с учетом условия (10), в виде:

$$A = \langle a; r_a \rangle^n = \langle a^2 + r_a^2; 2|a|r_a \rangle \underbrace{\langle (a; r_a) \dots (a; r_a) \rangle}_{n-2}. \quad (11)$$

В работе [9] модуль интервального числа $A = \langle a, \bar{a} \rangle$ определен так:

$$\text{mod}(A) = \max \{ (a - r_a), (a + r_a) \}. \quad (12)$$

Для определения значений элементарных функций с интервально заданным аргументом в работах [9, 10, 13] применено их разложение в ряд Тейлора. Такой подход, по нашему мнению, требует отсутствующего в настоящее время строгого обоснования понятий предельного перехода и сходимости для функциональных рядов, численные значения аргументов которых заданы в интервальном виде.

Постановка задачи. Разработка и программная реализация методов вычисления значений элементарных функций на основе их многочленных и рациональных аппроксимаций, при условии, что численные значения аргументов есть интервальные числа, заданные в системе центр-радиус.

Полученные результаты

Рассмотрим основные арифметические операции в том случае, когда один из операндов - постоянное число.

В системе центр-радиус, используя условия (2, 3), постоянное число C представим в виде $C = \langle c, 0 \rangle$. Примем, что $A = \langle a, r_a \rangle$ и $B = \langle b, 0 \rangle$. Тогда операции сложения и вычитания представим в виде:

$$A + B = \langle a + b, r_a \rangle; \quad (13)$$

$$A - B = \langle a - b, r_a \rangle. \quad (14)$$

Для умножения интервального числа, представленного в системе центр-радиус, на постоянную величину примем, что:

$$AB = \begin{cases} \langle a, 0 \rangle \langle b, r_b \rangle, A = \text{const}, B \neq \text{const}; \\ \langle a, r_a \rangle \langle b, 0 \rangle, A \neq \text{const}, B = \text{const}. \end{cases} \quad (15)$$

При операции деления интервального числа на постоянное число получим, что:

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, r_a \rangle}{\langle b, 0 \rangle} = \left\langle \frac{ab}{b^2}, \frac{br_a}{b^2} \right\rangle = \left\langle \frac{a}{b}, \frac{r_a}{b} \right\rangle; \quad (16)$$

или:

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, 0 \rangle}{\langle b, r_b \rangle} = \left\langle \frac{ab, ar_b}{b^2 - r_b^2} \right\rangle = \left\langle \frac{ab}{b^2 - r_b^2}, \frac{ar_b}{b^2 - r_b^2} \right\rangle. \quad (17)$$

Следуя работе [3, С. 78], и принимая во внимание ранее введенные обозначения, представим логарифмическую функцию в виде:

$$\ln \langle x, r_x \rangle =$$

$$= \sum_{i=1}^6 \langle a_i, 0 \rangle \left[\langle -1; 0 \rangle^{i-1} + \frac{\langle 1; 0 \rangle}{\langle x, r_x \rangle^i} \right] \frac{(\langle x, r_x \rangle - \langle 1; 0 \rangle)^i}{\langle i; 0 \rangle}. \quad (18)$$

Далее при описании вычислительных алгоритмов, во избежание недоразумений, связанных с использованием десятичных дробей, вместо символа $\langle a, r_a \rangle$ будем использовать символ $\langle a; r_a \rangle$.

Коэффициенты a_i , необходимые для вычисления величины $\ln \langle x, r_x \rangle$, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значение коэффициентов для приближения функции $\ln(x)$

a_1	0,500000	a_4	0,030303
a_2	0,227273	a_5	0,007576
a_3	0,090909	a_6	0,0001082

Произвольную показательную функцию, используя работу [3, С. 49] представим в виде:

$$a^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x \ln a)^k}{k!}. \quad (19)$$

Тогда, с учетом условия (18), её интервальным расширением будет функция вида:

$$\langle a; r_a \rangle^{\langle x; r_x \rangle} = \sum_{k=0}^6 \frac{(\langle x; r_x \rangle \ln \langle a; r_a \rangle)^k}{k!}. \quad (20)$$

