УДК 621.9.06

В.Б. Струтинський[1], В.М. Чуприна[2]

[1] Національний технічний університет України „КПІ“, Київ
[2] Державний науково-випробувальний центр Збройних Сил України, Чернігів

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ КОМПОНОВОК ШПИНДЕЛЬНИХ ВУЗЛІВ МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ НА ОПОРАХ КОЧЕННЯ

Розглянуто принципи багатокритеріальної оптимізації компоновок параметричних 3D-моделей шпиндельних вузлів металорізальних верстатів на опорах кочення за статичними і динамічними показниками. Розроблена методика багатокритеріальної оптимізації конструкцій на основі нормованих критеріїв. Запропоновані рекомендації по її застосуванню.

Ключові слова: *багатокритеріальна оптимізація, нормалізація, верстат, шпиндельний вузол, статика, динаміка, 3D-модель.*

Вступ

Впровадження сучасних технологій виробництва в машинобудуванні і металообробці призводить до інтенсифікації процесів обробки на верстатах, що вимагає суттєвого підвищення динамічної якості як верстатів, так і і їх вузлів [2].

Шпиндельні вузли (ШВ) є одними з головних частин металорізальних верстатів, від яких залежить якість верстата в цілому, зокрема точність обробки деталей на верстаті. Тому при проектуванні ШВ в системах автоматизованого проектування (САПР) доцільно застосовувати параметричну оптимізацію вузла з метою вибору раціонального варіанту серед багатьох можливих варіантів конструкцій. При цьому можна варіювати різними конструктивними параметрами вузла з оцінюванням кожного варіанту за вихідними показниками (критеріями). Чим більше буде враховано показників, тим оптимальнішою має бути конструкція.

Проте, вибрані варіанти по кожному з часткових критеріїв можуть суттєво відрізнятись значеннями раціональних параметрів. В цьому разі для знаходження найбільш раціонального варіанту конструкції доцільно застосовувати багатокритеріальну оптимізацію [1, 3].

Метою даної статті є розробка методології багатокритеріальної параметричної оптимізації компоновок шпиндельних вузлів металорізальних верстатів в САПР за статичними і динамічними показниками на основі їх реалістичних параметричних 3D-моделей.

Виклад основного матеріалу

Покажемо особливості використання багатопараметричної оптимізації на прикладі параметричної 3D-моделі комплектного шпиндельного вузла (КШВ), зображеної на рис. 1. Попередньо була виконана параметрична оптимізація за окремими ста тичними та динамічними показникам на основі теорії оптимального планування експерименту [4].

