

УДК 621.396.253

І.В. Захарченко

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

## АНАЛІЗ ВИБОРУ ДИСКРЕТНОГО ВІДОБРАЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ПОБУДОВИ ХАОТИЧНИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ

В роботі аналізуються властивості відомих відображень хаотичних процесів з точки зору перспективного переносника інформації для систем передачі даних автоматизованих систем управління критичного застосування. Для обраних відображень виконується моделювання багатоканальної передачі хаотичних повідомлень. Здійснюється оцінка впливу шуму на якість кореляційного прийому в багатоканальній хаотичній системі передачі даних.

**Ключові слова:** автоматизовані системи, хаотичний процес, біфуркаційна діаграма, ортогоналізація, показник Ляпунова, кореляційна функція.

### Вступ

Системи передачі даних автоматизованих систем управління критичного призначення у військовій сфері повинні відповідати високим вимогам щодо забезпечення насамперед скритності. Останнім часом спостерігається стійкий інтерес дослідників до застосування хаотичних сигналів для побудови систем передачі інформації. Це обумовлено тим, що хаотичні системи передачі даних володіють рядом переваг, таких як шумоподібність, самосинхронізація, більш проста апаратна реалізація у порівнянні з традиційними системами з розширенням спектру. Для систем передачі даних військового призначення також особливе значення мають вимоги щодо забезпечення багатоканальності. В роботі [1] досліджувались потенційні можливості щодо забезпечення багатоканальності в хаотичних системах передачі інформації. Представляє інтерес дослідження впливу виду відображення на кількість каналів в хаотичній системі передачі даних, що піддається впливу адитивного гаусівського шуму.

### Основна частина

Для побудови хаотичних систем передачі даних на основі генераторів хаосу важливо, щоб значення управляючих параметрів були такими, які б забезпечували максимальний показник Ляпунова, рівномірний та широкополосний енергетичний спектр [2]. Також слід зазначити той факт, що для невеликих довжин реалізацій  $N$  хаотичного сигналу спостерігається суттєва залежність спектру від початкових умов, що впливає на структурну та енергетичну скритність та є небажаним для систем передачі даних АСУ критичного застосування. Тому потрібно використовувати довжину хаотичної реалізації  $N > N_{кр}$ , де  $N_{кр}$  – критична довжина реалізації, при якій спектр не залежить від початкових умов.

Для оцінки дискретних відображень з точки зору забезпечення скритності при використанні їх в якості генераторів дискретних хаотичних коливань далі будемо використовувати наступні показники: біфуркаційну діаграму, показник Ляпунова, енергетичний спектр. Розглянемо найбільш характерні типи одномірних відображень для побудови хаотичних реалізацій.

Логістичне відображення (рис. 1) описується таким рекурентним співвідношенням:

$$x_{n+1} = \alpha x_n (1 - x_n), \quad (1)$$

де  $\alpha$  – управляючий параметр.

При значенні  $\alpha > 3.56$  показник Ляпунова [2]

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \ln |f'(x_j)| \quad (2)$$

стає позитивним і в системі спостерігається хаотичний режим коливань.

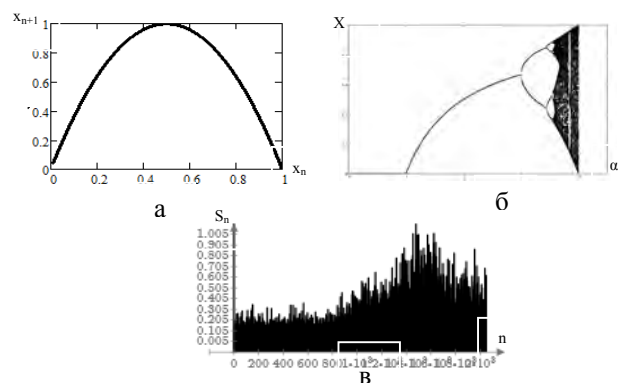


Рис. 1. Логістичне відображення: а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000$ , в – енергетичний спектр  $\alpha = 3.99$

Енергетичний спектр такого відображення нерівномірний і зосереджений в області високих частот. Біфуркаційна діаграма такого відображення містить велику кількість областей регуляр-

них режимів. Всі ці фактори обмежують використання логістичного відображення при побудові хаотичних систем передачі даних АСУ критичного застосування.