Экспоненту с отрицательным показателем, точнее её рациональное приближение, следуя работе [3, С. 63], представим в виде

$$e^{-x} = \left[\sum_{k=0}^6 a_k x^k \right]^{-4}, \text{ при } 0 \leq x \leq 16. \quad (21)$$

Значения коэффициентов a_k , используемых для приближения величины e^{-x} , приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значение интерполяционных коэффициентов для приближения величины e^{-x}

a_0	1	a_4	0,0001715620
a_1	0,2499986842	a_5	0,0000054302
a_2	0,0312575832	a_6	0,0000006906
a_3	0,00259137121		

Интервальное расширение функции (20) примет вид:

$$e^{-\langle x, r_x \rangle} = \left[\sum_{k=0}^6 \langle a, r_a \rangle_k \langle x, r_x \rangle^k \right]^{-4}, \quad 0 \leq x \leq 16. \quad (22)$$

Экспоненту с положительным показателем представим в виде:

$$e^{\langle x, r_x \rangle} = 1 / \left[\sum_{k=0}^6 \langle a, r_a \rangle_k \langle x, r_x \rangle^k \right]^{-4}. \quad (23)$$

Это позволяет осуществлять действия с числами в диапазоне $[1, 12 \cdot 10^{-7}; 8, 88 \cdot 10^6]$.

При выбранных методах вычисления значений тригонометрических и гиперболических функций потребуются выполнение операций сравнения интервальных чисел, представленных в системе центр-радиус.

Будем считать, что интервальное число A_1 меньше интервального числа A_2 если:

$$(A_1 = \langle a_1; r_{a1} \rangle) < (A_2 = \langle a_2; r_{a2} \rangle) \Rightarrow \Rightarrow a_1 + r_{a1} < a_2 - r_{a2}. \quad (24)$$

В работе[9] модулем интервального числа $A = (\underline{a}, \bar{a})$ называют величину

$$\text{mod}(A) = \max \{ (a - r_a), (a + r_a) \}. \quad (25)$$

Комодулем интервального числа $A = (\underline{a}, \bar{a})$ назовём величину:

$$\text{Comod}(A) = \min \{ (a - r_a), (a + r_a) \}. \quad (26)$$

Пусть V – некоторое интервальное число и K – некоторое неинтервальное число. Тогда условие $|V| \leq K$ можно представить в виде:

$$(|V| \leq K) \Rightarrow (\text{comod} \langle k; r_k \rangle \geq \langle 1; 0 \rangle) \& \text{mod} \langle k; r_k \rangle \leq 1. \quad (27)$$

Условие $|V| \geq K$ представим в виде:

$$(|V| \geq K) \Rightarrow (\text{comod} \langle k; r_k \rangle \geq \langle 1; 0 \rangle) \& \text{mod} \langle k; r_k \rangle \leq 1. \quad (28)$$

Для вычисления значений тригонометрических функций с интервально заданным аргументом используем методику, описанную в работе [4, С. 232].

Пусть $X = \langle x; r_x \rangle$, тогда:

$$Z = \frac{X}{2} = \frac{\langle x; r_x \rangle}{\langle 2; 0 \rangle} = \left\langle \frac{x}{2}; \frac{r_x}{2} \right\rangle. \quad (29)$$

Функцию $\text{tg}Z$ представим в виде:

$$\text{tg}Z = Z + \frac{1}{3}Z^3 + \frac{2}{15}Z^5 + \frac{17}{315}Z^7 + \frac{62}{2835}Z^9. \quad (30)$$

$$\text{mod}(Z) < \pi / 2.$$

Используя условие (29) и основную тригонометрическую подстановку, получим выражения для вычисления основных тригонометрических функций, которые приведены в табл. 3.

При использовании формул, приведенных в этой таблице, следует помнить, что их применять следует, только используя правила действия с интервальными числами, описанными ранее.

Для вычисления значений обратных тригонометрических функций используем выражения, приведенные в работе [9, С. 115, 119].