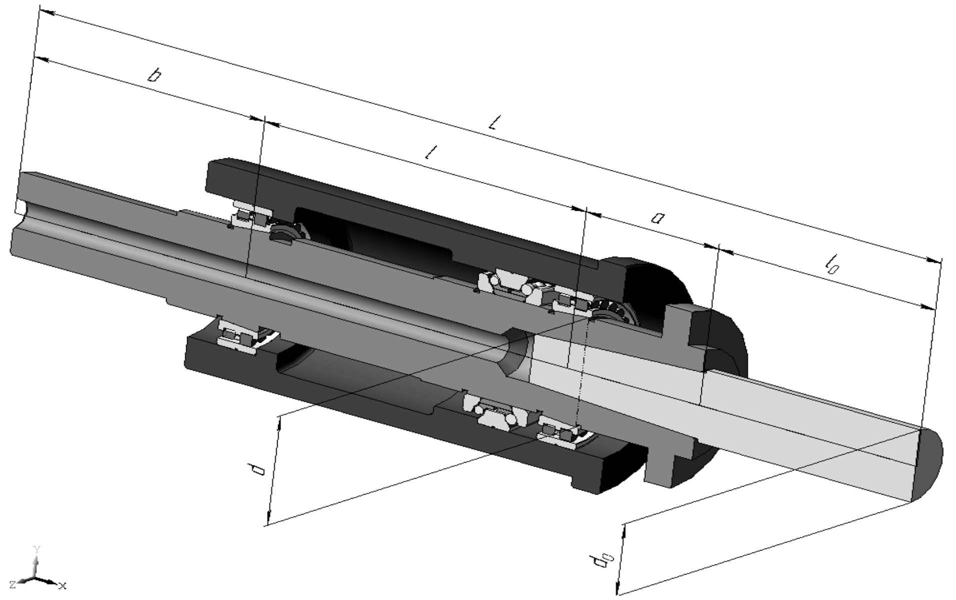


Рис. 1. Параметрична 3D-модель КШВ

Для забезпечення візуалізації результатів у 3D-просторі з базових компоновочних параметрів КШВ змінювались тільки два основні:

– l – відстань між серединами опор (позначимо як X1);

– d – діаметр шпинделя в передній опорі (позначимо як X2).

Інші параметри вузла залишались незмінними:

– a – виліт консолі шпинделя,

– b – довжина хвостовика шпинделя.,

– l_o – довжина інструментальної оправки;

– d_o – діаметр інструментальної оправки.

Розрахунок функцій і поверхонь відгуку параметричної моделі ШВ виконувався за допомогою пакету Mathcad по трьох динамічних показниках (критеріях):

– статична податливість $K_{ПС}$;

– резонансна частота (перша) ω_{p1};

– резонансна амплітуда A_{p1} (при ω_{p1}).

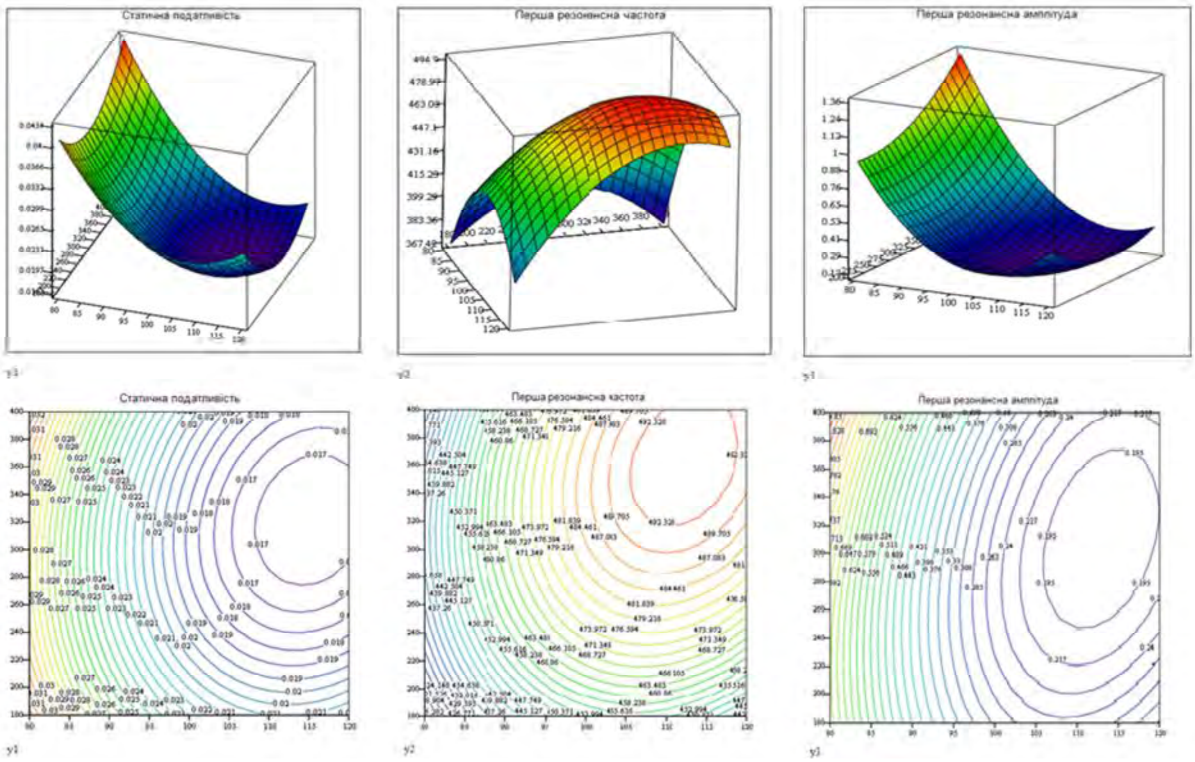
Функції відгуку для відповідних показників представлені поліномами другого порядку:

