

УДК 623.51

О.М. Крюков, О.А. Александров

Академія внутрішніх військ МВС України, Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДАТЧИКА ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ ТИСКУ В КАНАЛАХ СТВОЛІВ СТІЛЕЦЬКОЇ ЗБРОЇ

*Розглянуто принципи побудови датчика тиску. Визначено основні динамічні характеристики датчика, встановлено їх залежність від конструктивних параметрів та фізичних властивостей елементів датчика. Запропоновано основні напрямки вдосконалення отриманої математичної моделі.*

**Ключові слова:** озброєння, тиск газів, математична модель датчика, передаточна функція, елементарний перетворювач, диференційне рівняння.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Тактико-технічні характеристики зброї та боеприпасів, що застосовуються внутрішніми військами, значною мірою визначаються параметрами внутрішньобалістичних процесів, які відбуваються у стволах під час пострілу. Підвищення точності даних про характеристики внутрішньобалістичних процесів може стати підґрунтям для подальшого удосконалення процесів виготовлення, випробування, визначення технічного стану зброї. Тому дослідження в сфері експериментального визначення параметрів внутрішньобалістичних процесів привертають значну увагу технічних фахівців.

Найбільш зручним шляхом отримання достовірних відомостей про характеристики внутрішньобалістичних процесів є вимірювання тиску порохових газів. Більшість сучасних теоретичних методів моделювання процесів, що протікають в каналах стволів стрілецької зброї під час пострілу, базуються саме на даних експериментальних досліджень кривих зміни тиску за часом та за координатами. В свою чергу підвищення точності вимірювання тиску потребує відповідного підвищення вимог до технічних характеристик засобів вимірювання тиску.

Як показує аналіз задач внутрішньої балістики, сучасні вимоги обмежують відносну похибку вимірювання миттєвих значень тиску в каналі ствола на рівні 1...3 %. Але відомі методи і засоби вимірювання тиску дозволяють отримувати експериментальні дані або лише в статичному режимі, або не в повній мірі адаптовані до жорстких умов протікання процесу пострілу, оскільки є працездатними в обмеженому діапазоні значень тиску (до 100 МПа), або характеризуються значною похибкою (до 4...25%) [1 – 3]. Основна технічна проблема полягає у створенні високоточного датчика тиску, який має характеризуватися високою верхньою межею діапазону вимірювання (до 350 МПа), бути малоінерційним (перетворювати швидкоплинний вхідний сигнал тривалістю до 1...3 мс) та функціонувати при високій температурі порохових газів (що сягає порядку тисячі градусів Цельсія [3]).

Першим етапом досліджень, спрямованих на створення такого датчика, є побудова його математичної моделі. Така модель дозволить оцінити принципову можливість створення датчика на основі застосування певного фізичного ефекту та в подальшому може бути покладена в основу розробки методики синтезу чутливого елемента, що має задані характеристики.

**Аналіз публікацій.** Математичні моделі датчиків тиску у вигляді передаточних функцій розглянуто в [4]. Однак в цій роботі не враховуються особливості перетворення швидкозмінного сигналу в залежності від фізичних характеристик матеріалу та геометричних розмірів елементів датчика. В роботах [1, 2, 4, 5] недостатньо повно досліджені властивості циліндричного отвору для відводу порохових газів з каналу ствола до датчика. Крім того, наведені у вказаних роботах співвідношення не адаптовані до специфіки задачі вимірювання тиску порохових газів в каналах стволів.