Тогда получим, что:

$$\arcsin \langle x; r_x \rangle = \ln \left(\langle 1; 0 \rangle + \langle x; r_x \rangle + \frac{\langle x; r_x \rangle^{\langle 2; 0 \rangle}}{2!} + \frac{\langle 5 \rangle \langle x; r_x \rangle^{\langle 4; 0 \rangle}}{4!} \right); \quad (31)$$

Значения основных тригонометрических функций, выраженных с использованием тангенса половинного угла

Функция	Подстановка	Ограничения
$\sin X$	$\frac{2\text{tg}Z}{1 + \text{tg}^2 Z}$	$\text{mod}(Z) \neq \pi(1 + 2Z)$
$\cos X$	$\frac{1 - \text{tg}^2 Z}{1 + \text{tg}^2 Z}$	$\text{mod}(Z) \neq \pi(1 + 2Z)$
$\text{tg}X$	$\frac{2\text{tg}Z}{1 - \text{tg}^2 Z}$	$\text{mod}(Z) \neq \pi(1 + 2Z)$ $\text{mod}(Z) \neq \pi \left(\frac{1}{2} + Z \right)$
$\text{ctg}X$	$\frac{1 - \text{tg}^2 Z}{2\text{tg}Z}$	$\text{mod}(Z) \neq \pi(1 + 2Z)$ $\text{mod}(Z) \neq \pi \left(\frac{1}{2} + Z \right)$

$$\text{ark cos} \langle x; r_x \rangle = \frac{\langle \pi; 0 \rangle}{\langle 2; 0 \rangle} - \text{ark sin} \langle x; r_x \rangle; \quad (32)$$

$$\text{arctg} \langle x; r_x \rangle = \ln \left(\frac{\langle 1; 0 \rangle + \langle x; r_x \rangle + \frac{\langle x; r_x \rangle^{\langle 2; 0 \rangle}}{2!}}{-\frac{\langle x; r_x \rangle^{\langle 3; 0 \rangle}}{3!} + \frac{\langle 7; 0 \rangle \langle x; r_x \rangle^{\langle 4; 0 \rangle}}{4!}} \right); \quad (33)$$

$$\text{arkctg} \langle x; r_x \rangle = \frac{\langle \pi; 0 \rangle}{\langle 2; 0 \rangle} - \text{arctg} \langle x; r_x \rangle. \quad (34)$$

Для вычисления значений гиперболических функций с интервально заданным аргументом используем методику, описанную в работах [3, С. 133; 4, С. 264].

Примем, что:

$$d \langle x; r_x \rangle = \exp(\langle x; r_x \rangle - 1). \quad (35)$$

Тогда основные гиперболические функции представим в виде:

$$\text{sh}(\langle x; r_x \rangle) = \langle 0.5; 0 \rangle \left(d \langle x; r_x \rangle + \frac{d \langle x; r_x \rangle}{d \langle x; r_x \rangle + \langle 1; 0 \rangle} \right); \quad (36)$$

$$\text{ch}(\langle x; r_x \rangle) = \left(\text{sh}^2 \langle x; r_x \rangle + 1 \right)^{\langle 0.5; 0 \rangle}; \quad (37)$$

$$\text{th}(\langle x; r_x \rangle) = \frac{\text{sh} \langle x; r_x \rangle}{\left(\text{sh}^2 \langle x; r_x \rangle + 1 \right)^{\langle 0.5; 0 \rangle}}; \quad (38)$$

$$\text{cth}(\langle x; r_x \rangle) = \frac{\left(\text{sh}^2 \langle x; r_x \rangle + 1 \right)^{0.5}}{\text{sh} \langle x; r_x \rangle}; \quad (39)$$

Для вычисления значений обратных гиперболических функций используем методику, описанную в работе [14, С. 28].

Значения аркасинуса гиперболического вычислим по формуле:

$$\begin{aligned} \text{Arsh}(\langle x; r_x \rangle) &= \\ &= \ln \left(\langle x; r_x \rangle + \left(\langle x; r_x \rangle^2 + \langle 1; 0 \rangle \right)^{\langle 0,5;0 \rangle} \right). \end{aligned} \quad (40)$$