Кубічне відображення (рис. 2) має вигляд:

$$x_{n+1} = (1 - 4\alpha)x_n + 4\alpha x_n^3 \quad (3)$$

де  $\alpha$  - управляючий параметр.

Хаотичний режим, а відповідно й позитивний показник Ляпунова для такого відображення настає при значенні  $\alpha > 0.82$ .

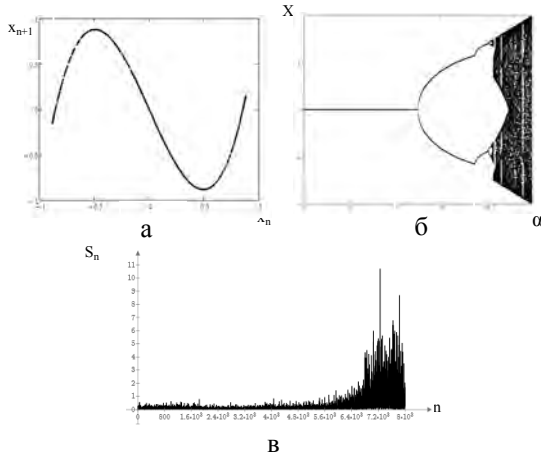


Рис. 2. Кубічне відображення: а – фазовий портрет; б – біфуркаційна діаграма,  $n = 10000$ ; в – енергетичний спектр,  $\alpha = 0,99$

Біфуркаційна діаграма містить значну кількість вікон Шарковського (зон регулярного режиму). Енергетичний спектр нерівномірний і зосереджений в області високих частот. Тому використання кубічного відображення у якості генератора хаосу є недоцільним.

Відображення напівкожухності (рис. 3) представляється таким рекурентним співвідношенням:

$$x_{n+1} = 2\alpha\sqrt{0.25 - (x_n - 0.5)^2}, \quad (4)$$

де  $\alpha$  - управляючий параметр.

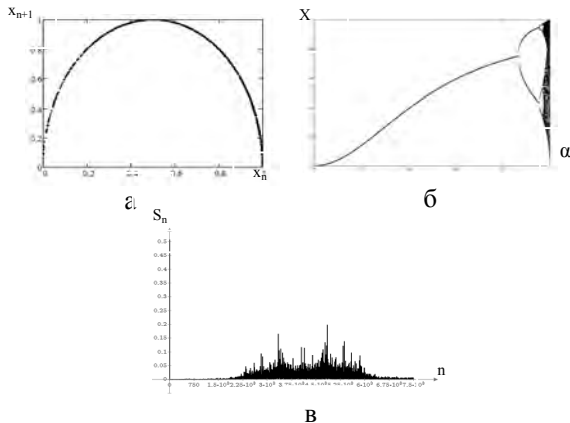


Рис. 3. Відображення напівкожухності: а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000$ , в – енергетичний спектр  $\alpha = 0.99$

Режим хаотичних коливань реалізується в дуже невеликому діапазоні значень управляючого параметру  $0.97 < \alpha < 1$ . Енергетичний спектр такого відображення майже повністю розташований в обмеженому діапазоні частот.

Відображення напівкожухності недоцільно використовувати у якості генератора хаосу для побудови хаотичних систем передачі даних.

Гармонічне відображення (рис. 4) представляється таким рекурентним співвідношенням):

$$x_{n+1} = \alpha \sin^m(\pi x_n), \quad (5)$$

де  $\alpha$  – управляючий параметр,  $0 < \alpha < 1$ ,

$m$  – показник ступеня, який приймає довільні значення, в тому числі і дробові.