**Метою статті** є побудова узагальненої математичної моделі датчику тиску у вигляді передаточної функції.

### Викладення основного матеріалу

Корпус 1 датчику для вимірювання миттєвих значень тиску (рис. 1) встановлюється в спеціальному отворі стінки каналу ствола 2. Під час пострілу порохові гази з каналу ствола проходять по циліндричному отвору 3 до мембрани 4, яка передає зусилля рідині 5. Тиск в рідині, який залежить від вимірюваного тиску порохових газів, визначає силу, з якою рідина тисне на чутливий елемент датчика 6. Тензометричний матеріал, з якого виготовлено чутливий елемент, під дією сили тиску змінює свій електричний опір, який і вимірюється відомими методами та засобами. Найбільш доцільною, на погляд авторів, є побудова математичної моделі датчику тиску у вигляді передаточної функції, оскільки це дозволить у подальшому перейти до оцінки динамічної похибки вимірювання та до розробки методики синтезу датчика, який характеризується раціональною сукупністю параметрів. При цьому потрібно виконати детальний аналіз будови датчика, виділити

у його структурі елементарні перетворювачі та визначити їх передаточні функції окремо.

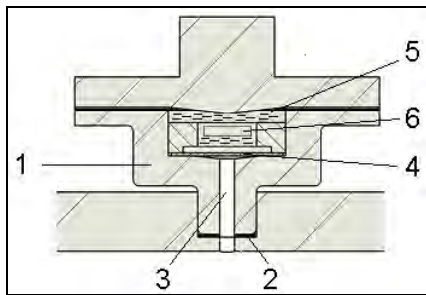


Рис. 1. Конструкція датчика тиску

Схема датчика тиску може бути представлена у вигляді послідовного з'єднання декількох елементарних перетворювачів (рис. 2).

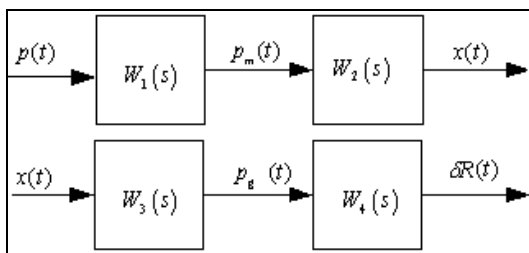


Рис. 2. Схема датчика тиску

Перший елементарний перетворювач – газова субстанція, що заповнює циліндричний отвір у стінці ствола та обмежена каналом ствола з одного боку і мембраною з іншого. Його передаточна функція  $W_1(s)$ . Вхідною величиною перетворювача є тиск порохових газів  $p(t)$ , вихідною  $p_m(t)$  – тиск шару газу, що безпосередньо контактує з мембраною.

Другий елементарний перетворювач – мембрана датчика тиску. Передаточна функція  $W_2(s)$ . Вихідним сигналом є переміщення центральної точки мембрани  $x(t)$ .

Третій елементарний перетворювач – пружна малотискувана рідина, що заповнює внутрішній об'єм датчика. Передаточна функція  $W_3(s)$ . Вихідною величиною перетворювача є тиск  $p_g(t)$  рідини на тензорезистор.

Четвертий елементарний перетворювач – тензорезистивний чутливий елемент. Передаточна функція  $W_4(s)$ . Вихідним сигналом є відносна зміна електричного опору  $\delta R(t)$ .

Розробка математичних моделей елементів структурної схеми датчика ґрунтується на застосуванні законів збереження енергії, імпульсу, маси. [6]. В основу побудови математичних моделей покладено гіпотези про суцільність та однорідність матеріалу, малість деформації та про ідеальну пружність матеріалу [6, 7].

На основі диференціальних рівнянь, отриманих з використанням принципу Д'Аламбера з застосуванням методів теорії автоматичного управління отримаємо математичні моделі елементарних перетворювачів у вигляді передаточних функцій [8].

Передаточну функцію першого елементарного перетворювача отримаємо на основі аналізу перехідної функції  $h(t)$  при миттєвому одиничному зростанні тиску на вході циліндричного отвору:

$$h(t - \tau_z) = (1 - \exp(-t/T_N)), \quad (1)$$

де  $T_N$  – стала часу циліндричного отвору (залежить від довжини циліндричного отвору, динамічної в'язкості повітря, початковому тиску повітря, показнику адиабати та радіусу циліндричного отвору);

$\tau_z$  – запізнення в часі вихідного сигналу (залежить від довжини циліндричного отвору та швидкість розповсюдження коливань в середовищі).