С учетом двузначности аркакосинуса гиперболического для вычисления его значений используем формулы:

$$\begin{aligned} \text{Arch}(\langle x; r_x \rangle_1) &= \\ &= \ln \left(\langle x; r_x \rangle + \left(\langle x; r_x \rangle^2 - \langle 1; 0 \rangle \right)^{\langle 0,5;0 \rangle} \right) \\ \text{co mod}(X = \langle x; r_x \rangle) &\geq \langle 1; 0 \rangle; \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \text{Arch}(\langle x; r_x \rangle_2) &= \\ &= -\ln \left(\langle x; r_x \rangle + \left(\langle x; r_x \rangle^2 - \langle 1; 0 \rangle \right)^{\langle 0,5;0 \rangle} \right) \\ \text{co mod}(X = \langle x; r_x \rangle) &\geq \langle 1; 0 \rangle. \end{aligned} \quad (42)$$

Значения арктангенса гиперболического и арккотангенса гиперболического вычислим по формулам:

$$\begin{aligned} \text{Arth} \langle x; r_x \rangle &= \langle 0,5;0 \rangle \ln \frac{\langle 1;0 \rangle + \langle x; r_x \rangle}{\langle 1;0 \rangle - \langle x; r_x \rangle}, \\ -1 < \text{co mod}(X = \langle x; r_x \rangle), \\ \text{mod}(X = \langle x; r_x \rangle) &< 1. \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \text{Arcth} \langle x; r_x \rangle &= \langle 0,5;0 \rangle \ln \frac{\langle 1;0 \rangle + \langle x; r_x \rangle}{\langle x; r_x \rangle - \langle 1;0 \rangle}, \\ \text{co mod}(X = \langle x; r_x \rangle) &\geq -1, \\ \text{mod}(X = \langle x; r_x \rangle) &< 1. \end{aligned} \quad (44)$$

Для проведения вычислительных экспериментов разработана программная система на языке программирования C# в среде программирования Visual Studio. Главная форма предлагаемой программной системы показана на рис. 1.

Примеры расчетов по интервальным расширениям элементарных функций показаны на рис. 2 – 6. В программной системе предусмотрено ее дальнейшее расширение, для решения прикладных задач с использованием интервальных расширений математических функций.

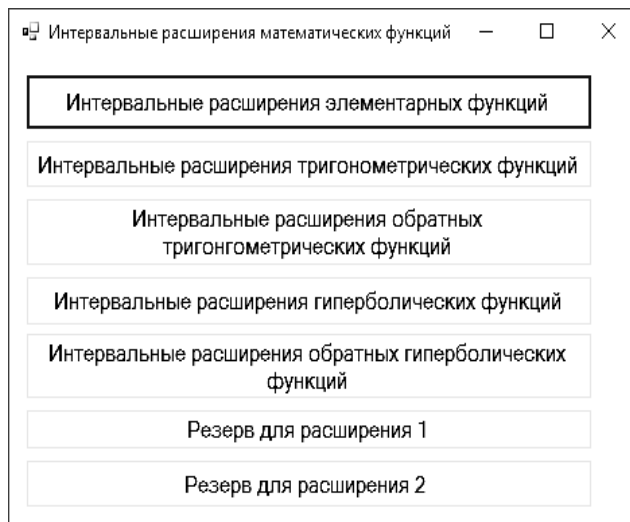


Рис. 1. Главное окно программной системы для программного обеспечения «Интервальные расширения математических функций»

Выводы

1. Предложены алгоритмы для вычисления значений элементарных функций, аргументы которых представлены интервальными числами, определёнными в системе центр-радиус.
2. Алгоритмы реализованы в специализированном программном калькуляторе, позволяющем вычислять интервальные значения степенной, показательной, логарифмической функции, прямых и обратных тригонометрических функций, прямых и обратных гиперболических функций.