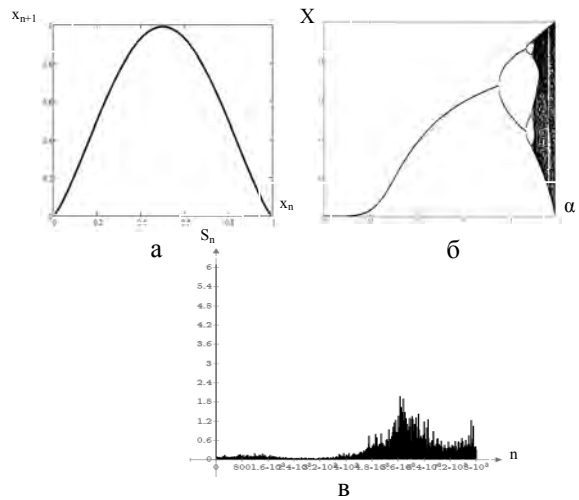


Рис. 4. Гармонічне відображення: а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000$ , в – енергетичний спектр  $\alpha = 0.99$

Для випадку  $m < 1$  характеристики подібні попереднім відображенням. При  $m > 1$  діапазон хаотичних режимів стає невеликим та на біфуркаційній діаграмі спостерігаються вікна Шарковського, які свідчать про регулярність процесу. Енергетичний спектр нерівномірний та має суттєву залежність від управляючого параметру. Тобто гармонічне відображення також недоцільно використовувати для передачі інформації.

Степеневе (поліноміальне) відображення (рис. 5) представляється таким рекурентним співвідношенням:

$$x_{n+1} = \alpha (1 - |1 - 2x_n|^m), \quad (6)$$

де  $\alpha$  – управляючий параметр,  $0 < \alpha < 1$ ,

$m$  – показник ступеня.

Для випадку  $m > 1$  характеристики такого відображення подібні всім попереднім відображенням.

При  $0.5 < m < 1$  область хаотичних режимів збільшується і вікна Шарковського відсутні.

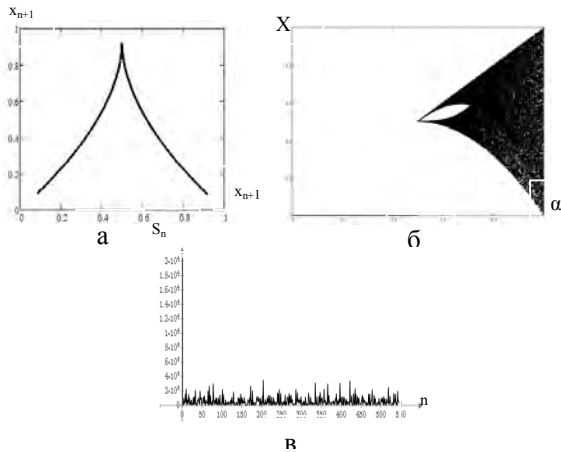


Рис. 5. Степеневе відображення: а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000, m = 0.8$ , в – енергетичний спектр  $\alpha = 0.99, m = 0.8$

Енергетичний спектр рівномірний, але зі збільшенням  $m$  стає менш рівномірним. Підбором відповідних значень параметрів  $\alpha$  та  $m$  можливо задовольнити вимоги [2], що пред'являються до джерел хаотичних коливань для побудови систем передачі даних.

Отже степеневе відображення може бути використане для потреб передачі інформації.

Відображення зсуву (Бернуллі) (рис. 6) представляється таким рекурентним співвідношенням:

$$x_{n+1} = \alpha x_n \text{ mod } 1. \quad (7)$$

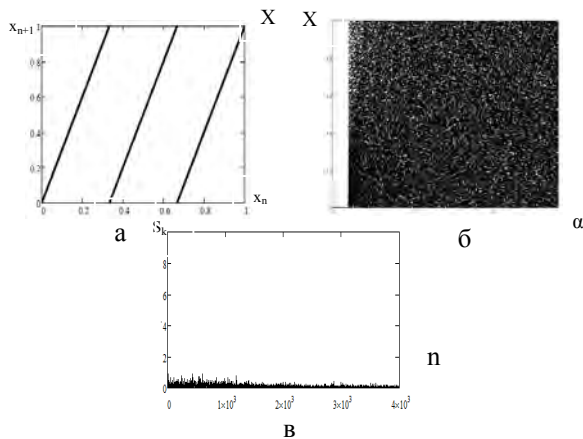


Рис. 6. Відображення зсуву (Бернуллі): а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000, m = 0.55$ , в – енергетичний спектр  $\alpha = 0.99, m = 0.55$

Енергетичний спектр має плавний характер. Біфуркаційна діаграма демонструє широкий діапазон хаотичних режимів.

Таким чином відображення зсуву є перспективним з точки зору його використання у якості генератора хаотичних коливань.

