УДК 621.396.96.095.4:528.8.04-047.27

В.К. Волосюк[1], В.В. Павликов[1], Е.Н. Тимощук[2]

[1] *Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*
[2] *Киевская государственная академия водного транспорта имени гетмана Петра Конашевича-Сагайдачного, Киев*

ОЦЕНКИ РАДИОЯРКОСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРОТЯЖЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ НЕКОГЕРЕНТНОГО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

На основе новых понятий и определений характеристик сверхширокополосных антенн и принимаемых ими случайных полей, излучаемых пространственно-протяженными источниками некогерентного излучения, предложены различные варианты математического описания их радиояркостных изображений. Полученные аналитические выражения составляют алгоритмическую основу пространственно-временной обработки сигналов применительно к решению задач радиоастрономии и дистанционного зондирования.

Ключевые слова: *V_F-преобразования, сверхширокополосные поля, пространственно-временная обработка сигналов, радиояркостное изображение*

Введение

При синтезе алгоритмов пространственно-временной обработки сверхширокополосных полей возникает проблема применимости традиционных многомерных преобразований Фурье. Эти преобразования применимы для работы с сигналами, удовлетворяющими условию пространственно-временной узкополосности (ПВУ) [1] (квазимонохроматического приближения (КМП) [2, 3]). Большинство понятий и определений радиоастрономии и дистанционного зондирования связано с применением преобразований Фурье и указанных условий. В работах [4, 5] показано, что для анализа и решений задач синтеза алгоритмов обработки сверхширокополосных полей целесообразно применять V-преобразования, которые не требуют выполнения условий ПВУ (КМП). Введение этих преобразований позволяет скорректировать и переопределить ряд понятий и определений для описания сверхширокополосных полей и антенн, а также для определения алгоритмической структуры математических представлений радиояркостных изображений (РЯИ) протяженных источников некогерентного излучения.

Целью работы является математическое определение (РЯИ) протяженных источников сверхширокополосного некогерентного излучения на основе скорректированных и новых понятий, введенных для характеристики сверхширокополосных полей и антенных систем.

1. Исходные соотношения

1. V_F **-преобразования:**

$$f^{-2}c^2\dot{A}\left(\vec{\vartheta},f\right) = V_F\left\{s\left(\vec{r}',t\right)\right\} = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} s\left(\vec{r}',t\right)\exp\left\{-j2\pi f\left(t \pm c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}'\right)\right\}dtd\vec{r}', \quad (1)$$

$$s\left(\vec{r}',t\right) = V_F^{-1}\left\{\dot{A}\left(\vec{\vartheta},f\right)\right\} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{A}\left(\vec{\vartheta},f\right)\exp\left\{j2\pi f\left[t \pm c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}'\right]\right\}dfd\vec{\vartheta}. \quad (2)$$

Здесь $s\left(\vec{r}',t\right)$ - поле в области его регистрации D', зависящее от времени t и пространственных переменных $\vec{r}' = \left(x',y'\right) \in D'$, c − скорость распространения поля, $\dot{A}\left(\vec{\vartheta},f\right)$ − спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды по временным частотам f и пространственным переменным $\vec{\vartheta}$, $\vec{\vartheta} = (\vartheta_x = \cos\theta_x, \vartheta_y = \cos\theta_y)$ − направляющие косинусы, характеризующие угловые положения элементов протяженных источников излучения электромагнитных волн.

Этими же преобразованиями связаны спектральная яркость $B\left(\vec{\vartheta},f\right)$ некогерентного излучения,

$$\left\langle \dot{A}(\vec{\vartheta}_1,f_1)\dot{A}^*(\vec{\vartheta}_2,f_2)\right\rangle = B\left(\vec{\vartheta}_1,f_1\right)\delta\left(\vec{\vartheta}_1-\vec{\vartheta}_2\right)\delta\left(f_1-f_2\right), \quad (3)$$

и пространственно-временная корреляционная функция (ПКФ) $R(\vec{\rho}',\tau) = \left\langle s(\vec{r}',t)s(\vec{r}' \pm \vec{\rho}',t \pm \tau)\right\rangle$ в области раскрыва антенной системы

$$f^{-2}c^2B\left(\vec{\vartheta},f\right) = V_F\left\{R\left(\vec{\rho}',\tau\right)\right\},$$

$$R(\vec{\rho}',\tau) = V_F^{-1}\left\{B\left(\vec{\vartheta},f\right)\right\}. \quad (4)$$

Здесь $\langle\cdot\rangle$ – знак статистического усреднения.