$$Y_1 = 0,0189 - 0,00433X_1 - 0,00107X_2 - \\ -0,00055X_1X_2 + 0,000211X_1^2 + 0,00171X_2^2; \quad (1)$$

$$Y_2 = 481,3 + 16,051X_1 + 13,58363X_2 + \\ +5,25X_1X_2 - 12,10738X_1^2 - 9,28012X_2^2; \quad (2)$$

$$Y_3 = 0,2488 - 0,16933X_1 + 0,00542X_2 - \\ -0,04072X_1X_2 + 0,09985X_1^2 + 0,04446X_2^2. \quad (3)$$

Графічна інтерпретація цих функцій подана на рис. 2.



а б в

Рис. 2. Графічне зображення функцій відгуку у вигляді 3D- і 2D-поверхонь:
а – статична податливість $K_{ПС}$; б – перша резонансна частота ω_{p1}; в – амплітуда першого резонансу A_{p1}

З аналізу побудованих графіків можна знайти раціональні параметри КШВ d_{opt} і l_{opt} за цими критеріями. На графіках ліній рівних рівнів вони визначаються координатами центрів внутрішніх еліпсів і зведені в табл. 1.

Як видно з таблиці, оптимальні значення параметрів КШВ при різних критеріях (показниках) суттєво різняться. До того ж, до цих трьох показників можуть бути додані й інші, наприклад, точність або теплові деформації КШВ. Тому, для отримання оптимальних параметрів по всіх показниках будемо розглядати задачу багатокритеріальної оптимізації [3 – 6].

Таблиця 1

Раціональні параметри КШВ за різними критеріями

№ з/п	Критерій (показник)	Параметри	
		d_{opt}, мм	l_{opt}, мм
1	$K_{ПС}$	115	321
2	ω_{p1}	111	363
3	A_{p1}	113	311

Багатокритеріальна оптимізація – це оптимізація технічного об'єкту, яка проводиться не по єдиному, а по ряду критеріїв якості. Наприклад для ШВ це можуть бути статичні, динамічні, теплові і інші критерії.

Кожний із m скалярних критеріїв оптимальності $Y_i(X)$ (функцій мети) є частковим критерієм оптимальності. Сукупність часткових критеріїв оптимальності складають векторний критерій оптимальності. Тобто, у критеріальному просторі $\Re^m$ векторна m-вимірна функція мети може бути записана у вигляді

$$Y(X) = (Y_1(X), Y_2(X), \ldots Y_m(X)) \qquad (4)$$

При цьому ставиться задача одночасної мінімізації (або максимізації) кожного з часткових критеріїв оптимальності, причому в одній і тій же області допустимих значень параметрів.

Таким чином, задача багатокритеріальної оптимізації формулюється як

$$\min_{X \in R^n} Y(X) . \qquad (5)$$

При цьому множина допустимих значень параметрів X повинна забезпечувати умови прийняття рішень з обмеженнями типу

$$X_L \le X \le X_R ;$$
$$\nabla g_i(X) = 0; i = 1, 2, \ldots, m_e ; \qquad (6)$$
$$\nabla g_i(X) \le 0; i = m_e + 1, 2, \ldots, m .$$

Якщо в задачах з одним критерієм можливо отримати єдине оптимальне рішення, то в багатокритеріальних ця можливість відсутня. Тут задача зводиться до отримання сукупності варіантів компромісних рішень для усього вектора в цілому, з яких практично можна вибрати найбільш цікаве (оптимальне) рішення.

З математичної точки зору не існує ідеального способу вирішення таких задач. Однак, вони часто виникають на практиці, тому розглянемо можливі способи оптимізації в подібних випадках.