Відображення «тент» (рис. 7) представляється таким рекурентним співвідношенням:

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n, & 0 < x_n < 0.5; \\ \alpha, & \\ 1-x_n, & 0.5 < x_n < 1. \\ 1-\alpha, & \end{cases} \quad (8)$$

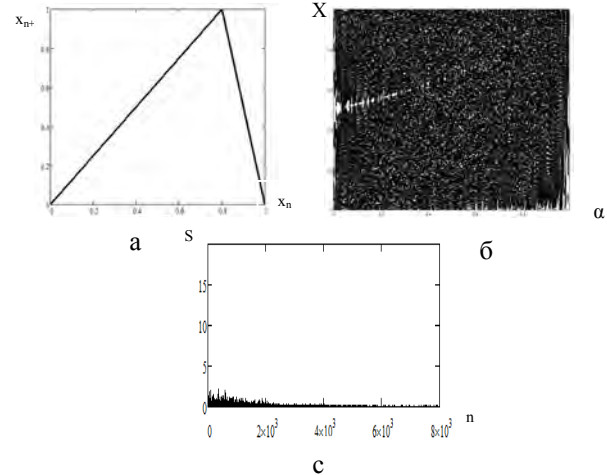


Рис. 7. Відображення «тент»: а – фазовий портрет, б – біфуркаційна діаграма  $n = 10000, x_0 = 0.5$ ; в – енергетичний спектр  $\alpha = 0.8$

Біфуркаційна діаграма такого відображення демонструє широкий діапазон хаотичних режимів, енергетичний спектр зосереджений в області низьких частот.

Проте характеристики такого відображення у значній мірі залежать від початкових умов. До того ж існують такі їх значення, при яких відліки хаотичної реалізації  $x_n$  при  $n \rightarrow \infty$  спрямовуються до 0. Тобто використання відображення «тент» для побудови хаотичних систем передачі даних є недоцільним.

В ряді робіт [4, 5] пропонується для потреб передачі даних застосовувати відображення на основі поліному Чебишева 1 роду третього порядку:

$$x_{n+1} = 4x_n^3 - 3x_n \quad (9)$$

Слід зазначити, що поліноми Чебишева першого роду представляють собою багаточлени ступеню  $n$  із старшим коефіцієнтом  $2^{n-1}$  (табл. 1), який не має управляючого параметру  $\alpha$ , а стійкий хаотичний режим спостерігається, коли  $x_n$  приймає значення на таких інтервалах:

$$\begin{aligned} &(-1; -0.5); (-0.5; 0); \\ &(0; 0.5); (0.5; 1). \end{aligned}$$

На рис. 8 – 10 наведено вигляд дискретних відображень на основі поліномів Чебишева (2, 3, 4 порядків) та їх енергетичні спектри.

Таблиця 1

Вирази для поліномів Чебишева 2-6 порядків

№	Порядок поліному	Вираз
1.	2-й порядок	$x_{n+1} = 2x_n^2 - 1$
2.	3-й порядок	$x_{n+1} = 4x_n^3 - 3x_n$
3.	4-й порядок	$x_{n+1} = 8x_n^4 - 8x_n^2 + 1$
4.	5-й порядок	$x_{n+1} = 16x_n^5 - 20x_n^3 + 5x_n$
5.	6-й порядок	$x_{n+1} = 32x_n^6 - 48x_n^4 - 18x_n^2 - 1$

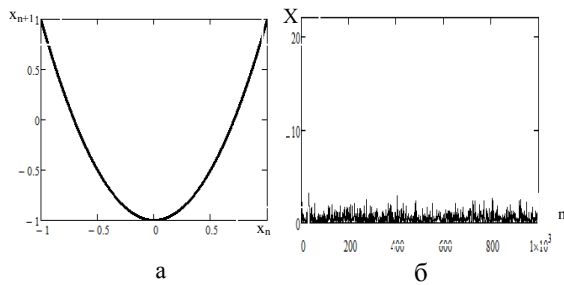


Рис. 8. Відображення на основі поліному Чебишева 2 порядку:  
а – фазовий портрет,  
б – енергетичний спектр  $\alpha = 0.8$

