

УДК 330.101

Ю.И. Лернер

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ СЛОЖНОГО СОБЫТИЯ В ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЭКОНОМИКЕ

*Разработана методика подходов к определению показателей вероятностей единичных (простых) и сложных случайных событий при использовании методологии учета вероятностного характера производства социально-экономических систем. В рамках применения методов вероятностной экономики решение этой задачи позволяет перейти к оптимизации параметров социально-экономических систем, а также к использованию, в основном, при планировании и прогнозировании методов вероятностной экономики вместо применяющихся в настоящее время методов детерминированной экономики.*

**Ключевые слова:** детерминированная и вероятностная экономика, единичное (простое) и сложное случайное событие, вероятность, доверительный интервал, алгебра логики.

### Вступление и постановка задачи

Разработанная автором методология вероятностной экономики предусматривает оценку случайного единичного (простого) и сложного события. Указанная методология учитывает возможность оценки показателей деятельности различных систем с учетом вероятностного характера таких систем. Для этого используются показатели распределения случайных единичных событий  $X$ ; рассматриваемое при этом предприятие является сложным событием  $Y$ , состоящим из множества случайных единичных (простых) событий  $X$ , параметры распределения которых определяются в результате реализации указанной методологии. В связи с этим, стоит задача определения параметров распределения сложного события, зависящих от вероятности его появления.

При определении доверительных интервалов распределения событий  $X$  в соответствии с указанной методологией необходимо рассматривать методы оценки априорной неопределенности и порождаемых его случайных рисков. Для этого этой методологией предлагается производить определение параметров закона распределения сложного события  $Y$ : математическое ожидание  $Y - m_y$  и его среднеквадратическое отклонение –  $\sigma_y$ .

Величина этих параметров рассчитывается для определения доверительного интервала величины

$Y - I_y$ , который имеет минимальное ( $\min Y$ ) и максимальное ( $\max Y$ ) значение, определяемых при нормальном его распределении (с условием гомоскедастичности признаков) по следующим соотношениям:

$$\min \{I_y\} = m_y - t_p \sigma_y, \quad (1)$$

$$\max \{I_y\} = m_y + t_p \sigma_y. \quad (2)$$

В указанных соотношениях  $t_p$  – количество «отрезков» величиной  $\sigma_y$  на оси  $X$  дифференциального закона распределения величины  $Y$ ; эти отрезки помещаются на части оси  $X$ , равной  $\{m_y - t_p \sigma_y\}$  или  $\{m_y + t_p \sigma_y\}$ ; величина  $t_p$  – это коэффициент Стьюдента, зависящий от вероятности появления сложного события  $Y (P_y)$ .

Отметим еще раз, что сложное событие  $Y$  состоит из множества элементарных событий  $X$ , которые также характеризуются параметрами  $m_x$  и  $\sigma_x$  события  $X$  и имеет также значения  $[\min \{x\}]$  и  $[\max \{x\}]$ . Задача состоит в том, чтобы определить величину  $P_y$ , зная значения  $P_{xi}$  ( $i$  – номер показателя – случайного события  $X$ , в совокупности составляющих функционал  $P_y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n); i = \overline{1, n}$ ).

Как показал проведенный анализ, определение величины  $P_y$  может быть наилучшим образом произведено двумя способами: а) традиционным и б) способом алгебры событий.

**Анализ исследований проблемы.** В экономике применяется целый ряд математических методов для учета неопределенностей и рисков, на некоторых из них основывается разработанная автором настоящей публикации методология вероятностной экономики.

Наиболее распространены из них, как показал анализ, методы и методологии теории игр.

Теория игр – это теория математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта или неопределенности и рисков. В качестве конфликта можно рассматривать любые разногласия. Теорией игр занимались такие известные

математики и экономисты, как Дж. Нэш, Дж. Нейман, Дж. Монгерштерн и др.

Однако, проведенный автором настоящей публикации анализ применимости теории игр в экономических исследованиях, связанных с устойчивостью и надежностью функционирования предприятий в условиях кризиса (неопределенности и рисков) показал, что для решения поставленных ими задач использования этой теории:

во-первых, значительно усложнит проведение исследования,

во-вторых, не даст надежных результатов, так как экономические процессы дискретны по своей природе и не требуют для оптимизации непрерывных процессов.