При вирішенні задач багатокритеріальної оптимізації переважно застосовують наступні методи: метод інтегрального критерію, метод випадкового пошуку, ЛП-пошук і інші.

Однак, найбільш відомим з методів вирішення задач багатокритеріальної оптимізації є метод, запропонований В. Парето. В основі метода Парето лежить узагальнення задачі однокритеріальної оптимізації на випадок декількох критеріїв [5, 6].

Нехай заданий певний набір чисельних критеріїв цільових функцій (функцій мети) $Y_1(X), Y_2(X), \ldots Y_m(X)$, що визначені у просторі параметрів R^n на множині $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$, який утворює векторний критерій

$$Y(X) = (Y_1(X), Y_2(X), \ldots, Y_m(X))$$

у критеріальному просторі $\Re^m$.

Згідно аксіоми Парето для усіх пар допустимих рішень $X', X'' \in X$, для яких має місце покомпонентна нерівність векторів критеріїв $Y(X') \ge Y(X'')$ виконується бінарне співвідношення вибору $X' > X''$ (тобто, вибирається X', а не X''). Якщо оцінка одного з двох варіантів не гірше оцінки другого варіанту за усіма критеріями, або хоча б за одним критерієм − строго краще, то перший варіант має перевагу. Тобто,

$$X', X'' \in X, Y(X') \ge Y(X''), i = 1, \ldots, m;$$
$$\exists k \in \{i = 1, \ldots, m\} : Y(X') \ge Y(X'') = X' > X'' . \qquad (7)$$

Якщо не існує такого можливого рішення $X_i \in X$, для якого має місце нерівність $F(X') \ge F(X^*)$, то рішення $X_i^* \in X$ називається оптимальним за Парето. Усі парето-оптимальні рішення утворюють множину Парето

$$P_Y(X) = \{X^* \in X \mid \neg\exists :$$
$$: X' \in X : Y(X') \ge Y(X^*)\} . \qquad (8)$$

Таким чином метод зводиться до пошуку множини усіх недомінуємих рішень в просторі критеріїв.

Для цієї множини знаходиться підмножина ефективних (неполіпшуваних) рішень, з якої і вибирається одне з Парето-оптимальних рішень системи.

Цьому рішенню відповідають найбільш раціональні параметри об’єкту оптимізації.

Застосуємо метод Парето для багатокритеріальної оптимізації ШВ.

Для цього позначимо параметри оптимізації d (X1) і l (X2) як x та y (відповідно) і виконаємо перейменування відповідних змінних.

Знайдемо загальні вирази для функцій відгуку $\Phi1(x, y), \Phi2(x, y), \Phi3(x, y)$ в явній формі, які представлені наступними співвідношеннями:

$$\Phi1(x, y) = 0,16662 - 2,33293 \cdot 10^{-3} x -$$
$$-9,89095 \cdot 10^{-5} y - 4,62184 \cdot 10^{-7} x \cdot y +$$
$$+1,07653 \cdot 10^{-5} x^2 + 2,36678 \cdot 10^{-7} y^2 ; \qquad (9)$$
$$\Phi2(x, y) = -(-272,99067 + 12,26567x +$$
$$+0,43792y + 4,41176 \cdot 10^{-3} x \cdot y -$$
$$-6,17723 \cdot 10^{-2} x^2 - 1,28444 \cdot 10^{-3} y^2) ; \qquad (10)$$
$$\Phi3(x, y) = 1,47405 - 1,27025 \cdot 10^{-2} x +$$
$$+4,06639 \cdot 10^{-5} y - 3,42184 \cdot 10^{-5} x \cdot y +$$
$$+5,09438 \cdot 10^{-5} x^2 + 6,15169 \cdot 10^{-6} y^2 . \qquad (11)$$

Скористаємось методикою з роботи [1]. Протокол моделювання системи за методом Парето поданий на рис. 5.

Першим кроком при моделюванні системи є розрахунок вихідної множини – великої кількості оцінок альтернативних варіантів рішень системи при варіюванні значень її параметрів (у нашому випадку – 999 розрахунків).

