

УДК 621.391

В.И. Василишин

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СОБСТВЕННО-СТРУКТУРНЫМИ МЕТОДАМИ ПРИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ SSA

В работе проанализировано влияние размера сегментов, на которые разбивается выборка временного ряда, на эффективность спектрального анализа сигналов собственно-структурными методами при ее предварительной обработке методом SSA или его модификацией. Показаны условия выбора размера сегмента (окна) для модифицированного метода SSA, при которых он более эффективен по сравнению с исходным методом SSA.

Ключевые слова: уменьшение шума в наблюдении, собственные векторы, собственные значения, сингулярные значения, сингулярные векторы, модифицированный метод SSA, размер сегмента, общий статистический анализ.

Введение

Методы спектрального анализа (СА) находят широкое применение при решении ряда задач, которые возникают в системах радиосвязи, радиолокации, радиомониторинга (например, при определении параметров канала связи, обработке речи, изображений) и т.д.

Во многих современных методах СА используется спектральное разложение корреляционной матрицы (КМ) наблюдений или матрицы данных (МД), реализуемое с помощью разложения по собственным значениям (СЗ) и векторам (СВ) КМ наблюдений – EVD (eigenvalue decomposition) или разложения по сингулярным значениям (СИЗ) и сингулярным векторам (СИВ) МД – SVD (singular value decomposition).

Задача поиска СЗ и СВ КМ наблюдений возникает в разложении Карунена – Лоэва, анализе главных компонент (principal component analysis – PCA), анализе независимых компонент (independent component analysis – ICA), нелинейном анализе главных компонент, факторном анализе и т.д. [1-4]. Метод SVD и его модификации находят широкое применение при решении задач оптимизации передачи информации по параллельным каналам связи (в системах связи с многими входами и многими выходами (MIMO – multiple input-multiple output)), при определении параметров канала связи, обработке изображений, реализации методов по снижению шума наблюдения, таких как метод SSA (singular spectrum analysis – анализ сингулярного спектра матрицы), и т.д.

Особое место среди методов СА, основанных на использовании разложения КМ наблюдения по СЗ и СВ или МД по СИЗ и СИВ, элементов функционального анализа занимают так называемые собственно-структурные (СС) методы или методы, ос-

нованные на использовании подпространств СВ (subspace-based). Последнее название обусловлено тем, что в ходе реализации таких методов СЗ и СВ (СИЗ и СИВ) разбиваются на соответствующие подпространству сигнала (ППС) и подпространству шума (ППШ).

Характерной особенностью обработки сигналов и полей в условиях низкого отношения сигнал-шум (ОСШ) и малого объема выборки является наличие так называемого порогового эффекта, который, например, проявляется в резком увеличении, среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания по мере уменьшения ОСШ (числа обучающих выборок) ниже некоторого порога. Наличие такого порогового эффекта обусловлено наличием эффекта перетекания подпространств (subspace leakage) [4, 8, 9].

Для повышения эффективности СС методов в указанных условиях используется ряд подходов – учет свойств КМ наблюдения (персимметрии, теплицевости и т.д.), регуляризация (диагональное взвешивание) выборочной КМ входных данных, технология суррогатных данных, методы подавления шума в наблюдении и т.д. [1, 4-11].

Следует отметить, что реализация СС методов СА, а также процедур оценки числа компонент сигнала (числа источников излучения) предполагает, что СЗ ППШ примерно одинаковы. Однако, в случае, когда размер выборки крайне мал или ОСШ низкое, разброс шумовых СЗ достаточно значителен и они не достаточно близки друг к другу. Разброс СЗ можно охарактеризовать известным в теории общего статистического анализа (GSA – general statistical analysis) распределением Марченко-Пастура [3]. Учет вида распределения СЗ, профиля СЗ позволяет улучшить характеристики СС методов и процедур оценки числа источников излучения [1, 4, 7, 8].

Реализация адаптивного варианта технологии суррогатных данных [7], модифицированного варианта SSA [8,9] предполагает оценку дисперсии шума наблюдения. Для ее оценивания в работе [7] использована аппроксимация профиля упорядоченных шумовых СЗ затухающей экспоненциальной функцией и прогноз СЗ шума на сигнальное подпространство. В работе [8] предложена оценка, основанная на результатах, полученных с использованием общего статистического анализа, сокращенно – G-анализа, также известного как теория случайных матриц (random matrix theory – RMT).

Вместе с тем, нуждается в исследовании ряд вопросов, связанных с применением метода SSA и его модификации.