Поэтому применение этой теории будет носить схоластический характер. Чтобы этого не произошло и, учитывая другие причины, оказался возможным и необходимым к применению совершенно другой подход для решения поставленных в вероятностной экономике задач.

В связи с этим в последние 20-30 лет было проведено исследование, направленное на поиск приемлемых подходов и концепций для того, чтобы решить поставленные автором задачи. В результате проведенного исследования было принято решение о возможности использования для решения поставленных задач методологии оценки устойчивости и надежности функционирования социально-экономических систем в условиях неопределенности и рисков, разработанной и адаптированной к конкретным условиям автором настоящей публикации.

В опубликованных научных трудах автора [1 – 13] приведены данные, характеризующие концепции указанной методологии, здесь же ниже мы остановимся более детально на некоторых подходах автора к оценке вероятности сложного случайного события и выбора оптимальной величины вероятностей случайных единичных (простых) и сложных событий.

### Изложение основного материала

Указанная методология, разработанная автором для учета вероятностного характера производства (рис. 1, 2), основана на решении этой задачи при определении вероятности появления случайных событий  $P$ .

При этом значения  $P$  может приниматься равным или не равным для всех проверяемых  $i$ -х гипотез (случайных, единичных простых событий  $P_i^X$ ).

Если  $P_i^X = P^X = \text{const}$ , то  $P^Y = P^X$ , если же  $P_i^X \neq \text{const}$ , то  $P^Y$  необходимо определить, то есть в этом случае вероятность сложного события (квази-функционального или функционального –

$Y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ) требует своего определения в зависимости от величины  $P$ , принимаемой для каждого  $i$ -го случайного единичного (простого) события.

Определение  $P^Y$  производится на основании теорем сложения (совмещения) и произведения (объединения) вероятностей  $P_i$  с учетом предположения об их независимости и совместимости.

Решим эту задачу на конкретном примере.

Пусть вероятность случайных единичных (простых) событий (аргументов) имеет следующие значения, определенные одинаковым способом для  $\ell_i$ -х случаев замеров для каждого аргумента:

$$P_i = \begin{cases} 0,20 \text{ для } \ell_i = 8, \\ 0,15 \text{ для } \ell_i = 7, \\ 0,10 \text{ для } \ell_i = 5, \\ 0,05 \text{ для } \ell_i = 3. \end{cases} \quad (1)$$

Определим вероятность осуществления (появления) сложного события ( $P_y$ ) не менее  $m$  раз при условии, что всего испытаний было

$$n = \sum_{i=1}^N \ell_i = 8 + 7 + 5 + 3 = 23.$$

Пусть  $m=3$ . Тогда, исходя из теории сложения и умножения вероятностей:

$$P_y^{m,n} = \tilde{\Psi}(m, a) + \frac{b}{\lambda} \Psi(m-1; a), \quad (2)$$

где 
$$a = \sum_{i=1}^N p_i \ell_i, \quad (3)$$

$$b = \sum_{i=1}^N (P_i)^2 \ell_i; \quad (4)$$

здесь  $N$  – количество рассматриваемых аргументов.

$$\tilde{\Psi}(m, a) = \tilde{\Psi}(x; \mu) = \sum_{i=x}^{\infty} e^{-\mu} \cdot \frac{\mu^i}{i}. \quad (5)$$

Рассчитаем соотношения (2) ÷ (4), исходя из данных соотношения (1):

$$a = 0,2 \cdot 8 + 0,15 \cdot 7 + 0,10 \cdot 5 + 0,05 \cdot 3 = 1,6 + 1,05 + 0,5 + 0,15 = 3,3;$$

$$b = (0,2)^2 \cdot 8 + (0,15)^2 \cdot 7 + (0,10)^2 \cdot 3 = 0,32 + 0,16 + 0,05 + 0,01 = 0,54.$$