Kr =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.019	0.023	0.019	0.026	0.021	0.021	0.017	0.03	0.018	0.024	0.016	0.025	0.017	0.02
2	-481.3	-465.975	-469.728	-451.857	-458.716	-468.735	-494.534	-436.831	-480.929	-452.498	-493.052	-450.006	-493.667	-479.99
3	0.249	0.421	0.172	0.465	0.249	0.309	0.088	0.613	0.221	0.353	0.102	0.398	0.181	...

Par =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.017	0.017	0.016	0.016	0.016	0.017	0.016	0.017	0.016	0.016	0.017	0.016	0.016
2	-494.534	-492.913	-489.5	-491.288	-492.836	-494.867	-494.328	-494.085	-487.957	-492.414	-491.482	-493.435	-491.393
3	0.088	0.044	0.049	0.038	0.055	0.104	0.09	0.071	0.018	0.066	0.024	0.087	...

$NPar^T$ =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	7	47	55	79	87	107	155	167	191	199	223	283	295	319	327	351	379	395	415	439	463	471	499	527

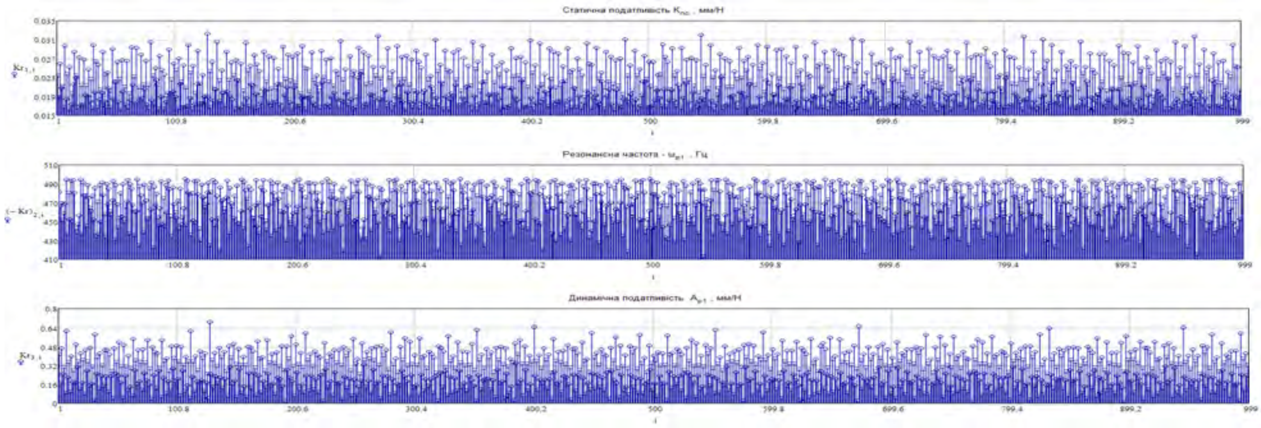
	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
...	535	555	563	587	623	631	647	671	699	731	743	767	799	827	859	871	895	911	919	939	959	

Рис. 5. Протокол розрахунку множини Парето (частковий)

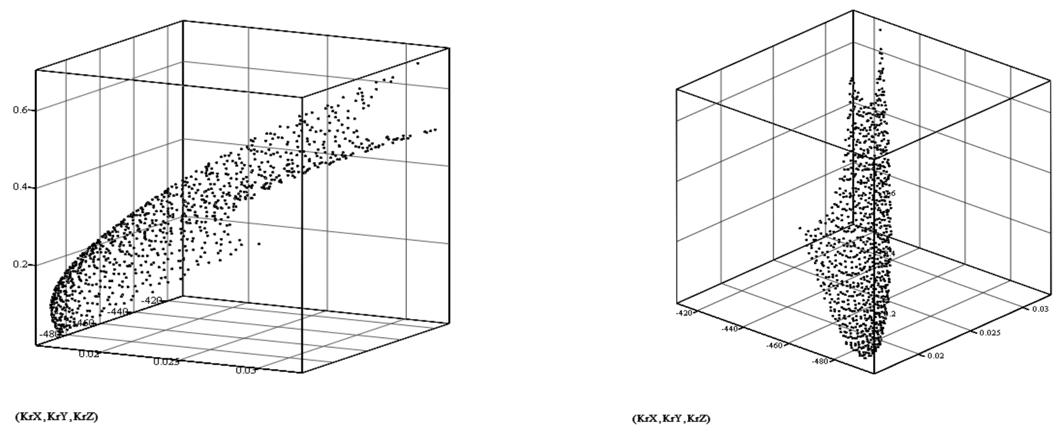
Для забезпечення рівномірності розподілу точок перебору параметрів в заданій області їх варіювання використовувались ПТ-мережі (характерні послідовності точок). Ці ЛПτ-послідовності більш ефективні ніж випадкові і тому часто застосовуються під час оптимізації методом ЛП-пошуку [6].

