

УДК 621.316.373

А.Г. Гурін, Б.Т. Кононов, В.М. Щека

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ВИБІР ПАРАМЕТРІВ ДВОШАРОВИХ ВИПРОМІНЮЮЧИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІНДУКЦІЙНО-ДИНАМІЧНИХ ЕЛЕКТРОРОЗРЯДНИХ СИСТЕМ

Викладається методика вибору параметрів двошарових випромінюючих елементів індукційно-динамічних електророзрядних систем, яка ґрунтується на визначенні векторного потенціалу електричного поля і встановленні закономірностей проникнення плоского електромагнітного поля в провідне середовище.

**Ключові слова:** електромагнітне поле, двошарові випромінюючі елементи, електророзрядна система.

### Вступ

**Постановка науково-технічного завдання.** У випромінювачах індукційно-динамічного типу застосовуються індукційно-динамічні перетворювачі, які здатні генерувати в частотному діапазоні від 200 до 1000 Гц для наземних джерел і від 1000 до 10000 Гц для джерел, що вживаються у водоймищах.

Для забезпечення механічної міцності випромінюючої плити на поверхні ґрунту або стійкості до кавітації випромінюючої мембрани необхідно застосовувати двошарові випромінюючі елементи, у яких в першому шарі використовуються такі матеріали як мідь або алюміній, а в другому шарі – сталь або титан. При формуванні ударного імпульсу необхідно вибрати товщину першого і другого шарів так, щоб при заданому розрядному струмі в індукторі отримати максимальну швидкість руху шарів.

**Аналіз літератури.** Загальні питання теорії високовольтних електророзрядних енергосистем викладені в монографії [1].

Разом з тим, слід відмітити, що специфічні особливості роботи необхідного устаткування в [1] не розглядалися.

**Метою даної статті** є викладення методики вибору параметрів електродинамічних випромінювачів.

### Основний матеріал

При розгляді процесів, що відбуваються в електродинамічному випромінювачі з двошаровим випромінюючим середовищем, розрахункова схема якого представлена на рис. 1, на початку визначимо векторний потенціал поля  $A$  і радіальну складову індукції магнітного поля  $B$ .

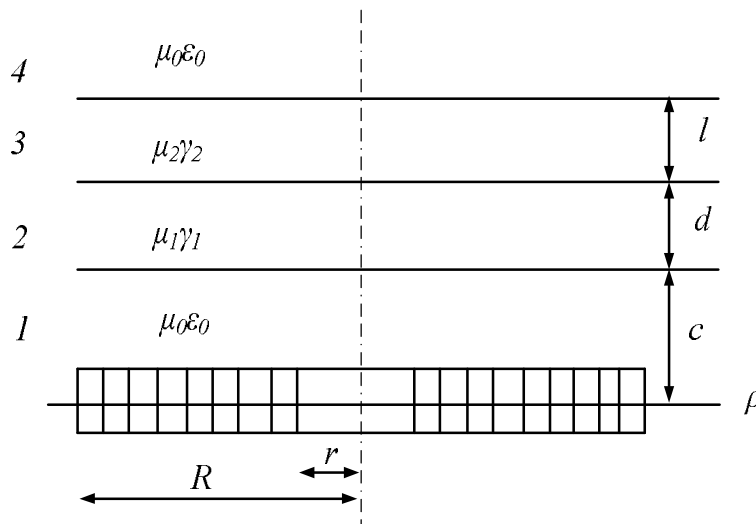


Рис. 1. Розрахункова модель електродинамічного випромінювача з двошаровою мембраною.

Далі, використовуючи рівняння Максвелла, встановимо закономірності проникнення електромагнітного поля в провідне середовище. Виходячи з визначення векторного потенціалу [2], маємо, що

$$V = \mu_0 H = \text{rot} A, \quad (1)$$

де  $B, H$  – індукція і напруженість магнітного поля;  $\mu_0$  – магнітна проникність.

Перший шар з параметрами  $\mu_1 \gamma_1$ ; другий шар з параметрами  $\mu_2 \gamma_2$ ;  $\mu$  – магнітна проникність;  $\gamma$  – питома провідність;  $\varepsilon$  – діелектрична проникність.

З (10) витікає, що

$$H = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} A. \quad (2)$$

Використовуючи перше рівняння Максвелла

$$\text{rot} H = \delta E \frac{dD}{dt}, \quad (3)$$

де  $\delta = \gamma E$  – щільність струму провідності;

$\frac{dD}{dt}$  – щільність струму зміщення;

$E \cdot D$  – напруженість і індукція електричного поля.