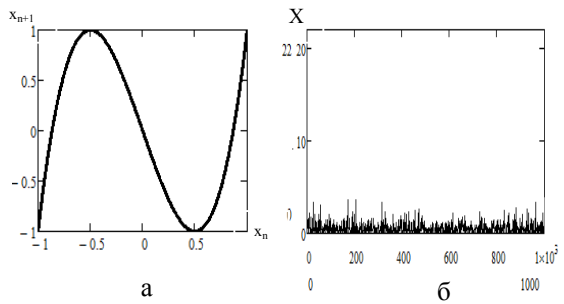


Рис. 9. Відображення на основі поліному Чебишева 3 порядку:  
а – фазовий портрет,  
б – енергетичний спектр  $\alpha = 0.8$

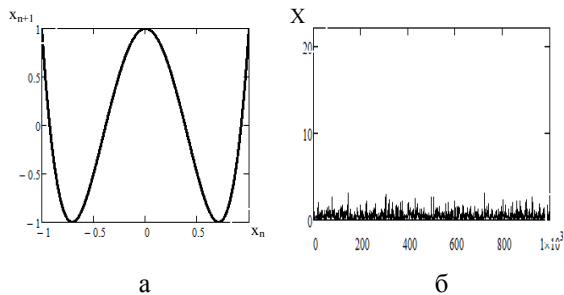


Рис. 10. Відображення на основі поліному Чебишева 4 порядку:  
а – фазовий портрет,  
б – енергетичний спектр  $\alpha = 0.8$

Слід зазначити, що всі характеристики таких відображень ідентичні незалежно від порядку поліному. Енергетичні спектри відображень на основі поліномів Чебишева рівномірні, що робить їх перспективними для прихованих хаотичних систем передачі даних.

Проведений аналіз дозволяє зробити висновок, що для побудови багатоканальних хаотичних систем передачі інформації найбільш доцільно дослідити можливість використання в якості генераторів хаосу відображень зсуву (Бернуллі), степеневого та Чебишева при наявності адитивного гаусівського шуму.

В роботі [1] досліджувались потенційні можливості організації багатоканальності в хаотичних системах передачі інформації, де у якості генератора хаосу використовувалось відображення на основі поліному Чебишева першого роду третього порядку. Моделювався груповий хаотичний сигнал, що складався з суміші хаотичних реалізацій за виразом (9) при відсутності адитивних шумів.

Для оцінки результатів кореляційного прийому окремого хаотичного процесу  $n$  в груповому сигналі вводився коефіцієнт якості кореляційного прийому

$$K_{\text{КФ}} = \frac{\max\{\text{КФ}_{\tau \neq 0}\}}{\text{КФ}_{\tau=0}}, \quad (10)$$

в якому  $\text{КФ}_{\tau=0}$  – відлік кореляційної функції хаотичних процесів, які порівнюються при зсуві  $\tau = 0$  однієї реалізації відносно другої;

$\max\{\text{КФ}_{\tau \neq 0}\}$  – максимальне значення відліку кореляційної функції при  $\tau \neq 0$ .

Вважалось, що вигляд кореляційної функції є задовільним, якщо  $K_{\text{КФ}} < 0.5$ , тобто коли значення  $\max\{\text{КФ}_{\tau \neq 0}\}$  не перебільшує половини значення  $\text{КФ}_{\tau=0}$ .

В результаті моделювання [1] задовільний кореляційний прийом вдалося забезпечити для 120 каналів при 13312 дискретних відліках хаотичних реалізацій.

Процедура ортогоналізації Грама – Шмідта хаотичних реалізацій, дозволила збільшити кількість каналів – до 153 при тій же кількості дискретних відліків (13312) при відсутності адитивних шумів.

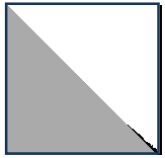


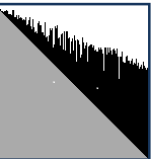

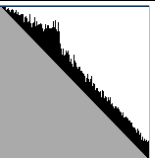
Результати моделювання кореляційного прийому групового хаотичного сигналу, що складався з суміші хаотичних реалізацій за виразами (6) для степеневого відображення та (7) для відображення зсуву при відсутності адитивних шумів наведено в табл. 2.

Для наочності сприйняття матриця коефіцієнтів  $K_{\text{КФ}}$  у табл. 2 зображена у графічному вигляді.