Першим кроком при моделюванні системи є розрахунок вихідної множини великої кількості оцінок альтернативних варіантів рішень системи при варіюванні значень її параметрів (у нашому випадку – 999 розрахунків).

Вихідна множина записується у вигляді матриці критеріїв якості Kr(3,999), показаної (частково) на рис. 5. Візуалізація складових розрахованої множини за трьома окремими критеріями показана на рис. 6, а (для усіх 999 точок). У випадку двох або трьох критеріїв вихідну множину можна зобразити у вигляді 2D- і 3D-графіків у просторі з m критеріїв $\Re^m, m \leq 3$. Можна констатувати, що оптимальні рішення (рис. 6, б) лежать поблизу найближчої вершини паралелепіпеду.

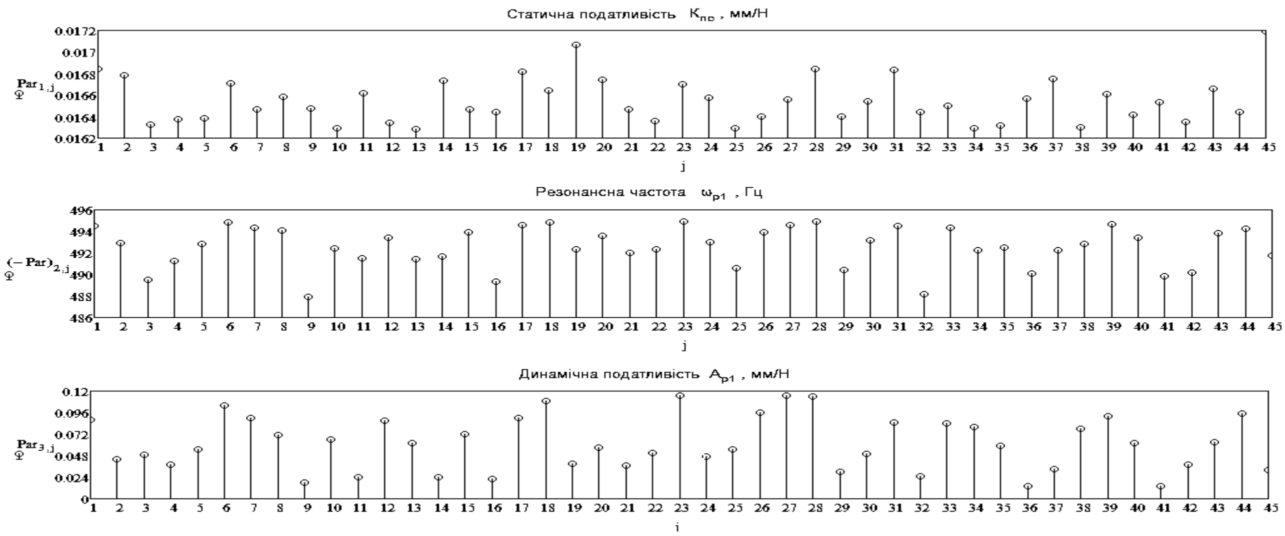


а

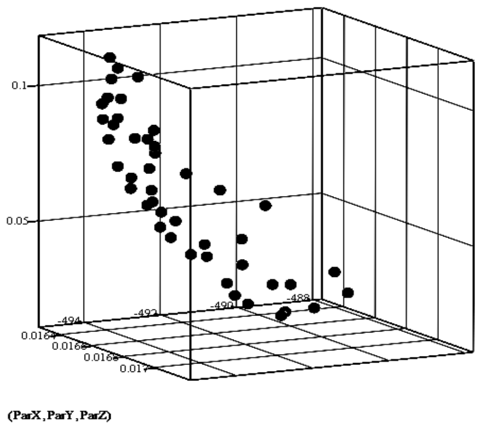


б

Рис. 6. Візуалізація вихідної множини рішень системи
а – складові вихідної множини; б – вихідна множина в 3D-просторі (в різних проекціях)



а



б

Рис. 7. Візуалізація ефективних рішень множини Парето
а – складові ефективних рішень (за трьома критеріями); б – ефективна множина Парето

З графіків видно, що точки вихідної множини займають лише частину об'єму фігури, що пояснюється обмеженістю області варіювання параметрів моделі.

Множина Парето ефективних (неполіпшуваних) рішень визначається за допомогою спеціальної процедури у вигляді матриці Par(m, N). В нашому випадку з 999-ти було визначено 45 ефективних точок. Множина Парето записана у вигляді матриці Par(3,45) (рис. 5). Номери точок Парето-ефективних рішень, розміщених в матриці Kr, подані у масиві NPar.