2. Амплитудно-фазовое распределение (АФР) спектральной чувствительности элементов различных антенных систем $d\vec{r}'$ в окрестностях координат $\vec{r}'$ представим следующими выражениями:

- для континуальной апертуры

$$\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) = \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right)\exp\left(-j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}_0\vec{r}'}{c}\right), \qquad (5)$$

где $\dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right)$ – базовое АФР, имеющее либо постоянное значение равное единице в области раскрыва антенны, либо скорректированное весовыми окнами Хемминга, Хана, Кайзера, Кравченко и др. Экспоненциальный множитель, обеспечивающий фокусировку антенной системы на направление $\vec{\vartheta}_0$, является коэффициентом передачи идеализированных задерживающих устройств в каждой из точек $\vec{r}' \in D'$ на времена задержек $\vec{\vartheta}_0\vec{r}'c^{-1}$. В параболических антеннах этот множитель возникает естественным образом при смещении в фокальной плоскости облучателя;

- для антенных решеток (АР) с одинаковыми базовыми АФР элементарных антенн

$$\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) = \sum_{i=1}^{N}\dot{I}_b\left(f,\vec{r}'-\vec{r}_i'\right)\exp\left(-j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}_0\vec{r}_i'}{c}\right). \qquad (6)$$

Здесь фокусировка решетки на заданное направление осуществляется после синфазного сложения задержанных сигналов на выходах каждой из элементарных антенн;

- моделью АФР АР, в которой и элементарные антенны сфокусированы на направление $\vec{\vartheta}_0$, может служить следующее выражение

$$\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) = \exp\left(-j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}_0\vec{r}'}{c}\right)\sum_{i=1}^{N}\dot{I}_b\left(f,\vec{r}'-\vec{r}_i'\right). \qquad (7)$$

Для реализации такого АФР необходимо либо сместить все облучатели в фокальных плоскостях элементарных антенн, либо повернуть все антенны на заданные углы, соответствующие вектору $\vec{\vartheta}_0$. При этом также необходимо осуществить на выходах каждой антенны соответствующие задержки и сложение сигналов.

Связь АФР и диаграммы направленности (ДН) антенной системы задана пространственными преобразованиями Фурье

$$\begin{aligned}\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right) &= F_{\vec{r}'}^{-1}\left\{\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\exp\left(j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\vec{r}'}{c}\right)d\vec{r}',\end{aligned} \qquad (8)$$

$$\begin{aligned}\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) &= F_{\vec{\vartheta}}\left\{\left(f c^{-1}\right)^2\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\left(\frac{f}{c}\right)^2\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\exp\left(-j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\vec{r}'}{c}\right)d\vec{\vartheta}.\end{aligned} \qquad (9)$$

3. По аналогии с импульсной характеристикой линейного четырехполюсника, являющейся обратным преобразованием Фурье его коэффициента передачи

$$h(t) = F^{-1}\left\{\dot{K}\left(j2\pi f\right)\right\}, \qquad (10)$$

определим пространственно-временную импульсную характеристику (ПВИХА) апертуры в виде обратного преобразования Фурье АФР по переменным t и f:

$$\begin{aligned}h_A\left(t,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) &= F^{-1}\left\{\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\exp\left(j2\pi f\,t\right)df, \\ \dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) &= F\left\{h_A\left(t,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}h_A\left(t,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\exp\left(j2\pi f\,t\right)dt.\end{aligned} \qquad (11)$$

4. Следующей характеристикой СШП антенных систем является СППАФ (спектральная плотность пространственной автокорреляционной функции) АФР

$$\begin{aligned}\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) &= \\ &= \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\dot{I}^*\left(f,\vec{r}'-\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)d\vec{r}'.\end{aligned} \qquad (12)$$

Её также можно назвать спектральной плотностью пространственной функции чувствительности (СППФЧ) АФР.