В [8, 9] преимущества предварительной обработки входной последовательности методом SSA и предложенной модификации этого метода показаны на примере СС методов Root-MUSIC и ESPRIT (оценивание параметров сигнала посредством вращательной инвариантности) для условий малой выборки [1,7]. При этом размер сегмента (окна), используемый в методе SSA, выбирался равным размеру сегмента, который применялся при формировании МД для исходного метода СА (например, Root-MUSIC или ESPRIT). Выбор другого размера сегмента (окна) не рассматривался. Некоторые результаты, связанные с выбором размера окна (сегмента) при реализации пространственного сглаживания приведены в [11].

Поэтому цель данной работы - анализ влияния размера сегментов, на которые разбивается входная последовательность, на эффективность спектрального анализа СС методами при предварительной обработке входной последовательности методом SSA или его модификацией.

Модель данных

Реализация метода SSA предполагает использование МД ганкелевой структуры [4,8]

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(N - m + 1) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(N - m + 2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y(m) & y(m + 1) & \dots & y(N) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

В качестве столбцов (строк) такой матрицы данных используются вектора (сегменты) размером $m > 2V$ [4] вида

$$y(n) = [y(n) \dots y(n + m - 1)]^T, \quad (2)$$

где $n = 1, \dots, K$, $K = N - m + 1$.

В рассматриваемой задаче временного СА

$$y(n) = \sum_{v=1}^V x_v(n) + e(n) = s(n) + e(n), \quad (3)$$

где $x_v(n) = \alpha_v \sin(\omega_v n + \phi_v)$ – v -ая гармоническая компонента сигнала [5 – 9], $e(n)$ – белый гауссов шум, $n = 1, \dots, N$, α_v – амплитуда, $\omega_v = 2\pi f_v$ – частота, а ϕ_v – фаза v -й гармонической компоненты.

Полагаем, что шум $e(n)$ имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию σ^2 , а ϕ_v – случайные независимые величины, равномерно распределенные на интервале $[0, 2\pi)$, $\omega_v \in [0, \pi)$. Используя методы СА по наблюдению $\{y(n)\}_{n=1}^N$ необходимо дать оценки значениям частот ω_v , $v = 1, \dots, V$.

Для этого на основании МД (1) можно получить оценку КМ наблюдения

$$\hat{R} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^K y(n)y^T(n) = \frac{1}{K} Y Y^T.$$

По результатам SVD МД (либо разложения по СЗ и СВ КМ наблюдения) реализуются СС методы СА.

Анализ влияния величины сегмента на эффективность спектрального анализа

Для реализации метода SSA (известного также как метод "Гусеница") выполняются такие шаги [4, 8]:

- 1) по выборке $\{y(n)\}_{n=1}^N$ формируется ганкелева МД Y ;
- 2) осуществляется поиск СИБ и СИЗ МД Y (или СЗ и СВ КМ \hat{R});
- 3) группируются СИЗ и соответствующие им СИБ (что упрощенно сводится к отбору \hat{V} наибольших СИЗ и соответствующих им СИБ);
- 4) аппроксимируется (формируется отфильтрованная от шума наблюдения) МД

$$Y_{\text{анпр.}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} \hat{\mu}_q \hat{u}_q v_q^T;$$

- 5) путем усреднения элементов матрицы $Y_{\text{анпр.}}$ (ганкелизации), находящихся на ее кросс-диагоналях формируется отфильтрованная выборка временного ряда $y_{\text{фильтр.}}(n)$.

В [8] предложена модификация метода SSA, в которой формируется отфильтрованная от шума наблюдения МД вида

$$Y_{\text{фильтр.}} = \sum_{q=1}^{\hat{V}} (\hat{\mu}_q - \hat{\sigma}) \hat{u}_q v_q^T,$$

где $\hat{\mu}_q$ - СИЗ, \hat{u}_q (\hat{v}_q) – левый (правый) СИБ ППС МД Y , $\hat{\sigma}$ – среднеквадратическое отклонение шу-

ма, которое может быть оценено одним из подходов, представленных в работах [7, 8]. В данной работе использован подход из [8].

При совместном использовании модифицированного и исходного метода SSA с СС методами выполняются следующие шаги: 1) по очищенной от шума последовательности $y_{\text{фильтр}}(n)$ формируется МД и осуществляется ее SVD, в результате которого получают СИБ ППС (или по сформированной МД данных получить оценку КМ наблюдения и выполнить разложение КМ по СЗ и СВ); 2) по СИБ (СВ) ППС (или ППШ) реализуется СС метод.

Моделирование осуществлялось для $N = 64$, число испытаний выбиралось равным $L = 1000$. Рассматривался случай двух равномошных гармонических компонент наблюдаемого сигнала с частотами: $f_1 = 0.2$ Гц и $f_2 = 0.213$ Гц. Таким образом, разнесение по частоте $\Delta f = 0.013$ меньше предела разрешения по Рэлю $(1/N) = 0.0156$. ОСШ определялось как

$$10 \log_{10} \left(\sum_{v=1}^V \alpha_v^2 / \sigma^2 \right),$$

где σ^2 – дисперсия шума.