Для нормування значень критеріїв доцільно застосувати єдину формулу для кожного критерію, наприклад у такому вигляді

$$\breve{k}_i = \left(k_i - k_{min}\right) / \left(k_{max} - k_{min}\right), \qquad (12)$$

де $\breve{k}_i$ – нормоване, k_i – плинне, k_{min} – мінімальне, k_{max} – максимальне значення критерію.

Після такого нормування відносне значення будь-якого критерію буде безрозмірним і воно буде змінюватись в межах від 0 до 1.

Візуалізація нормованих складових ефективних рішень множини Парето у відносних безрозмірних одиницях показана на рис. 8.

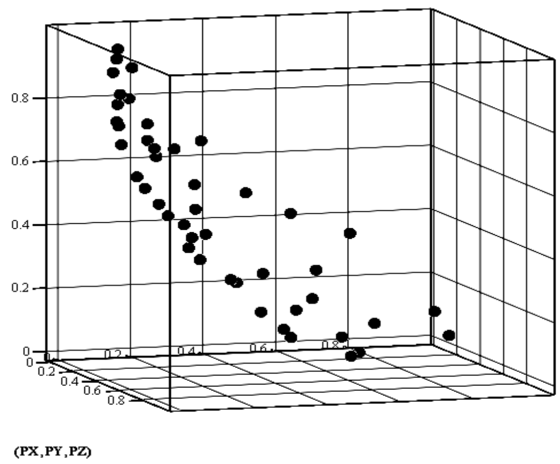


Рис. 8. Ефективна множина Парето

Для визначення найкращого варіанту з 45 рішень Парето слід знайти точки, які розташовані найближче до початку координат. Для цього можна застосувати формулу знаходження відстані між двома точками

$$\breve{R}_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \breve{k}_i^2}, \qquad (13)$$

де $\breve{R}_i$ – відстань від точки до початку координат.

Розраховані значення $\breve{R}_i$ для 45 точок приведені на рис. 9.

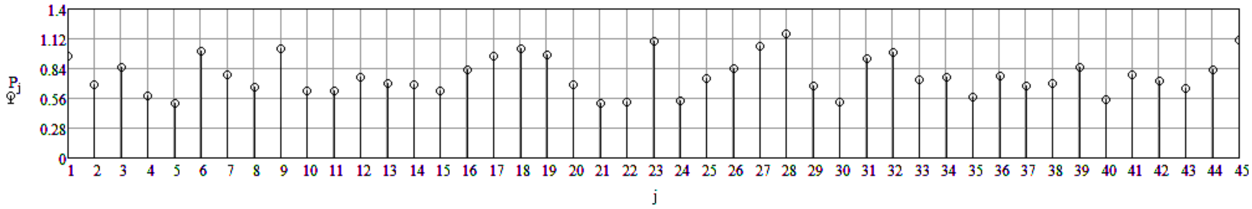


Рис. 9. Візуалізація нормованих рішень

Найбільш ефективними рішеннями з усіх рішень множини Парето є точки з мінімальними значеннями величини $\breve{R}_i$ ($\breve{R}_i$ <0,56).