Тогда соотношение (2) можно записать следующим образом:

$$P_y^{3,23} = \tilde{\Psi}(3; 3,3) + \frac{0,54}{2} \Psi(2; 3,3) \quad (6)$$

Величина  $\tilde{\Psi}(m, a)$  протабулирована, и её значения приведены, например, в табл. 7 источника [1]; для рассматриваемого случая  $\tilde{\Psi}(3; 3,3) = 0,6406$ ;

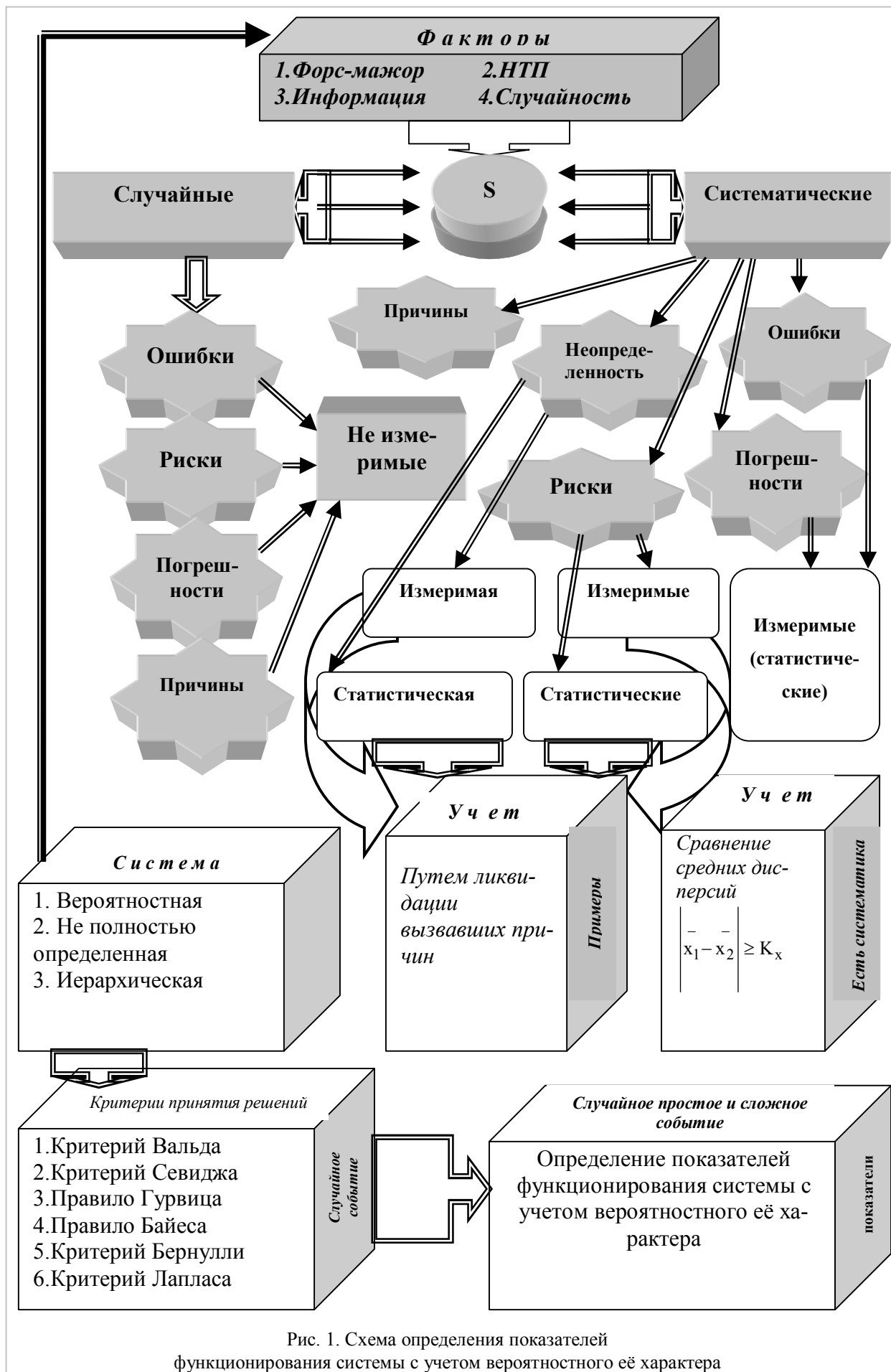


Рис. 1. Схема определения показателей функционирования системы с учетом вероятностного её характера