ДН по мощности $\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_1\right)\right|^2$ и СППАФ (СППФЧ) АФР Связаны между собой преобразованиями Фурье

$$\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2 = F_{\vec{\rho}'}^{-1}\left\{\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\right\}, \qquad (13)$$

$$\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) = \left(\frac{f}{c}\right)^2 F_{\vec{\vartheta}}\left\{\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2\right\}. \qquad (14)$$

5. Применяя к СППАФ $\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$ обратное преобразование Фурье относительно обычных частот f, получим функцию пространственно-временной чувствительности антенной системы (ФПВЧ)

$$\begin{aligned}F_f^{-1}&\left\{\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}R_{h_A}\left(\tau,\vec{r}',\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)d\vec{r}' = R_{APD}\left(\tau,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right),\end{aligned} \qquad (15)$$

где

$$\begin{aligned}R_{h_A}&\left(\tau,\vec{r}',\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) = \\ &= \int\limits_{-\infty(T)}^{\infty}h_A\left(t,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)h_A\left(t-\tau,\vec{r}'-\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)dt\end{aligned} \qquad (16)$$

– автокорреляционная функция ПВИХА.

6. Запишем (4) в таком виде

$$\begin{aligned}R(\vec{\rho}',\tau) &= V_F^{-1}\left\{B\left(\vec{\vartheta},f\right)\right\} = \\ &= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)\exp\left(j2\pi f\,\tau\right)df = F^{-1}\left\{\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)\right\},\end{aligned} \qquad (17)$$

где функцию

$$\dot{R}_B(f,\vec{\rho}') = F^{-1}_{\vec{\vartheta}}\left[B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\right] = F\left[R(\tau,\vec{\rho}')\right] = \\ = \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty} B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left(j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}\ \vec{\rho}'}{c}\right)d\vec{\vartheta} \qquad (18)$$

назовем спектральной плотностью комплексной функции пространственной когерентности (СПКФПК). При $\vec{\rho}' = 0, \tau = 0$ получаем среднюю мощность процесса $s(\vec{r}',t)$

$$R(\vec{\rho}',\tau)\Big|_{\vec{\rho}'=0,\tau=0} = \left\langle s^2(\vec{r}',t)\right\rangle = \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty} I\left(\vec{\vartheta}\right)d\vec{\vartheta}, \qquad (19)$$

где

$$I\left(\vec{\vartheta}\right) = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} B\left(f,\vec{\vartheta}\right)df \qquad (20)$$

– угловая плотность интенсивности (УПИ)

2. Оценки РЯИ

Искомымым РЯИ является функция $I\left(\vec{\vartheta}\right)$. Однако ее представление в виде (20) является идеализированным, т.к. не учитывает реальных направленных свойств антенны, т.е. её ДН, и конечной полосы частот приема излучения, ограниченной коэффициентами передачи приемников. Математические выражения для РЯИ, учитывающие реальные характеристики приемных устройств и антенных систем будем называть оценками $\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)$. С учетом ДН $\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)$ и коэффициента передачи $\dot{K}(j2\pi f)$ (полагаем одинаковым для всех элементов антенной системы) сигнал, принимаемый от протяженного источника из конкретного направления $\vec{\vartheta}_0$, на которое сфокусирована антенная система, можно записать в таком виде

$$s\left(t,\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f)\dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right)\times \\ \times\dot{A}\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left\{j2\pi f\left(t+\frac{\vec{\vartheta}\,\vec{r}'}{c}\right)\right\}d\vec{r}'df\,d\vec{\vartheta} = \\ = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f)\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\times \\ \times\dot{A}\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left\{j2\pi f\,t\right\}df\,d\vec{\vartheta}. \qquad (21)$$