З точки зору динаміки найбільш оптимальною є точка 21, в якій найменші амплітуди першого резонансу (0,037мм/Н) при практично рівних інших параметрах. В загальній множині розрахованих варіантів рішень системи (матриця Kr) цій точці відповідає точка з номером 463 в масиві Kr(3,999).

Таким чином, глобальними раціональними параметрами ШВ (для точки 21) можна вважати наступні: d =118,047≈118мм і l =345,156≈ 345мм.

Висновки

Найбільш системною параметричною оптимізацією шпиндельних вузлів є багатокритеріальна оптимізація, яка дозволяє врахувати максимальну кількість вихідних показників конструкції, що забезпечує більш якісний відбір раціональних параметрів вузла. Для реалізації багатокритеріальної оптимізації доцільно застосовувати метод Парето, як найбільш відомий і ефективний метод пошуку оптимуму в масиві неполіпшуваних рішень.

Особливістю розробленої методики оптимізації є використання нормованих значень критеріїв, що забезпечує перехід до відносних безрозмірних одиниць і проведення оптимізації для різнорідних за фізичним змістом критеріїв (жорсткість, точність, частота коливань, температура і інше.)

Розроблена методологія багатокритеріальної оптимізації конструкцій на основі параметричних 3D-моделей забезпечує вибір найбільш раціональних компоновочних параметрів конструкцій з усіх можливих варіантів. Вона має узагальнений характер і може застосовуватись для оптимізації різних об'єктів в САПР

Список літератури

1. *Олейников И.А. Практическое использование пакета Mathcad при решении задач: учеб. пособ. / И.А. Олейников. – М.: РГОТУ, 2002. – 114 с.*
2. *Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967 – 360 с.*
3. *Березовский Б.А. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты // Ю.М. Барышников, В.К. Борзенко, Л.М. Кемпнер. – М.: Наука, 1989. –128 с.*
4. *Нинул А.С. Оптимизация целевых функций: Аналитика. Численные методы. Планирование эксперимента. / А.С. Нинул. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2009. – 336 с.*
5. *Ногин В.Д. Принятие решений при многих критериях: учебно-метод. пособ. / В.Д. Ногин. – СПб.: ЮТАС, 2007.*
6. *Соболь И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями: учеб. пособие для вузов / И.М. Соболь, Р.Б. Статников. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 175 с.*

Надійшла до редколегії 20.07.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Д.Ю. Федориненко, Чернігівський національний технологічний університет, Чернігів.

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ КОМПОНОВОК ШПИНДЕЛЬНЫХ УЗЛОВ МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ НА ОПОРАХ КАЧЕНИЯ

В.Б. Струтинский, В.М. Чуприна

Рассмотрены принципы многокритериальной оптимизации компоновок параметрических 3D-моделей шпиндельных узлов металлорежущих станков на опорах качения по статическим и динамическим показателям. Разработана методология оптимизации конструкций на основе нормированных критериев. Предложены рекомендации по ее применению.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, нормализация, станок, шпиндельный узел, статика, динамика, 3D-модель.*

MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF THE LAYOUTS OF MACHINE TOOL SPINDLE UNITS IN THE ROLLING BEARINGS

V.B. Strutinsky, V.M. Chupryna

The principles of multi-criteria optimization of parametric layouts of 3D-models of spindles of machine tools in the rolling bearings for static and dynamic performance was been considered. The methodology of optimization of designs based on normalized criteria has been developed. Recommendations on its application was proposed.

Keywords: *multi-criteria optimization, normalization, machine, spindle unit, static, dynamic, 3D-model.*