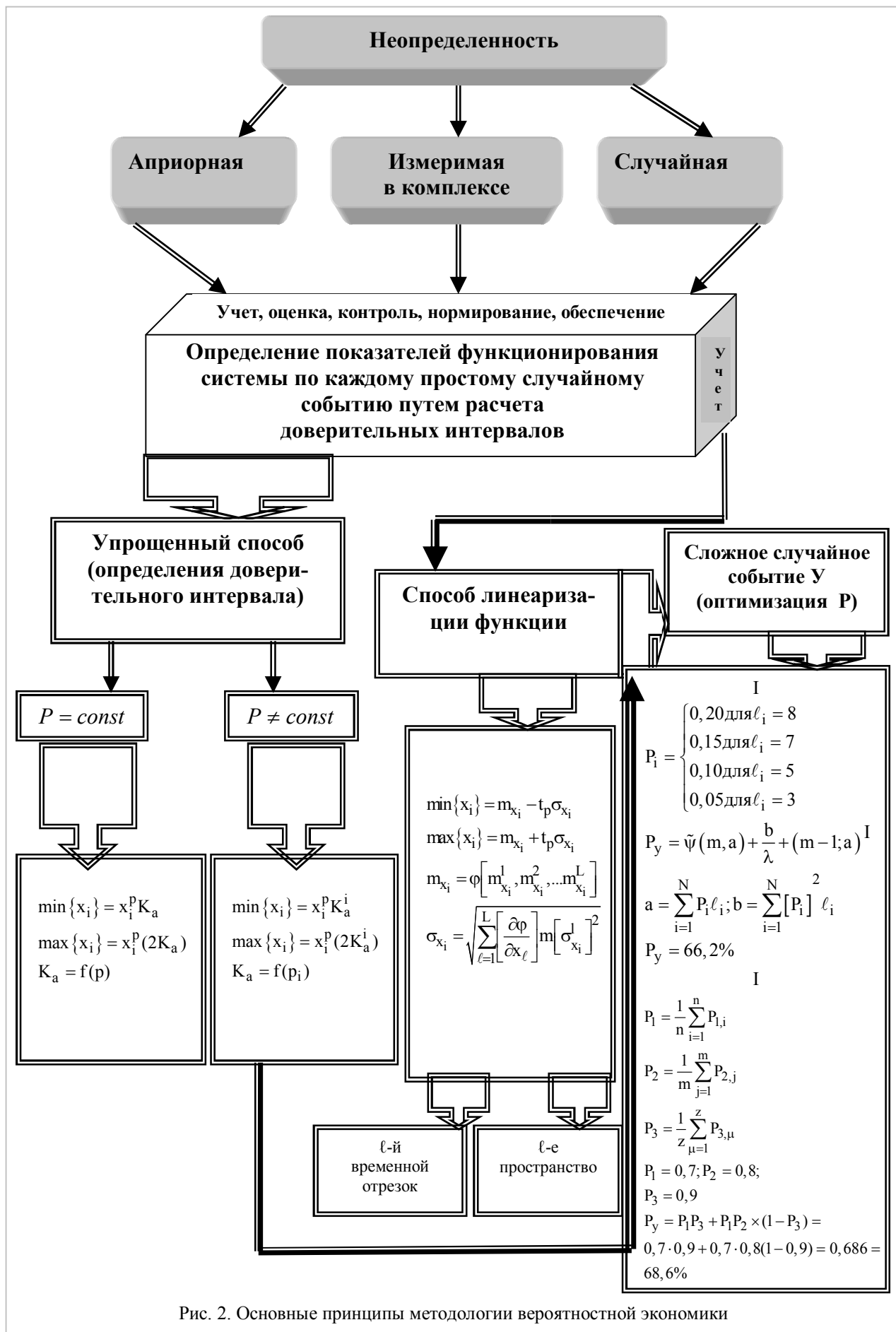


Рис. 2. Основные принципы методологии вероятностной экономики

величина

$$\Psi(m-1; a) = \psi(x, \mu)$$

также протабулирована, и её значения приведены в табл. 6 того же источника [1]; она рассчитывается по следующей формуле:

$$\Psi(m-1; a) = \psi_T(m-1; a) - \psi_T(m-2; a);$$

здесь индекс  $T$  обозначает табличное значение  $\Psi(m; a) = \psi(x, \mu)$ ; тогда в нашем случае

$$\begin{aligned} \Psi(2; 3, 3) &= \psi_T(2; 3, 3) - \psi_T(1; 3, 3) = \\ &= 0,2008 - 0,1217 = 0,0791. \end{aligned}$$

Подставляя рассчитанные значения протабулированных функций в соотношение (6), получим:

$$\begin{aligned} P_y^{3,23} &= 0,6406 + 0,0791 \times 0,27 = \\ &= 0,6406 + 0,0214 = 0,662. \end{aligned}$$

Таким образом, задаваясь достаточно небольшими значениями вероятности аргументов (единичное, случайное, простое событие), мы получаем вероятность функции (сложное случайное событие), равное 66,2%. Значения этих величин ( $P_y$ ) зависят от того, сколько раз мы хотели бы получить это значение  $P_y$  (в данном случае не менее  $m=3$  раз) и какое количество раз мы определяем значение  $P_i - \ell_i$ . Чем больше величина  $m$  и меньше величина  $a$ , как показал проведенный анализ, тем меньше величина  $P_y$ . И наоборот – чем меньше величина  $m$  и больше величина  $a$ , тем больше величина  $P_y$ . А величина  $a$  прямо пропорциональна значениям  $N$ ,  $\ell_i$  и  $P_i$ .

Таким образом, решена задача определения вероятности появления сложного случайного события – для нашего случая функционала (квазифункционала), то есть параметров распределения функции используемой для расчета доверительного интервала изменения рассматриваемого показателя деятельности предприятия. Такое решение играет существеннейшую роль при определении величины показателя сложного события в вероятностной экономике, так как если величина  $P_y$  является малой величиной, то вероятность выполнения рассматриваемой гипотезы (величина рассматриваемого показателя, характеризующего сложное событие – предприятие) весьма мала и не объективна, если же  $P_y$  большая величина, то гипотеза выполняется с большей вероятностью, что говорит об объективности произведенных расчетов.

Как показал анализ предлагаемого подхода оценки вероятностного появления сложного события, решение, полученное с помощью этого подхода, тем надежнее, чем меньше значение  $P_i$ . В экономических же исследованиях стремятся получить

результаты при наибольшем значении  $P_i$ , поэтому для них необходимо рекомендовать к применению рассматриваемый подход с осторожностью и сопровождать его технико-экономическим анализом.

В связи с указанным, можно рекомендовать подход к оценке вероятности сложного события основанный на алгебре событий, рассматриваемый в работе [1]. Этот подход основан на предположении о том, что события с позиций их осуществимости можно рассматривать как двузначные логические переменные, которые принимают значения 1 (событие происходит) или 0 (событие не происходит). При этом сложному событию соответствует логическая функция, которая представляется формулой булевой алгебры. Вероятность сложного события определяется как отображение события в интервале  $[0,1]$  множества действительных чисел.

Если сложное событие задано формулой алгебры множеств, то переход к соответствующей формуле алгебры логики легко осуществляется заменой соответственных операций: пересечение на конъюнкцию, объединение на дизъюнкцию, дополнение на отрицание.