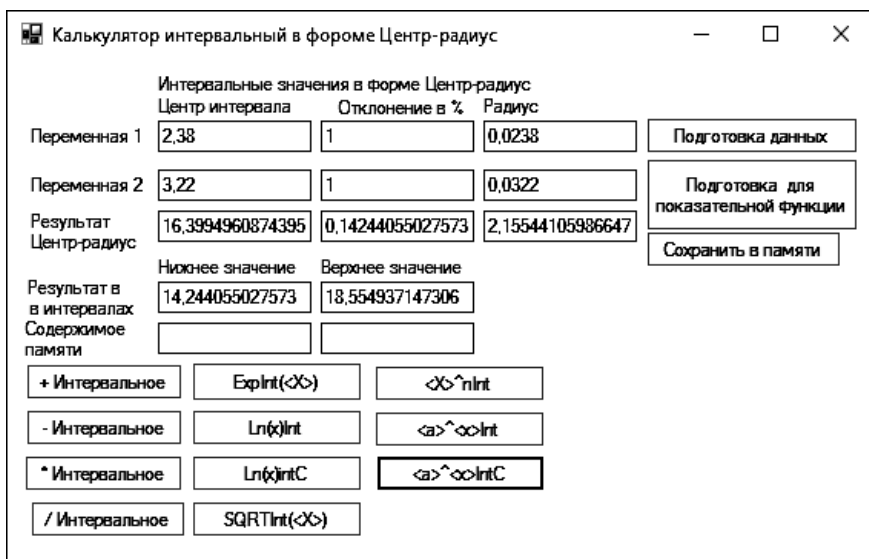


Рис. 2. Пример расчета значений степенной функции

Вычисление интервальных расширений тригонометрических функ...

Вычисление тригонометрических функций для аргументов заданных в форме центр-радиус

Интервальные значения аргументов в форме "Центр-радиус"
 Центр интервала Отклонение в % Радиус

Значение аргумента в радианах 0,523598776 1 0,00523598776

Значение аргумента в градусах 30,0000000230158 0,3000000002

Результат в форме "Центр-радиус"
 0,50000404858811 1,1274082912954 0,00563708710

ТангенсZ_Интервальный

Sin(X)_Int

Cos(X)_Int

Tg(X)_Int

Cg(X)_Int

Результат в интервальном виде
 Нижнее значение Верхнее значение
 0,49436696148751 0,5056411356887

SIN(<x,rx>)Intn **Закреть форму**

sin(<x,rx>)|Int2

Рис. 3. Пример расчета значений тригонометрической функции

Вычисление интервальных расширений обратных тригонометрических функций для аргументов, заданных в форме "центр-радиус"

Интервальные значения аргумента в форме "Центр-радиус"
 Центр интервала Отклонение от центра % Радиус

Значение аргумента 0,5 2 0,01

Результат в радианах в форме "Центр-радиус"
 0,51931309142099 5,01875583935987 0,02606305610025

Результат в градусах в классической интервальной форме
 29,7544483843142 5,01875583935987 1,49330311575709

arcsin<x,rx>Int

arccos<x,rx>Int

arctg<x,rx>

arccotg<x,rx>

Результат в интервальном виде в радианах
 Нижнее значение Верхнее значение
 0,49325003532073 0,54537614752124

Закреть форму

Рис. 4. Пример расчета значений обратной тригонометрической функции

Вычисление интервальных расширений гиперболических функций в интервалах в форме "Центр-радиус"

Интервальные значения в форме "Центр-радиус"
 Центр интервала Отклонение от центра в % Радиус

Значение аргумента в форме "Центр-радиус"
 0,7 1 0,007

Значение результата в форме "Центр-радиус"
 0,75865128801645 2,33226755783213 0,01769377786748

Значение результата в классической интервальной форме
 0,74095751014897 2,33226755783213 0,77634506588394

SH(<x,rx>) Int

CH(<x,rx>)Int

TH(<x,rx>)Int

COTH(<x,rx>)Int

Результат в интервальном виде
 Нижнее значение Верхнее значение
 0,74095751014897 0,77634506588394

Закреть форму

Рис. 5. Пример расчета значений гиперболической функции

Вычисление интервальных расширений обратных гиперболических функций

Вычисление интервальных расширений обратных гиперболических функций в интервальном виде в форме "Центр-радиус"

Интервальные значения в форме "Центр-радиус"

Центр интервала	Отклонение от центра в%	Радиус
0,7	2	0,014

Значение аргумента в форме "Центр-радиус"

Значение результата в форме "Центр-радиус"

0,653600269154151	0,00021317519379	0,03261553029456
-------------------	------------------	------------------