Для областей що зайняті струмами  $E$  (поза провідниками),  $\mu_0 = \text{const}$ , щільність струму провідності  $\delta = 0$ , щільність струму зміщення  $\frac{dD}{dt} = 0$ , а значить  $\text{rot} H = 0$ . Якщо в перше рівняння Максвелла замість напруженості магнітного поля підставити

$$\frac{1}{\mu_a} \text{rot} A,$$

то отримаємо, що

$$\text{rot} \cdot \text{rot} A = 0$$

або

$$\text{rot} \cdot \text{rot} A = \text{grad} \cdot \text{div} A - \Delta^2 A = 0. \quad (4)$$

Поклавши  $\text{div} A = 0$  і переходячи до системи координат  $(r, \psi, \Theta)$ , отримаємо, що лапласіан векторного потенціалу рівний

$$\frac{d^2 A}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 A}{d\Theta^2} + \frac{\cos \Theta}{r^2 \sin \Theta} \frac{dA}{d\Theta} = 0. \quad (5)$$

У співвідношенні (5) враховано, що через симетричність  $\frac{dA}{d\psi} = 0$ .

Аналогічно представляється лапласіан векторного потенціалу  $\varphi$ .

Співвідношення (5) відповідає моделі в якій струм індуктора зосереджений по осі провідників котушки, витки якої представлені не у вигляді спіралі, а у вигляді кіл, лінії струму в яких щільно прилягають один до одного. Тим самим розглядається модель, в якій струм зосереджений в нескінченно тонкому диску, що дозволяє не враховувати дію ефекту близькості, спін-ефекту і котушкового ефекту.

Вирішення рівняння Лапласа (5) шукатимемо у вигляді твору двох функцій, одна з яких  $f_1$  залежить тільки від координати  $r$ , а інша –  $f_2$  залежить від координати  $\Theta$ , тобто

$$A = f_1(r) \cdot f_2(\Theta). \quad (6)$$

Для визначення цих функцій підставимо їх в рівняння (5) і отримаємо

$$f_2(\Theta) \frac{\partial^2 f_1(r)}{\partial r^2} + f_2(\Theta) \frac{1}{r} \frac{\partial f_1(r)}{\partial r} + \frac{f_1(r)}{R^2} \frac{\partial^2 f_2(\Theta)}{\partial \Theta^2} - \frac{f_1 \cos \Theta}{R^2 \sin \Theta} \frac{\partial f_2(\Theta)}{\partial \Theta} = 0. \quad (7)$$

Після перетворень представимо співвідношення (7) таким чином

$$\frac{r^2}{f_1(r)} \frac{\partial^2 f_1(r)}{\partial r^2} + \frac{2r}{f_1(r)} \frac{\partial f_1(r)}{\partial r} - \frac{1}{f_2(\Theta)} \frac{\partial^2 f_2(\Theta)}{\partial \Theta^2} = \frac{\cos \Theta}{f_2 \sin \Theta} \frac{\partial f_2(\Theta)}{\partial \Theta}. \quad (8)$$

Рівність (8) повинна бути справедливою для будь-яких значень  $r$  і  $\Theta$ .

Це можливо у випадку, якщо

$$\frac{r^2}{f_1(r)} \frac{\partial^2 f_1(r)}{\partial r^2} + \frac{2r}{f_1(r)} \frac{\partial f_1(r)}{\partial r} = k^2; \quad (9)$$

$$a \quad \frac{1}{f_2(\Theta)} \frac{\partial^2 f_2(\Theta)}{\partial \Theta^2} - \frac{\cos \Theta}{f_2(\Theta) \sin \Theta} \frac{\partial f_2(\Theta)}{\partial \Theta} = k^2, \quad (10)$$

де  $k^2$  – деяка постійна величина.

Тим самим початкове рівняння (7) розбивається на 2 рівняння.

Вирішення другого рівняння має вигляд  $f_2(\Theta) = \cos \Theta$ .

При цьому постійна  $k^2 = 2$ .

Таким чином перше рівняння (9) приводиться до вигляду

$$r^2 \frac{d^2 f_1(r)}{dr^2} + 2r \frac{df_1(r)}{dr} - 2f_1(r) = 0. \quad (11)$$

Використовуючи запропоновану в [2] підстановку  $r = \hat{a}^w$ , від рівняння (11) перейдемо до наступного рівняння

$$\frac{d^2 f_1}{dw^2} + \frac{df_1}{dw} - 2f_1 = 0, \quad (12)$$

вирішення якого має вигляд

$$f_1 = A_1 \hat{a}^{2w} + A_2 \hat{a}^{-2w} = A_1 r + \frac{A_2}{r^2}. \quad (13)$$