Не вдаваясь в сложный математический аппарат решения указанного вопроса, определим вероятность достижения интервала математического ожидания или дисперсии параметра  $Y$  в течение заданного времени (надежность  $P_y$  сложной системы, состоящей из трех независимо функционирующих элементов) с надежностью  $P_1=0,7$ ;  $P_2=0,8$  и  $P_3=0,9$ . обозначим через  $X$  событие «функционирует  $i$ -й элемент» ( $i=1,2,3$ ), а через  $Y$  – событие «функционирует система». Исходное описание может быть представлено в различных формах (диаграмма Венка, блок-схема, матрица, высказывание, трехмерный куб, таблица соответствия, карта Карно). Для каждого из этих состояний при условии «система функционирует – событие  $Y$ , если и только если функционирует первый элемент ( $x_1$ ), а также второй ( $x_2$ ) лишь третий ( $x_3$ ) элементы –  $y \sim x_1(x_2 \vee x_3)$ » без сложных математических выкладок можно записать, что:

$$P(y) = P_1(P_2 + P_3 - P_2P_3) = P_1P_3 + P_1P_2(1 - P_3). \quad (7)$$

Подставляя в эту формулу значения

$$P_1(P_1 = 0,7; P_2 = 0,8; P_3 = 0,9),$$

получим

$$P_y = 0,7 \times 0,9 + 0,7 \times 0,8(1 - 0,9) = 0,686.$$

Таким образом, заданный интервал параметров распределения рассматриваемого показателя может быть достигнут с надежностью 68,6% (при заданных значениях вероятности трех единичных (простых) случайных событий). Если вероятность какого-либо события далека от единицы или нуля, то можно

предсказать долю благоприятных для этого события исходов или его частоту лишь при достаточно большом повторении комплекса условий ( $i$ -х испытаний).

Но судить о появлении такого события при однократном испытании не представляется возможным. Этот постулат необходимо учитывать при решении вопроса вероятности сложного события при наличии  $N$  вероятностей единичных (простых) случайных событий. Поэтому в данном случае предлагается такой технический приём:

принимается, что

$$P_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_1^i ;$$

$$P_2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_2^i ;$$

$$P_3 = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} P_3^i ,$$

где 1,2,3 – сформированные из  $P^i$  значений интервала (группы) значений  $P^i$ ; эта группировка производится эвристически, на основании технико-экономического анализа аргументов и функции. После того как по указанным соотношениям определены значения  $P_1, P_2, P_3$  по соотношению (7) определяется значение  $P(Y)$ .

Имеется в виду случай, когда  $P_1 \neq \text{const}$

Несколько иначе обстоит дело, когда вероятность близка к 1 или 0. Практически можно быть уверенным, что даже при однократном испытании в первом случае событие произойдет, а во втором не произойдет. В этом и состоит принцип практической уверенности, имеющей большое значение при решении конкретных задач.

Событие, вероятность которого близка к единице, называют практически достоверным, а событие, вероятность которого близка к нулю – практически невозможным. Вопрос о том, как следует понимать «достаточную близость» вероятности к единице или нулю, решается в каждом отдельном случае на основе ответа, а также с учетом возможных последствий. Так, никто не откажется от намеченной загородной прогулки из-за того, что вероятность остаться без билета составляет 0,01. Но вряд ли нашлись бы желающие воспользоваться авиалинией, на которой из каждой сотни рейсов один заканчивается катастрофой. Если известно, что из 10000 деталей только одна может оказаться негодной, то вероятностью брака можно пренебречь, и вся партия будет принята как практически безупречная. Однако в десятки раз меньшая вероятность выигрыша автомобиля вовсе не игнорируется многими участниками лотереи.

Принцип практической уверенности не следует смешивать с субъективным представлением о вероятности как степени уверенности в благоприятном исходе для данного события или в справедливости данного суждения. Некоторые авторы склонны принять такое представление, даже в качестве наиболее общего определения вероятности.

Несостоятельность подмены понятия вероятности, как объективной характеристики причинно-следственных связей между явлениями массового характера и субъективной оценкой возможности события очевидна. В то же время следует считаться с тем, что часто в практической деятельности не существует другого способа выразить отношение к тому или иному событию, явлению или суждению. В подобных случаях, например, говорят: имеется 75% уверенности (или шанс три к четырем), что изменение конструкции приведет к улучшению характеристик двигателя или степень достоверности измерения одной серии вдвое больше, чем измерений другой или, вероятнее всего, что картина написана не Шишкиным, а его подражателем и др.