Так у даній таблиці:  
білим кольором представлені значення  $K_{KF} < 0.5$ ,  
чорним -  $K_{KF} > 0.5$ ,  
сірим – значення, які не аналізуються тому, що матриця є симетричною відносно головної діагоналі.

Таблиця 2

Графічний вигляд матриці кореляційного прийому окремої реалізації з групового сигналу для різних видів відображень

Вид відображення	Графічний вигляд матриці кореляційного прийому $K_{KF}$	
	до ортогоналізації	після ортогоналізації
Відображення Чебишева $x_{n+1} = 4x_n^3 - 3x_n$		
Відображення зсуву $x_{n+1} = \alpha x_n \bmod 1$		
Степенеve відображення $x_{n+1} = \alpha (1 -  1 - 2x_n ^m)$		

Кількість реалізацій  $N$  (каналів) у груповому сигналі для відображень на основі поліному Чебишева, степеневого відображення та відображення зсуву складає  $N = 153$ .

Кількість дискретних відліків хаотичних реалізацій -  $K = 13312$ .

З табл. 2 видно, що за однакових умов ( $N = 153$ ) при відсутності адитивного гаусівського шуму тільки відображення Чебишева гарантує задовільний кореляційний прийом хаотичних реалізацій у груповому хаотичному сигналі (після ортогоналізації –  $K_{KF} < 0.5$ , білий колір елементів матриці) у порівнянні з відображенням зсуву та степеневим (в матриці присутні елементи відображені чорним кольором –  $K_{KF} > 0.5$ ).

Відомо[3], що для організації багатоканальності визначальну роль грають взаємкореляційні властивості реалізацій інформаційних повідомлень.

Отримані результати можна пояснити тим, що взаємкореляційні властивості хаотичних повідомлень, отриманих за допомогою відображення на основі поліномів Чебишева є кращими, у порівнянні з відображенням зсуву та степеневим.

Так середнє значення кутів між усіма можливими парами векторів (хаотичних реалізацій на основі поліномів Чебишева) до ортогоналізації складає  $89^\circ$  з дисперсією 0.247.

Тобто вони є квазіортогональними. Після ортогоналізації середнє значення кутів складає  $90^\circ$  з нульовою дисперсією.

Для хаотичних реалізацій, отриманих за допомогою степеневого відображення середнє значення кутів до ортогоналізації складає  $4.69^\circ$  з середньоквадратичним відхиленням (СКО) – 3.72, після ортогоналізації -  $48^\circ$ , СКО – 42.895.

Для хаотичних реалізацій, отриманих за допомогою відображення зсуву середнє значення кутів до ортогоналізації складає  $41.042^\circ$ , СКО – 8.984, після ортогоналізації –  $87.21^\circ$ , СКО – 55.56.

Процедура ортогоналізації Грама-Шмідта для вказаних вище відображень виявилась неефективною. Причиною того є те, що необхідною умовою для отримання множини ортогональних векторів хаотичних реалізацій за процедурою Грама-Шмідта є наявність вихідних лінійно незалежних векторів, що для цих відображень не виконується.

Таким чином для побудови багатоканальних хаотичних систем передачі даних найбільш перспективними залишаються відображення на основі поліномів Чебишева першого роду.

Далі проводилось дослідження впливу адитивного гаусівського шуму на якість кореляційного прийому окремої хаотичної реалізації на основі поліному Чебишева в груповому сигналі. Результати моделювання кореляційного прийому окремих хаотичних реалізацій з групового сигналу ( $N = 153$ , дисперсія групового сигналу  $\sigma = 0.003$ ) для 13312 дискретних відліків при різних дисперсіях шуму  $\sigma_{\text{ш}}$  наведено на рис. 11-14.