Повне вирішення рівняння Лапласа має вигляд

$$A = \left( A_1 r + \frac{A_2}{r^2} \right) \cos \Theta. \quad (14)$$

З (14) отримаємо індукції магнітного поля  $B_r$  і  $B_\Theta$ , що дорівнюють

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{dA}{dr}; \\ B_\Theta &= -\frac{1}{2} \frac{dA}{d\Theta}, \end{aligned} \quad (15)$$

а саме

$$\begin{aligned} B_r &= -\left(A_1 - \frac{2A_2}{r^3}\right) \cos \Theta; \\ B_\Theta &= \left(A_1 + \frac{A_2}{r^3}\right) \sin \Theta; \\ B_\Psi &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Для визначення постійних інтеграції  $A_1$  і  $A_2$  врахуємо наступне.

При  $r \rightarrow \infty$  маємо  $B = B_0$ , тобто

$$A_1 = -B_0.$$

При  $r = a$  маємо  $A = \text{const}$  для всіх значень змінної  $\Theta$ , що має місце, якщо

$$A_1 a + \frac{A_2}{a^2} = 0.$$

Таким чином

$$A_2 = -A_1 a^2 = B_0 a^2,$$

а значить

$$A = B_0 \left( \frac{a^2}{r^2} - r \right) \cos \Theta. \quad (17)$$

Величина  $B_r$  визначається із співвідношення

$$B_r = B_0 \left( \frac{2a^3}{r^3} - 1 \right) \cos \Theta.$$

Таким чином, амплітудне значення векторно-потенціалу, що утворюється на відстані  $z$  при проходженні синусоїдального струму  $i = I_m \sin \omega t$  дорівнює

$$A_m = \frac{\mu_a (\pi a^2) u I_m}{4\pi v z}, \quad (18)$$

де  $a$  – радіус витка;  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$ .

Знайдене значення індукції магнітного поля  $B_r$ , дозволяє приступити до вирішення задачі про проникнення плоского електричного поля в провідне середовище. Для цього складемо рівняння Максвелла для 1 і 4 середовища

$$\frac{d^2 H}{dz^2} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 H = 0; \quad (19)$$

$$\frac{d^2 H}{dz^2} - j\omega \mu_i \gamma_i H = 0; \quad (20)$$

$i = 1, 2.$

Вирішення рівнянь (19), (20) представимо у вигляді для першого шару

$$H_1 = C_1 e^{-jkz} + C_2 e^{jkz};$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{\omega}{v_0}; \quad (21)$$

$$E_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left( C_1 e^{-\frac{j\omega z}{v_0}} - C_2 e^{\frac{j\omega z}{v_0}} \right);$$

для другого шару

$$H_2 = C_3 e^{-\lambda_1 z} + C_4 e^{\lambda_1 z};$$

$$E_2 = \sqrt{\frac{j\omega \mu_1}{\gamma_1}} (C_3 e^{-\lambda_1 z} - C_4 e^{\lambda_1 z}) \quad (22)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{j\omega \mu_1 \gamma_1};$$

для третього шару

$$H_3 = C_5 e^{-\lambda_2 z} + C_6 e^{\lambda_2 z};$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{j\omega \mu_2}{\gamma_2}} (C_5 e^{-\lambda_2 z} - C_6 e^{\lambda_2 z}); \quad (23)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{j\omega \mu_2 \gamma_2};$$

для четвертого шару

$$H_4 = C_7 e^{-j\omega z} + C_8 e^{j\omega z};$$

$$E_4 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left( C_7 e^{-\frac{j\omega z}{v_0}} - C_8 e^{\frac{j\omega z}{v_0}} \right). \quad (24)$$

Для четвертого шару можна вважати, що амплітудою відбитої хвилі можна нехтувати, оскільки  $\tilde{N}_8 = 0$ .

Постійна  $\tilde{N}_1$  визначається амплітудою падаючої хвилі.

Виходячи з граничних умов

$$H_i / r = H_{i+1} / r$$

та

$$E_i / r = E_{i+1} / r$$

отримаємо систему рівнянь, що описує процеси заломлення і віддзеркалення хвиль на поверхнях розділу чотирьох середовищ

$$\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2 = \tilde{N}_3 + \tilde{N}_4;$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} (\tilde{N}_1 - \tilde{N}_2) = \sqrt{\frac{j\omega \mu_1}{\gamma_1}} (\tilde{N}_3 - \tilde{N}_4);$$

$$C_3 \hat{a}^{-\lambda_1 d} + C_4 \hat{a}^{\lambda_1 d} = C_5 + C_6;$$

$$\sqrt{\frac{j\omega \mu_1}{\gamma_1}} (C_3 \ell^{-\lambda_1 d} - C_4 \ell^{\lambda_1 d}) = \sqrt{\frac{j\omega \mu_2}{\gamma_2}} (C_5 - C_6);$$

$$C_5 \hat{a}^{-\lambda_2 d} - C_6 \hat{a}^{\lambda_2 d} = C_7 \hat{a}^0 = C_7;$$

$$\sqrt{\frac{j\omega \mu_2}{\gamma_2}} (C_5 \hat{a}^{-\lambda_2 \ell} - C_6 \hat{a}^{\lambda_2 \ell}) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} C_7. \quad (25)$$