Тогда оценка РЯИ как функция углов $\vec{\vartheta}_0$

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right) = \left\langle s^2\left(t,\vec{\vartheta}_0\right)\right\rangle = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\times \\ \times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2 B\left(f,\vec{\vartheta}\right)d\vec{\vartheta}df. \qquad (22)$$

Эта оценка является дисперсией (средней мощностью) пространственно-неоднородного случайного процесса $s\left(t,\vec{\vartheta}_0\right)$.

Во многих случаях, например, в задачах радиоастрономии, целесообразно оценки РЯИ выражать не в математических терминах, связанных с использованием ДН и спектральных и интегральных яркостей, а с использованием понятий СППАФ (СППФЧ) АФР $\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$, ФПВЧ $R_{APD}\left(\tau,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$, СПКФПК $\dot{R}_B(f,\vec{\rho}')$ и др. Подставляя в выражение (22) для оценки РЯИ формулу (13), связывающую $\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2$ с $\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$, находим

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\times \\ \times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2 B\left(f,\vec{\vartheta}\right)d\vec{\vartheta}df = \\ = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\times \\ \times\exp\left[j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\vec{\rho}'}{c}\right]d\vec{\rho}'B\left(f,\vec{\vartheta}\right)d\vec{\vartheta}df = \\ = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\times \\ \times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left[j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\vec{\rho}'}{c}\right]d\vec{\vartheta}d\vec{\rho}'df = \\ = \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\begin{pmatrix}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\times \\ \times\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\dot{R}_B(f,\vec{\rho}')\end{pmatrix}dfd\vec{\rho}', \qquad (23)$$

где $\dot{R}_B(f,\vec{\rho}') = F^{-1}_{\vec{\vartheta}}\left\{B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\right\} = F\left\{R(\tau,\vec{\rho}')\right\}$ (24)

– спектральная плотность КФПК (18).

Подставляя в выражение для оценки и формулу (13) и формулу (4), связывающую $B\left(\vec{\vartheta},f\right)$ с $R(\vec{\rho}',\tau)$, РЯИ также можно представить так:

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\times \\ \times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_0\right)\right|^2 B\left(f,\vec{\vartheta}\right)d\vec{\vartheta}df= \\ = \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}_1',\vec{\vartheta}_0\right)\times \\ \times\exp\left(j2\pi f\,\vec{\vartheta}\frac{\vec{\rho}_1'}{c}\right)d\vec{\rho}_1'\left(\frac{f}{c}\right)^2\times \\ \times\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\int\limits_{-\infty(T)}^{\infty}R(\tau,\vec{\rho}')\exp\left\{-j2\pi f\left(\tau+\frac{\vec{\vartheta}\vec{\rho}'}{c}\right)\right\}d\tau d\vec{\rho}'df\,d\vec{\vartheta} =$$

$$= \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \int\limits_{-\infty(T)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_1\right) R\left(\tau,\vec{\rho}'\right) \times$$
$$\times \exp\left(-j2\pi f\tau\right) df d\tau d\vec{\rho}' = \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \int\limits_{(-\infty)T}^{\infty} R\left(\tau,\vec{\rho}'\right) \times \quad (24)$$
$$\times \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_1\right) \exp\left(-j2\pi f\tau\right) df d\tau d\vec{\rho}' =$$
$$= \int\limits_{D'} \int\limits_{(-\infty)T}^{\infty} R\left(\tau,\vec{\rho}'\right) \times H\left(-\tau\right) \otimes R_{APD}\left(-\tau,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) d\tau d\vec{\rho}',$$

где
$$H\left(\tau\right) \otimes R_{APD}\left(\tau,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{(-\infty)T}^{\infty} H\left(t\right) R_{APD}\left(\tau - t,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) dt$$
– свертка функций $H(\tau)$ и $R_{APD}\left(\tau,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$,

$$H\left(\tau\right) = F^{-1}\left\{\left|\dot{K}\left(j2\pi f\right)\right|^2\right\} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} h\left(t\right) h\left(t - \tau\right) d\tau \quad (25)$$

– автокорреляционная функция импульсной характеристики $h\left(t\right) = F^{-1}\left[\dot{K}\left(j2\pi f\right)\right]$.