Разумеется, практическая ценность подобных утверждений зависит от личного ответа их авторов, в котором сложным образом переплетаются предыдущие наблюдения с рассуждениями по аналогии.

Понимая, что такое субъективное суждение о вероятности не может заменить строгого определения этого понятия и была разработана автором методологии вероятностной экономики, основанная именно на таком строгом понимании вероятности (см. публикации автора по этому вопросу, например, [1] ÷ [13]). Но при этом не следует слишком сурово относиться к использованию субъективной вероятности в тех случаях, когда практически не существует никакой другой возможности выразить отношение к степени достоверности того или иного события. Необходимо также принять во внимание, что субъективная оценка обычно носит временный характер, и часто служит рабочей гипотезой, которая уточняется по мере развития событий во время проведения исследования.

Основываясь на приведенных методиках оценки вероятности сложного события, можно определить как вероятность этого события для каждого конкретно рассматриваемого примера при прямом решении задачи, так же он сможет решить и обратную задачу – определить, задавая численным значением показателя, характеризующего сложное событие и его вероятность, основываясь на методологии вероятностной экономики и вероятности единичных случайных событий, и пределы изменения таких показателей этих событий для оценки их оптимальной величины. При этом необходимо отметить, что для решения и прямой, и обратной задачи может быть использована и иная (в отличие от приведенной) методология.

## Список литературы

1. Лернер Ю.И. Финансовое планирование создания и функционирование предпринимательской структуры: учеб. пособие / Ю.И. Лернер, А.Д. Сердюк, В.И. Яковлев. – Харьковський інститут управління. – Х.: ХІУ, 2003. – 335 с.
2. Лернер Ю.И. Рекомендации по разработке бизнес-плана создания предпринимательской структуры: учеб. / Ю.И. Лернер, А.Д. Сердюк, В.И. Яковлев; Харьковський інститут управління. – Х.: Университет, 2003. – 212 с.
3. Лернер Ю.И. Проблемы принятия экономических решений в современных условиях: монография / Ю.И. Лернер. – Х.: Торсинг, 2003. – 689 с.
4. Лернер Ю.И. Бизнес-планирование предпринимательской деятельности / Ю.И. Лернер. – Х.: Фактор, 2005. – 283 с.
5. Лернер Ю.И. Экономические инструменты эмиссии и обращения ценных бумаг / Ю.И. Лернер. – Х.: Тимченко, 2008. – 730 с.
6. Лернер Ю.И. Бизнес-планирование производственной и предпринимательской деятельности в условиях рисков / Ю.И. Лернер. – Х.: Фактор, 2007. – 283 с.
7. Лернер Ю.И. Экономические инструменты производственной деятельности в условиях неопределенности и рисков / Ю.И. Лернер. – Х.: НТУ «ХПИ», 2008. – 587 с.
8. Лернер Ю.И. Запозичення суб'єктами господарювання грошових коштів на зовнішніх ринках: підр. / Ю.И. Лернер, Б.В. Башаров. – Х.: НТУ «ХПИ», 2012. – 215 с.
9. Лернер Ю.И. Выбор оптимальных решений в условиях неопределенности и кризисных ситуаций / Ю.И. Лернер, В.А. Мищенко, А.Н. Гаврис. – Х.: Мадрид, 2013. – 248 с.
10. Лернер Ю.И. Формирование и использование резервов банковскими структурами Украины: монография / Ю.И. Лернер. – Х.: Мадрид, 2014. – 438 с.
11. Лернер Ю.И. Формування та використання резервів банківськими структурами України: монографія / Ю.И. Лернер. – Х.: Точка, 2015. – 445 с.
12. Лернер Ю.И. Повышение качества экономического образования в Украине: монография / Ю.И. Лернер. – Х.: Мадрид, 2014. – 339 с.
13. Лернер Ю.И. Финансы предприятий: учеб. пособие / Ю.И. Лернер. – Х.: Консульт, 2006. – 567 с.