У розглядаємому випадку вважаються відомими струм індуктора  $I$ , частота розрядного контуру  $\omega$ , параметри пластин  $\mu_1 \gamma_1$  та  $\mu_2 \gamma_2$ . Товщину мідної і сталеві пластини вибиратимемо, враховуючи наступні міркування.

Припускаємо, що поле, яке створюється індуктором на зверненій до індуктора (зовнішньої) поверхні листа, має амплітуду магнітної складової, що перевищує амплітуду напруженості магнітного поля, при якій  $\mu$  матеріалу досягає максимуму.

Оскільки матеріал першого шару (мідь) має високу провідність, то можна вибрати товщину цього шару  $d$  так, щоб на виході з цього шару амплітуда напруженості  $H$  мала таке значення, при якому максимум досягався максимум  $\mu$  ферромагнітного матеріалу.

Вибираючи в якості другого шару сталь, забезпечуємо можливість швидкого загасання поля в цьому шарі.

При виборі товщини другого шару  $\ell$  необхідно виходити з наступних умов:

- лист повинен витримувати силу магнітного тиску;
- швидкість руху листа повинна бути максимальною.

Таким чином товщина  $d$  першого шару повинна визначатися із співвідношення

$$d = \frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{C_3}{H}. \quad (26)$$

При визначенні товщини другого шару  $\ell$  необхідно вирішити оптимізаційну задачу

$$v = \frac{F \Delta t}{m} = \hat{O}(t) = \max. \quad (27)$$

Потрібне значення  $\ell$  визначається з умови  $\hat{O}'(t) = 0$ .

При рішенні задачі необхідно заздалегідь знайти загальну силу тиску на лист  $F$  і його масу  $m$ , враховуючи при цьому, що при збільшенні  $\ell$  збільшується  $m$ , що приводить до зменшення швидкості руху  $v$ .

## Висновки

1. Запропонована методика визначення параметрів двошарового електродинамічного випромінювача, яка заснована на визначенні векторного потенціалу магнітного поля і встановленні закономірностей проникнення плоского електромагнітного поля в провідне середовище.

2. Приведені аналітичні співвідношення для визначення векторного потенціалу і радіальної складової індукції магнітного поля.

3. Отримана система диференціальних рівнянь, що описує процеси заломлення і віддзеркалення хвиль на поверхні розділу чотирьох середовищ, результати вирішення якої дозволяють встановити характер проникнення поля багатошаровий провідник, один з шарів якого має ферромагнітні властивості.

## Список літератури

1. Щерба А.А. Высоковольтные электроразрядные компактные системы / А.А. Щерба, К.В. Дубовенко. – К.: Наукова думка, 2008. – 269 с.

2. Теоретические основы электротехники. Ч. II – III, / Г.И. Атабеков, С.Д. Кутелян, А.Б. Тимофеев, С.С. Хуриков. – М. - Л.: Энергия, 1966. – 280 с.

Надійшла до редколегії 11.11.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Чинков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ДВУХСЛОЙНЫХ ИЗЛУЧАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ИНДУКЦИОННО ДИНАМИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫХ СИСТЕМ

А.Г. Гурин, Б.Т. Кононов, В.Н. Щека

Выкладывается методика выбора параметров двухслойных излучающих элементов индукционно динамических электроразрядных систем, которая основывается на определении векторного потенциала электрического поля и установлении закономерностей проникновения плоского электромагнитного поля в ведущую среду.

**Ключевые слова:** электромагнитное поле, двухслойные излучающие элементы, электроразрядная система.

## CHOICE OF PARAMETERS OF ДВУХСЛОЙНЫХ RADIATIVE ELEMENTS INDUCTION DYNAMIC ELECTRO-BIT SYSTEMS

A.G. Gurin, B.T. Kononov, V.N. Cheeka

The method of choice of parameters of двухслойных radiative elements is laid out induction dynamic electro-bit systems, which is based on determination of vectorial potential of the electric field and establishment of conformities to the law of penetration of the flat electromagnetic field in a leading environment.

**Keywords:** electromagnetic field, diploblastic radiative elements, electro-bit system.