Несмотря на то, что в окончательных выражениях для РЯИ имеют место зависимости от направления $\vec{\vartheta}_0$, предполагающие на него фокусировку, эти выражения справедливы и в общем виде для любых АФР без указания на эту зависимость. Заметим также, что различные структуры выражений для $\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)$ отражают и различные возможные алгоритмы формирования РЯИ исследуемых протяженных объектов.

Рассмотрим выражения для РЯИ, конкретизируя виды АФР антенных систем, обеспечивающих их фокусировку на направления $\vec{\vartheta}_0$. Вначале рассмотрим АФР вида (5) . С таким АФР каждый элемент апертуры антенны имеет коэффициент передачи $\exp\left(-j2\pi f\, \vec{\vartheta}_0 \vec{r}' c^{-1}\right)$, являющийся коэффициентом передачи линии задержки сигнала на время $\vec{\vartheta}_0 \vec{r}' c^{-1}$. При этом выравниваются запаздывания сигнала по фронту его падения с направления $\vec{\vartheta}_0$, что обеспечивает для этого направления их синфазное сложение (фокусировку).

Тогда СППАФ АФР

$$\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}\left(f,\vec{r}',\vec{\vartheta}_0\right) \dot{I}^*\left(f,\vec{r}'-\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) d\vec{r}' =$$
$$= \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{r}'}{c}\right) \times \quad (26)$$
$$\times \dot{I}_b^*\left(f,\vec{r}' - \vec{\rho}'\right) \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}' - \vec{\rho}'\right)}{c}\right) d\vec{r}' =$$
$$= \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right) \dot{I}_b^*\left(f,\vec{r}' - \vec{\rho}'\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{\rho}'}{c}\right) d\vec{r}'.$$

Выражение для оценки РЯИ запишем в виде

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \times$$
$$\times \dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) df d\vec{\rho}' =$$
$$= \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right) \dot{I}_b^*\left(f,\vec{r}' - \vec{\rho}'\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{\rho}'}{c}\right) d\vec{r}' df d\vec{\rho}' =$$
$$= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{\rho}'}{c}\right) \times$$
$$\times \left\{ \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right) \dot{I}_b^*\left(f,\vec{r}' - \vec{\rho}'\right) d\vec{r}' \right\} d\vec{\rho}' df = \quad (27)$$
$$= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \dot{R}_{b(APD)}\left(f,\vec{\rho}'\right) \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) \times$$
$$\times \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{\rho}'}{c}\right) d\vec{\rho}' df,$$

где $\dot{R}_{b(APD)}\left(f,\vec{\rho}'\right) = \int\limits_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_b\left(f,\vec{r}'\right) \dot{I}_b^*\left(f,\vec{r}' - \vec{\rho}'\right) d\vec{r}'$ – СППАФ (СППФЧ) базовой АФР.

Целесообразно для сравнения совместно записать полученные выше выражения для РЯИ

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right) = \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_0\right)\right|^2 B\left(f,\vec{\vartheta}\right) d\vec{\vartheta} df =$$
$$= \int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty} \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \times \quad (28)$$
$$\times \dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right) \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) df d\vec{\rho}' =$$
$$= \int\limits_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \int\limits_{-\infty(\Delta\vec{r}',D')}^{\infty} \dot{R}_{b(APD)}\left(f,\vec{\rho}'\right) \times$$
$$\times \dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_0 \vec{\rho}'}{c}\right) d\vec{\rho}' df.$$

Первое из них использует привычные в радиолокации понятия спектральной яркости $B\left(f,\vec{\vartheta}\right)$ источника и ДН $\left|\dot{F}\left(f,\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_0\right)\right|^2$ антенной системы. Второе использует понятия близкие к тем, которые часто применяются в радиоастрономии, но без конкретизации вида АФР. Это СПКФПК $\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)$ и СППАФ АФР $\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)$. Третье так же использует понятия, также часто применяемые в радиоастрономии, но с конкретизацией простейшего вида АФР, заданного формулой (5). Несмотря на его простейший вид, в алгоритмическом плане это выражение указывает на основные алгоритмические операции, необходимые для формирования РЯИ в сверхширокополосных системах апертурного синтеза.