Предполагалось, что число гармонических компонент сигнала равно $\hat{V} = 4$. Оценка числа компонент может быть получена одним из известных методов [1, 11].

На рис. 1 показаны зависимости СКО оценивания частот от размера сегментов m , полученные методом Root-MUSIC для: исходных данных, результата их предварительной обработки методом SSA (при формировании КМ по $y_{\text{фильтр}}(n)$) и модифицированным методом SSA (Root-MUSIC with modified SSA). Размер сегмента для метода SSA выбирался равным m . После метода SSA размер окна выбирался таким же, как и для исходного Root-MUSIC.

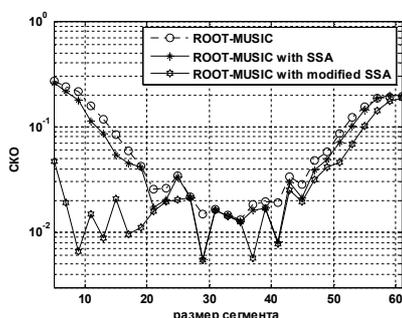


Рис. 1. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала в зависимости от размера сегмента, ОСШ = 5дБ

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 1, показывает, что эффективность СА (точность оценива-

ния частот гармонических компонент сигнала) при использовании модифицированного метода SSA выше, чем при использовании исходного метода, особенно при значениях $m=5...25$. При $m=45...61$ это преимущество не так заметно, что показано также в [8, 9].

Кроме того, рост размера сегментов m (т.е. числа отсчетов в сегменте), которому соответствует уменьшение числа сегментов $K = N - m + 1$, вначале приводит к уменьшению СКО оценивания гармонических компонент, а затем (начиная с определенного размера сегментов) к ее увеличению. Уменьшение СКО вначале связано с увеличением размера сегмента (разрешающей способности СА). Увеличение СКО при $m > 30$ связано с уменьшением K , что обуславливает ухудшение оценки КМ.

На рис. 2 приведены аналогичные зависимости, но для ОСШ = 15дБ. Из анализа зависимостей видно, что преимущество использования модифицированного метода SSA при высоких ОСШ наиболее заметно при малых значениях m .

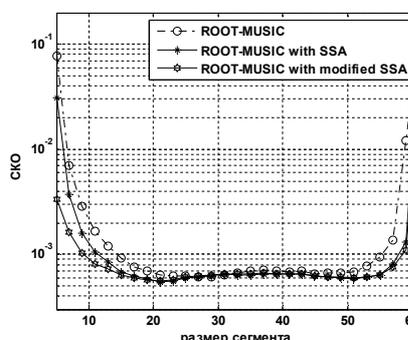


Рис. 2. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала в зависимости от размера сегмента, ОСШ = 15дБ

Приведенные зависимости характерны и для других СС методов, например, метода ESPRIT [9].

На рис. 3 показаны зависимости СКО оценивания частот от значений ОСШ, полученные методом ESPRIT для: исходной последовательности и ее предварительной обработки- фильтрации сигнальных компонент методом SSA и фильтрации шума наблюдения модифицированным методом SSA (ESPRIT with modified SSA).

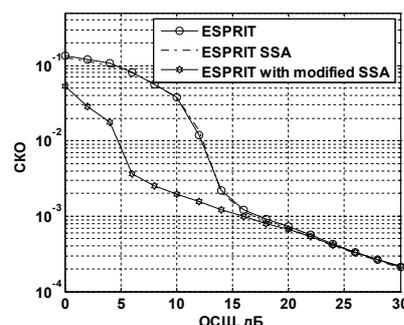


Рис. 3. Зависимости СКО оценивания частот гармонических компонент сигнала от ОСШ, $m = 20$

Для исходного метода ESPRIT $m = 20$, а для метода SSA и его модификации размер сегмента принимался равным $m/2$. Анализ зависимостей, приведенных на рис. 3, подтверждает вывод о том, что выигрыш в применении модификации метода SSA увеличивается по мере уменьшения размера сегмента (окна). В рассмотренных условиях применение классического метода SSA (кривая ESPRIT SSA) не дает выигрыша по сравнению со случаем, когда предварительная обработка не выполняется и он не применяется.

Выводы

Эффективность спектрального анализа при предварительной обработке наблюдений модифицированным и исходным методами SSA зависит от величины размера окна (сегмента). Преимущество использования модифицированного метода SSA над исходным методом более заметно при небольших значениях величины сегмента.