## References

1. Lerner Y.I. Financial planning for the establishment and functioning of business structures: proc. manual / Yu.I. Lerner, A.D. Serdyuk, V.I. Yakovlev; Kharkiv Institute of management: HIU, 2003. – 335 p.
2. Lerner Y.I. Recommendations on developing a business plan for the establishment of business structures: Textbook / Yu.I. Lerner, A.D. Serdyuk, V.I. Yakovlev; Kharkiv Institute of management. – H.: The University, 2003. – 212 p.
3. Lerner Y.I. Problems of economic decision making in modern conditions: Monograph / I.Y. Lerner: Torsing, 2003. – 689 p.
4. Lerner Y.I. Business planning of entrepreneurship studies. manual / Y.I. Lerner. – H.: Factor 2005. – 283 p.
5. Lerner Y.I. Economic instruments for the issue and circulation of securities / Y.I. Lerner. – H.: Timchenko, 2008. – 730 p.
6. Lerner Yu.I. Business planning production and business activities in terms of risks / Y.I. Lerner. – H.: the Factor 2007. – 283 p.
7. Lerner Y.I. Economic tools of production activity in the conditions of uncertainty and risks / Y.I. Lerner. – H.: NTU "KPI", 2008. – 587 p.
8. Lerner Y.I. Zapotecan subject chami gospodarowania groshovi transfer on towns parties: PDR / Y.I. Lerner, B.V. Basharov. – H.: NTU "HP", 2012. – 215 p.
9. Lerner Y.I. Choice of optimum decisions in conditions of uncertainty and crisis situations. / Y.I. Lerner, V.A. Mishchenko, A.N. Gavris. – H.: Madrid, 2013. – 248 p.
10. Lerner Y.I. Formation and use of reserves of banking institutions of Ukraine: monograph / Y.I. Lerner. – H.: Madrid, 2014. – 438 p.
11. Lerner Y.I. The forming of reserva banksysteme structures of Ukraine : monograph / Y.I. Lerner. – Point, 2015. – 445 p.
12. Lerner Y.I. Improving the quality of economic education in Ukraine: monograph / Y.I. Lerner. – Madrid, 2014. – 339 p.
13. Lerner Y.I. Finances of enterprises: textbook manual / Y.I. Lerner. – H.: Consult, 2006. – 567 p.

Поступила в редколлегию 11.05.2016

**Рецензент:** д-р екон. наук, доц. С.В. Кавун, Харківський учбово-науковий інститут банківської справи ДВНЗ «Університет банківської справи», Харків.

## ОЦІНКА ЙМОВІРНОСТІ СКЛАДНОЇ ПОДІЇ В ЙМОВІРНІСНІЙ ЕКОНОМІЦІ

Ю.І. Лернер

Розроблено методику підходів до визначення показників ймовірностей одиничних (простих) і складних випадкових подій при використанні методології обліку ймовірнісного характеру виробництва соціально-економічних систем. У рамках застосування методів ймовірнісної економіки вирішення цього завдання дозволяє перейти до оптимізації параметрів соціально-економічних систем, а також до використання, в основному, при плануванні і прогнозуванні методів ймовірнісної економіки замість методів детермінованої економіки, що застосовується в даний час.

**Ключові слова:** детермінована і ймовірнісна економіка, одинична (проста) і складна випадкова подія, ймовірність, довірчий інтервал, алгебра логіки.

## ESTIMATING THE PROBABILITY OF COMPLEX EVENTS IN PROBABILISTIC ECONOMY

Yu.I. Lerner

The method of approach to the determination of the probability of individual indicators (simple) and complex random events using the accounting methodology of probabilistic nature of the production of social and economic systems. In the framework of the application of probabilistic methods of economy this task takes you to the optimization of the parameters of social and economic systems, as well as to use, mainly for planning and forecasting methods of probability instead of the economy currently in use deterministic methods of economy. The task of determining the parameters of the distribution of complex events, which depend on the likelihood of occurrence. The specified method for determining the confidence intervals and event distribution methods for estimating uncertainty opriorno. The article defines the expectation and standard deviation.

**Keywords:** deterministic and probabilistic economy, a single (simple) and complex random event, probability, confidence intervals, the algebra of logic.