Основной смысл этого алгоритма заключается в следующем. Для формирования РЯИ в виде оценок $\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)$ во всех направлениях $\vec{\vartheta}_0$, охватывающих сектор, занимаемый источником излучения, используя идеологию, принятую в радиоастрономии, необходимо сначала перемножить СППАФ базовой АФР $\dot{R}_{b(APD)}\left(f,\vec{\rho}'\right)$ со СПКФПК $\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)$ излучения, регистрируемого в плоскости раскрыва антенной системы на каждой отдельной частоте, а затем применить пространственное преобразование Фурье и интегрирование (суммирование) сверхширокополосного сигнала в заданной полосе частот. В узкополосном варианте последняя операция отсутствует.

Больший интерес представляет формирование РЯИ в антенной решетке с АФР вида (6). Тогда СППАФ

$$\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_1\right)=\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}\left(f,\vec{r}'\right)\dot{I}^*\left(f,\vec{r}'-\vec{\rho}'\right)d\vec{r}'=$$
$$=\sum_{i,k=1}^{N}\left(\begin{array}{c}\exp\left(j2\pi f\cdot\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)/c\right)\times\\ \times\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]\end{array}\right), \quad (29)$$

где

$$\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]=$$
$$=\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}_{bi}\left(f,\vec{r}'-\vec{r}_i'\right)\dot{I}_{bk}^*\left(f,\vec{r}'-\vec{\rho}'-\vec{r}_k'\right)d\vec{r}', \quad (30)$$

– спектральные плотности пространственных взаимных корреляционных функций (СППВКФ) базовых АФР элементарных антенн в составе антенной решетки. Оценка РЯИ в этом случае будет иметь такой вид:

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)=\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\dot{R}_{APD}\left(f,\vec{\rho}',\vec{\vartheta}_0\right)\times$$
$$\times\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)dfd\vec{\rho}'=$$
$$=\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\sum_{i,k=1}^{N}\exp\left(j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)}{c}\right)\times$$
$$\times\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)d\vec{\rho}'df=$$
$$=\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\sum_{i,k=1}^{N}\exp\left(j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)}{c}\right)\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty(\Delta\vec{r}',D')}^{\infty}\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)d\vec{\rho}'df=$$
$$=\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\sum_{i,k=1}^{N}\dot{R}_{ik}\left(f,\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\times$$
$$\times\exp\left(j2\pi f\cdot\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)/c\right)df, \quad (31)$$

где

$$\dot{R}_{ik}\left(f,\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)=$$
$$=\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)d\vec{\rho}'. \quad (32)$$

Подставив (30) и (18) в (32), получим

$$\dot{R}_{ik}\left(f,\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)=\int\limits_{-\infty(\vec{\rho}',D')}^{\infty}\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}_{bi}\left(f,\vec{r}'-\vec{r}_i'\right)\times$$
$$\times\dot{I}_{bk}^*\left(f,\vec{r}'-\vec{\rho}'-\vec{r}_k'\right)\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left(j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}\,\vec{\rho}'}{c}\right)d\vec{\vartheta}d\vec{r}'d\vec{\rho}'=$$
$$=\left|\begin{array}{l}\vec{r}'=\vec{r}_1',\ \vec{r}'-\vec{\rho}'=\vec{r}_2',\\ \vec{\rho}'=\vec{r}_1'-\vec{r}_2'\end{array}\right|=$$
$$=\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}_{bi}\left(f,\vec{r}_1'-\vec{r}_i'\right)\dot{I}_{bk}\left(f,\vec{r}_2'-\vec{r}_k'\right)\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left(j2\pi f\frac{\vec{\vartheta}\left(\vec{r}_1'-\vec{r}_2'\right)}{c}\right)d\vec{\vartheta}d\vec{r}_1'd\vec{r}_2'=$$
$$=\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\dot{F}_{bi}\left(f,\vec{\vartheta}\right)\dot{F}_{bk}^*\left(f,\vec{\vartheta}\right)B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\times$$
$$\times\exp\left[-j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)}{c}\right]d\vec{\vartheta}. \quad (33)$$