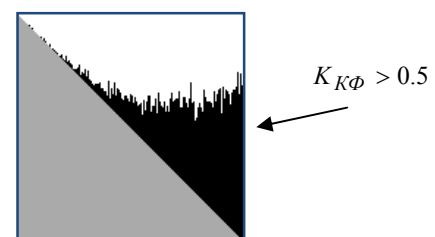


Рис. 11. Графічна матриця якості кореляційного прийому при дисперсії шуму  $\sigma_{\text{ш}} = 0.003$

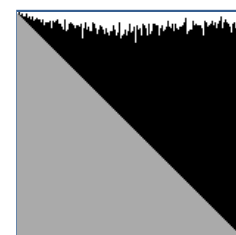


Рис. 12. Графічна матриця якості кореляційного прийому при дисперсії шуму  $\sigma_{\text{ш}} = 0.006$





Рис. 13. Графічна матриця якості кореляційного прийому при дисперсії шуму  $\sigma_{ш} = 0.009$

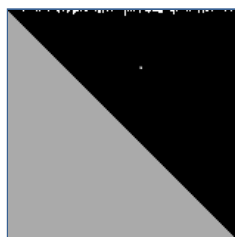


Рис. 14. Графічна матриця якості кореляційного прийому при дисперсії шуму  $\sigma_{ш} = 0.012$

З рис. 11 – 14 бачимо, що адитивний гаусівський шум значно знижує якість кореляційного прийому хаотичного групового сигналу вже при однакових значеннях дисперсій корисного групового сигналу та шуму

При перевищенні рівня шуму над корисним хаотичним сигналом (рис. 12 – 14) кореляційний прийом стає неможливим. Тому необхідний пошук методів підвищення якості кореляційної обробки хаотичних сигналів.

## Висновки

В результаті проведеного аналізу було встановлено, що у відповідності до вибраних критеріїв оцінки :

показник Ляпунова,  
біфуркаційна діаграма,  
енергетичний спектр.

Найкращими для використання у якості носія інформації є хаотичні відображення, які описуються поліномами Чебишева.

Для підвищення якості кореляційного прийому хаотичного групового сигналу подальші дослідження доцільно проводити в напрямку застосування МІМО технології та завадостійкого кодування.

## Список літератури

1. Васюта К.С. Оцінка потенційних можливостей організації багатоканальності в хаотичних системах передачі даних / К.С.Васюта, І.В.Захарченко // Системи озброєння і військова техніка : науковий журнал. – 2016. – № 2(46). – С. 70-73.
2. Генераторы хаотических колебаний: Учебное пособие. – Б.И. Шахтарин и др. – М.: Гелиос, АРВ, 2007. – 248 с.
3. Борисов В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью [Электронный ресурс] / В.И. Борисов. – Режим доступа до ресурсу: [http:// http://www.twirpx.com](http://www.twirpx.com).
4. Озеров С.В. Применение МІМО технологий на хаотических несущих для разделения абонентов в многоканальных системах военной радиосвязи / С.В. Озеров // Системи озброєння і військова техніка : науковий журналу. – 2013. – № 1(33). – С. 42-45.
5. Васюта К.С. Повышение скрытности передачи бинарного сообщения в прямохаотической системе радиосвязи за счет фильтрации хаотической несущей / К.С. Васюта, С.В. Озеров, А.А. Мальшев // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУПС, 2013. – Вип. 2(35). – С. 71-74.

Надійшла до редколегії 25.05.2016

Рецензент: д-р техн. наук проф. К.С. Васюта, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## АНАЛИЗ ВЫБОРА ДИСКРЕТНОГО ОТБРАЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

И.В. Захарченко

В работе анализируются свойства известных отображений хаотических процессов с точки зрения перспективного переносчика информации для систем передачи данных автоматизированных систем управления критического назначения. Для выбранных отображений выполняется моделирование многоканальной передачи хаотических сообщений. Осуществляется оценка воздействия шума на качество корреляционного приема в многоканальной хаотической системе передачи данных.

**Ключевые слова:** автоматизированные системы, хаотический процесс, бифуркационная диаграмма, ортогонализация, показатель Ляпунова, корреляционная функция.

## ANALYSIS OF DISCRETE MAP CHOISE OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEM FOR CONSTRUCTION OF CHAOTIC DATA TRANSMISSION SYSTEM

I.V. Zakcharchenko

The article analyzes the properties of known maps of chaotic processes as a perspective information carrier for automatical data transmissional system of critical application. For selected maps multichannel chaotic communications transmission is simulated. Effects of noise on correlation reception quality in a multichannel transmission chaotic system is estimated.

**Keywords:** automatical systems, chaotic process, bifurcation diagram, orthogonalization, Lyapunov exponent, correlation function.