Представляет интерес проанализировать влияние количества компонент, используемых для восстановления МД (или КМ), на качество последующей обработки. Так, в работе [12] показано, что при восстановлении КМ с использованием размноженных с помощью технологии суррогатных данных СВ и СЗ целесообразно добавлять компоненты (СЗ и СВ), соответствующие подпространству шума.

Список литературы

1. Trees H.L.V. *Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation and modulation theory* / H.L.V. Trees. – Wiley–interscience, 2002.
2. Марпл-мл. С.Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ./ С.Л. Марпл-мл.* – М.: Мир, 1990. – 584 с.
3. Гурко В.Л. *Спектральная теория случайных матриц* / В.Л. Гурко. – М.: Наука, 1988. – 376 с.
4. Golyandina N. *Singular Spectrum Analysis for Time Series* / N. Golyandina, A. Zhigljavsky. – Springer, London, 2013.
5. Костенко П.Ю. *Повышение эффективности спектрального анализа при низких отношениях сигнал/шум с использованием технологии суррогатных данных без сегментации наблюдения* / П.Ю. Костенко В.И. Василишин // *Изв. вузов. Радиоэлектроника.* – 2015. – Т. 58, №2. – С. 36-47.
6. Василишин В.И. *Повышение эффективности спектрального анализа методом ESPRIT с использованием технологии суррогатных данных* / В.И. Василишин // *Прикладная радиоэлектроника.* – 2013. – Т. 12, № 3. – С. 400-406.
7. Василишин В.И. *Адаптивный вариант технологии суррогатных данных для повышения эффективности спектрального анализа сигналов собственно-структурными методами* / В.И. Василишин // *Изв. вузов. Радиоэлектроника.* – 2015. – Т. 58, №3. – С. 26-39.
8. Василишин В.И. *Предварительная обработка сигналов с использованием метода SSA в задачах спектрального анализа* / В.И. Василишин // *Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал.* – 2014. – Том 13, № 1. – С. 43–50.
9. Василишин В. И. *Спектральный анализ методом ESPRIT при предварительной обработке данных методом SSA* / В.И. Василишин // *Системи обробки інформації.* – Х.: ХУПС, 2015. – Вип. 1(126). – С. 12-15.
10. Василишин В.И. *Эффективность модифицированного метода пространственного сглаживания* / В.И. Василишин, М.В. Грушенко, А.Н. Колесников // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил.* – Х.: ХУПС, 2005. – Вип. 1(1). – С. 89-93.
11. Василишин В.И. *Оценивание числа гармонических компонент сигнала с использованием технологии суррогатных данных* / В.И. Василишин // *Прикладная радиоэлектроника.* – 2013. – Т. 12, № 4. – С. 542-552.
12. Василишин В.И. *Повышение эффективности спектрального анализа собственно-структурными методами с использованием технологии суррогатных данных для собственных векторов ковариационной матрицы наблюдения* / В.И. Василишин // *Радиотехника.* – 2013. – Вип. 174. – С. 66-72

Поступила в редколлегию 20.05.2016

Рецензент: д-р техн. наук, доц, М.А. Павленко, Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков.

ЕФЕКТИВНІСТЬ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ВЛАСНО-СТРУКТУРНИМИ МЕТОДАМИ ПРИ ПОПЕРЕДНІЙ ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ МОДИФІКОВАНИМ МЕТОДОМ SSA

В.І. Василишин

У роботі проаналізований вплив розміру сегментів, на які розбивається вибірка часового ряду, на ефективність спектрального аналізу сигналів власно-структурними методами при її попередній обробці методом SSA або його модифікацією. Показані умови вибору розміру сегмента (вікна) для модифікованого методу SSA, при яких він більш ефективний у порівнянні з початковим методом SSA.

Ключові слова: зменшення шуму в спостереженні, власні вектори, власні значення, сингулярні вектори, сингулярні значення, модифікований метод SSA, розмір сегмента, загальний статистичний аналіз.

EFFECTIVENESS OF SPECTRAL ANALYSIS BY EIGENSTRUCTURE METHODS WITH SIGNAL PREPROCESSING BY MODIFIED SSA METHOD

V.I. Vasylyshyn

The influence of segment size, on which the time series sample is divided, on the effectiveness of spectral analysis of the signals via eigenstructure methods with preprocessing of the sample by SSA method or modified SSA method is analyzed in the paper. The conditions of selection of segment (window) size for the modified SSA method when it is more effective as compared to initial SSA method is showed.

Keywords: noise reduction in observation, eigenvectors, eigenvalues, singular vectors, singular values, modified SSA method, segment size, general statistical analysis.