В этом выражении использована связь ДН элементарных антенн в АР с их АФР преобразованиями Фурье (8), т.е.

$$\int\limits_{-\infty(D')}^{\infty}\dot{I}_{bi}\left(f,\vec{r}'-\vec{r}_i'\right)\exp\left[j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\vec{r}'}{c}\right]d\vec{r}'=$$
$$=\left|\vec{r}'-\vec{r}_i'=\vec{\rho}',\quad\vec{r}'=\vec{r}_i'+\vec{\rho}'\right|= \quad (34)$$
$$=\dot{F}_{bi}\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left(j2\pi f\,\vec{\vartheta}\frac{\vec{r}_i'}{c}\right).$$

Здесь $\dot{F}_{bi}\left(f,\vec{\vartheta}\right)$ – ДН отдельной элементарной i -й антенны в составе АР.

Тогда выражение для РЯИ $\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)$ можно представить или в таком виде:

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)=\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\sum_{i,k=1}^{N}\int\limits_{-\infty(\Theta)}^{\infty}\dot{F}_{bi}\left(f,\vec{\vartheta}\right)\times$$
$$\times\dot{F}_{bk}^*\left(f,\vec{\vartheta}\right)B\left(f,\vec{\vartheta}\right)\exp\left[-j2\pi f\vec{\vartheta}\frac{\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)}{c}\right]d\vec{\vartheta}\times \quad (35)$$
$$\times\exp\left[j2\pi f\cdot\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)/c\right]df,$$

или в таком:

$$\hat{I}\left(\vec{\vartheta}_0\right)=\int\limits_{-\infty(F)}^{\infty}\sum_{i,k=1}^{N}\int\limits_{-\infty(\Delta\vec{r}',D')}^{\infty}\dot{R}_{bik(APD)}\left[f,\vec{\rho}'-\left(\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)\right]\times \tag{36}$$

$$\times\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)d\vec{\rho}'\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2\exp\left[j2\pi f\cdot\vec{\vartheta}_0\left(\vec{r}_k'-\vec{r}_i'\right)/c\right]df.$$

Первое выражение в большей степени отражает физическую сущность оценки РЯИ, второе – возможность ее алгоритмической реализации. Основной частью алгоритма формирования РЯИ является регистрация поля $s\left(t,\vec{r}'\right)$ модель которого задана выражением (2), оценка корреляционной функции $\widehat{R}\left(\tau,\vec{\rho}'\right)$, модель которой задана выражением (4), оценка $\hat{\dot{R}}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)$ на основании связей (18). Эти оценки могут быть получены как эвристически, так и путем решения оптимизационных задач обработки сигналов. Далее в соответствии с формулой (33) необходимо сформировать величины $\dot{R}_{ik}\left(f,\vec{r}_i-\vec{r}_k\right)$, применить к ним двумерное дискретное преобразование Фурье (ДПФ)

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\widehat{\dot{R}}_{ik}\left(f,\vec{\rho}_{ik}'\right)\exp\left(j2\pi f\cdot\vec{\vartheta}_0\vec{\rho}_{ik}'/c\right), \tag{37}$$

($\vec{\rho}_{ik}'=\vec{r}_k'-\vec{r}_i'$), а затем проинтегрировать полученный СШП сигнал по всем частотам f в заданном диапазоне, определяемом АЧХ $\left|\dot{K}(j2\pi f)\right|$. Практически это можно осуществить разбиением диапазона регистрируемого излучения на поддиапазоны с последующим суммированием результатов ДПФ. Возможны и другие алгоритмические процедуры, например, на основе представления оценок РЯИ выражением (24).