Відповідно до [8] перехідна функція елементарного перетворювача без врахування часу запізнення зв'язана з його передаточною функцією залежністю

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} W_1^*(s) \right\}, \quad (2)$$

звідки знаходимо  $W_1^*(s)$  – передаточну функцію циліндричного отвору без врахування часу запізнення

$$W_1^*(s) = \frac{1}{T_N s + 1}. \quad (3)$$

Для врахування запізнення в часі праву частину виразу (3) помножимо на  $e^{-s\tau_z}$ . В результаті отримаємо

$$W_1(s) = e^{-s\tau_z} \frac{1}{T_N s + 1}. \quad (4)$$

При побудові математичної моделі мембрани виходимо з аналізу закону руху її центральної точки [4]. Мембрана виконує роль пружини, при зміні вхідного тиску деформується, а її об'єм змінюється.

Розглянемо рівняння руху мембрани під дією змінної сили з врахуванням її форми та пружних властивостей матеріалу, з якого вона виготовлена. Сила інерції, що є добутком маси мембрани на її прискорення, дорівнює сумі прикладених сил:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(t) - k \frac{dx}{dt} - cx, \quad (5)$$

де  $F(t) = p(t)Q$  – змінна в часі сила, з якою порохові гази діють на мембрану площею  $Q$ ;  $cx$  – сила пружності мембрани;  $k \frac{dx}{dt}$  – сила демпфування;  $m$  – інерційна маса, тобто маса усіх елементів, які набули руху під дією сили тиску порохових газів;  $k$  – ступінь

заспокоєння;  $c$  – коефіцієнт пружності мембрани;  $x$  – переміщення інерційної маси, зосередженої в мембрані.

Використовуючи методи автоматичного управління [8] отримуємо передаточну функцію  $W_2(s)$  на основі співвідношення перетворених за Лапласом вихідної та вхідної величин диференційного рівняння (5):

$$W_2(s) = \frac{k_m}{T_m^2 s^2 + 2\xi_m T_m s + 1}, \quad (6)$$

де  $k_m = Q/c$  – коефіцієнт передачі мембрани;

$T_m = \sqrt{\frac{m}{c}}$  – стала часу мембрани;  $\xi_m = \frac{k}{2\sqrt{mc}}$  –

коефіцієнт відносного демпфування мембрани.

Розглянемо математичну модель рідини, що заповнює циліндричну ємність та стискається мембраною. Передача мембраною тиску з врахуванням демпфування описана диференціальним рівнянням [11]

$$x = N_p l_g \beta \cdot p_g + 3N_p \frac{l_g^3 \mu_g L_{mid} \beta^2}{r^2} \frac{dp_g}{dt} + \frac{1}{3} N_p^2 l_g^4 \beta^3 \rho_g \frac{d^2 p_g}{dt^2}, \quad (7)$$

де  $l_g$  – довжина циліндра, заповненого рідиною;  $\beta$  – коефіцієнт, що характеризує стискуваність рідини;  $p_g$  – тиск рідини на тензорезистор;  $\rho_g$  – густина матеріалу рідини;  $\mu_g$  – кінематична в'язкість рідини.

Передаточну функцію  $W_3(s)$  отримуємо як відношення перетворених за Лапласом вихідної та вхідної величин диференційного рівняння (7):

$$W_3(s) = \frac{k_g}{T_g^2 s^2 + 2\xi_g T_g s + 1}, \quad (8)$$

де  $T_g = \frac{N_p l_g \beta}{3} \sqrt{3\rho_g l_g}$  – стала часу рідини;

$\xi_g = \frac{\sqrt{3}\mu_g L_{mid}}{r} \sqrt{\frac{l_g}{\rho_g}}$  – коефіцієнт відносного

демпфування рідини;

$k_g = \frac{1}{N_p l_g \beta}$  – коефіцієнт передачі рідини.