Значение результата в классической интервальной форме

ArcSh(<x,r>)Int

ArcCh(<x,r>)Int

ArcTh(<x,r>)Int

ArcCTH(<x,r>)Int

Результат в интервальном виде

Нижнее значение	Верхнее значение
0,620984738859587	0,68621579944871

Закреть форму

Рис. 6. Пример расчета значений обратной гиперболической функции

Список литературы

1. Carlson B. Rational approximation of functions [Текст] / B. Carlson, M. Goldstein. – Los Alamos Scientific Laboratory LA-1943, 1955.
2. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. [Текст] / Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
3. Люстерник Л.А. Математический анализ: Вычисление элементарных функций [Текст] / Л.А. Люстерник, О.А. Червоненкис, А.Р. Янпольский. – М., 1963. – 248 с.
4. Попов Б.А. Вычисление функций на ЭВМ. [Текст] / Б.А. Попов, Г.А. Теслер. – К.: Наук. думка, 1984. – 599 с.
5. Кошаровский А.Н. Разработка и исследование алгоритмов и процессоров вычисления значений элементарных функций: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.05 / Кошаровский Андрей Николаевич. – М.: Московский энергетический институт, 2000. – 179 с.
6. Сальников М.С. Рекурсивный алгоритм вычисления логарифма [Текст] / М.С. Сальников // Информационные процессы. – 2012. – Т.12. – №3. – С. 248-252.
7. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления [Текст] / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
8. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях [Текст] / А.Е. Алтунин, М.В. Семухин. – Тюмень: ТГУ, 2000. – 352 с.
9. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ [Текст] / С.П. Шарый. – М.: XYZ, 2012. – 606 с.
10. Жуковська О.А. Основи інтервального аналізу [Текст] / О.А. Жуковська. – К.: Освіта України, 2009. – 136 с.
11. Дубницький В.Ю. Порівняльний аналіз результатів планування нормативів безпеки засобами класичної та нестандартної арифметики [Текст] / В.Ю. Дубницький, А.М. Кобилін // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2014. – № 5 (69). – С. 29-33.
12. Дубницький В.Ю. Решение обратной задачи интервального анализа поисковым методом [Текст] / В.Ю. Дубницький, А.М. Кобылин // Вісник Харківського національного університету. – 2014. – № 1131. – С. 54-72.
13. Стоян Ю.Г. Введення в інтервальну геометрію: навч. посіб. [Текст] / Ю.Г. Стоян. – Х.: ХІРЕ, 2006. – 98 с.
14. Янпольский А.Р. Гиперболические функции [Текст] / А.Р. Янпольский. – М.: Физматгиз, 1960. – 195 с.

Поступила в редколлегию 18.05.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Машгалир, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

ОБЧИСЛЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ З ІНТЕРВАЛЬНО ЗАДАНИМ АРГУМЕНТОМ, ВИЗНАЧЕНИМ В СИСТЕМІ ЦЕНТР-РАДІУС

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобилін, О.А. Кобылін

Запропоновано алгоритми для обчислення значень елементарних функцій, аргументи яких представлено інтервальними числами, які визначено в системі центр-радіус. Алгоритми реалізовано в спеціалізованому програмному калькуляторі, що дозволяє обчислювати інтервальні значення степеневі, показникової, логарифмічної функції, прямих і зворотних тригонометричних функцій, прямих і зворотних гіперболічних функцій.

Ключові слова: елементарні функції, інтервальні числа, які визначено в системі центр-радіус, спеціалізований програмний калькулятор, степенева функція, показникова функція, логарифмічна функція, прямі і зворотні тригонометричні функції, прямі і зворотні гіперболічні функції.

CALCULATION OF ELEMENTARY FUNCTION VALUES WITH INTERVAL STATED ARGUMENT DETERMINED IN CENTER-RADIUS SYSTEM

V.Yu. Dubnitskiy, A.M. Kobylin, O.A. Kobylin

Algorithms are proposed to calculate the values of elementary functions whose arguments are represented by interval numbers determined in center-radius system. The arguments are realized in specialized programmable calculator which enables to calculate interval values of power, exponential, logarithmic function, direct and inverse trigonometric functions, direct and inverse hyperbolic functions.

Keywords: elementary functions, interval numbers determined in center-radius system, specialized programmable calculator, exponential, logarithmic function, direct and inverse trigonometric functions, direct and inverse hyperbolic functions.