Выводы

Применительно к обработке случайных СШП пространственно-временных процессов введен ряд понятий и определений, характеризующих как сами процессы, так и регистрирующие их СШП антенные системы. Дано математическое определение и описание радиояркостного изображения РЯИ протяженного источника СШП излучения, как с помощью традиционных понятий спектральной яркости излучения и ДН антенной системы, так и с учетом введенных понятий и определений СПКФПК, СППАФ АФР, ФПВЧ и др. Последние позволяют дать алгоритмическую трактовку оценок РЯИ и определить основные алгоритмические операции, которые необходимо выполнить над приятым полем, чтобы сформировать СШП РЯИ излучающего объекта. Такое алгоритмическое представление дано для РЯИ, формируемого в антенных системах с различными АФР. В общем случае алгоритм формирования РЯИ СШП источника излучения сводится к перемножению СППАФ базовой АФР $\dot{R}_{b(APD)}\left(f,\vec{\rho}'\right)$ с СПКФПК $\dot{R}_B\left(f,\vec{\rho}'\right)$ излучения, применении к результату перемножения пространственного преобразования Фурье и последующего интегрирования (суммирования) СШП сигнала в заданной полосе частот.

Список литературы

1. *Фалькович С.Е. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / С.Е. Фалькович, В.И. Пономарев, Ю.В. Шкварко. − М.: Радио и связь, 1989. – 244 с.*
2. *Построение изображений в астрономии по функциям когерентности / Под ред. К. ван Схонвелда. − М.: Мир, 1982. – 180 с.*
3. *Томпсон Р. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии / Р. Томпсон, Дж. Моран, Дж.Свенсон. − М.: Мир, 1989. – 668 с.*
4. *Волосюк В.К. Преобразование полей и их корреляционных функций в спектральные характеристики протяженных источников широкополосного излучения. − Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1993. – Т.36, № 6. – С. 27-30.*
5. *Волосюк В.К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / В.К. Волосюк, В.Ф. Кравченко ; под ред. В.Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с.*

Поступила в редколлегию 1.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.В. Печенин, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ОЦІНКИ РАДІОЯСКРАВІСТНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ПРОТЯЖНИХ ДЖЕРЕЛ НЕКОГЕРЕНТНОГО НАДШИРОКОСМУГОВОГО РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ

В.К. Волосюк, В.В. Павліков, О.М. Тимощук

На основі нових понять і визначень характеристик надширокосмугових антен і прийнятих ними випадкових полів, випромінюваних просторово-протяжними джерелами некогерентного випромінювання, запропоновані різні варіанти математичного опису їх радіояскравісних зображень. Отримані аналітичні вирази становлять алгоритмічну основу просторово-часової обробки сигналів стосовно вирішення задач радіоастрономії та дистанційного зондування.

***Ключові слова:** V_F-перетворення, надширокосмугові поля, просторово-часова обробка сигналів, радіояскравісне зображення.*

ESTIMATE OF RADIOBRIGHTNESS IMAGES OF INCOHERENT SPATIO-EXTENDED SOURCE OF ULTRA-WIDEBAND RADIO EMISSION

V.K. Volosyuk, V.V. Pavlikov, O.M. Tymoshchuk

On the basis of new concepts and definitions of the characteristics of ultra-wideband antennas, and adopted by them random fields emitted spatially extended sources of incoherent radiation, proposed various options for the mathematical description of their radio brightness images. The analytical expressions make up the algorithmic basis of spatio-temporal signal processing with respect to the solution of astronomy and remote sensing problems.

***Keywords:** V_F-transformation, ultra-wideband fields, space-temporal signal processing, radio-brightness image.*