Рідина тисне на тензорезистивний перетворювач датчика, змінюючи його опір.

Зв'язок відносної зміни опору  $\delta R(t)$  з тиском рідини на тензорезистивний перетворювач  $p_g(t)$  представимо у вигляді [4]

$$\delta R(t) = K \cdot p_g(t), \quad (9)$$

де  $K$  – коефіцієнт об'ємної пружності тензорезистора.

Передаточна функція цього елементарного перетворювача

$$W_4(s) = K. \quad (10)$$

Оскільки перетворення сигналу елементарними перетворювачами відбувається послідовно, то загальна передаточна функція буде добутком передаточних функцій цих елементарних перетворювачів:

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s). \quad (11)$$

Отримана математична модель характеризує динамічні властивості датчика тиску та дозволяє встановити зв'язок між параметрами передаточної функції і фізичними параметрами датчика.

## Висновки

Запропоновано узагальнену математичну модель датчика тиску у вигляді передаточної функції. Встановлено взаємозв'язки між параметрами такої математичної моделі і фізичними параметрами датчика тиску.

Розроблена модель може бути уточнена шляхом урахування різних впливних величин та ефектів другого порядку (наприклад, змінювання температури).

В подальшому математична модель датчика тиску у вигляді передаточної функції може бути застосована для оцінки динамічної похибки вимірювання та для розроблення методики синтезу датчика, який характеризується оптимальною (раціональною) сукупністю параметрів.

## Список літератури

1. Теория и расчёт автоматического оружия / А.К. Голомбовский и др. – Пенза: ПВАИУ, 1973. – 493 с.
2. Кириллов В.Н. Основы устройства и проектирования стрелкового оружия / В.Н. Кириллов – Пенза: ПВАИУ, 1963. – 342 с.
3. Серебряков Н.Е. Внутренняя баллистика / Н.Е. Серебряков. – М.: Оборониздат ГИОП, 1949. – 673 с.
4. Полищук Е.С. Измерительные преобразователи / Е.С. Полищук. – К.: Вища школа, 1990. – 480 с.
5. Фрайден Дж. Современные датчики. Справочник / Дж. Фрайден – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
6. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2002 – 483 с.
7. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко. – М.: Наука, 1979. – 696 с.
8. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления: учеб. пособ. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / Е.П. Попов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 304 с.
9. Лемберг Н.Д. Пневмоавтоматика. / Н.Д. Лемберг. – М.: Машиностроение, 1961. – 514 с.
10. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
11. Баишта Т.Н. Машиностроительная гидравлика. / Т.Н. Баишта. – М.: Машиностроение, 1971. – 323 с.

Надійшла до редколегії 4.11.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. І.В. Руженцев, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДАТЧИКА ИЗМЕРЕНИЯ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ  
В КАНАЛАХ СТВОЛОВ СТРЕЛКОВОГО ОРУЖИЯ**

А.М. Крюков, А.А. Александров

*Рассмотрено принципы построения датчика давления. Определены основные динамические характеристики датчика, определено их зависимость от конструктивных параметров и физических свойств элементов датчика.*

**Ключевые слова:** *вооружение, давления газов, математическая модель датчика, передаточная функция, элементарный преобразователь, дифференциальное уравнение.*

**THE MATHEMATICAL MODEL OF SENSOR OF INSTANTANEOUS VALUE OF PRESSURE IN CANALS  
OF SMALL ARMS**

A.M. Krukov, A.A. Alexanderov

*The principle of construction of pressure sensors has been analyzed. General dynamic characteristics of pressure sensor have been defined, their dependence from constructional parameters and physical characteristic of component have been defined.*

**Keywords:** *armament, gas pressure, sensor's mathematical model, elementary reorganizer, transfer function, differential equation.*