

# Розвиток, бойове застосування та озброєння авіації

УДК 629. 7. 015. 4: 533.6.011.3

О.В. Сафронов, О.М. Неділько

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ МАКСИМАЛЬНО МОЖЛИВИХ ВЕЛИЧИН ЗБУДЖЕНИХ ШАРНІРНИХ МОМЕНТІВ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ КЕРУВАННЯ ЛІТАКІВ ПРИ ВИНИКНЕННІ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТЕРУ

Отримана математична модель оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування, яка може бути використана для попередньої оцінки характеристик трансзвукового флатеру як надзвукових, так і гіперзвукових літаків. Достовірність цієї моделі підтверджена порівнянням отриманих теоретичних результатів з результатами лабораторного експерименту.

**Ключові слова:** математична модель, аеродинамічна поверхня керування, шарнірний момент, трансзвуковий флатер, число  $M$ .

### Вступ

**Постановка проблеми.** Теоретичні та експериментальні дослідження трансзвукового (одноступеневого) флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків залишаються актуальною науковою проблемою. Актуальність проблеми обумовлена відсутністю загальноприйнятої математичної моделі цього явища, хоча, як пишуть автори праці [1], «...при цьому рух елементів здійснює просте гармонічне коливання».

Про актуальність проблеми нагадає і катастрофа туристичного гіперзвукового суборбітального літака Space Ship Two фірми Virgin Galactic 31 жовтня 2014 року, однією з причин якою могло бути виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування [2].

Як свідчить досвід дослідження трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування, його виникнення неодноразово було причиною катастроф надзвукових літаків військового призначення та причиною обмеження режимів польоту літаків у трансзвуковому діапазоні швидкостей. Причому процес руйнації елементів конструкції надзвукових літаків, і, у першу чергу, елементів конструкції аеродинамічних поверхонь, відбувався за 0,5–1,0 с [3].

З наведеного випливає, що розробка математичної моделі оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру залишається актуальною науковою проблемою і для оцінки безпеки польотів гіперзвукових літаків.

### Аналіз основних досліджень і публікацій.

Теоретичним та експериментальним дослідженням цього явища присвячено багато публікацій, в яких запропоновані різноманітні підходи для обґрунтування причин виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту [3–8].

В цих дослідженнях відмічено, що збільшення величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування на трансзвукових швидкостях польоту викликає інтенсивні коливання елементів конструкції літаків, рівень яких залежить від великої кількості параметрів.

У праці [8] на базі сумісного аналізу зміни параметрів потоку у течії Прандтля-Майєра [9], рівнянь Бернуллі для стислого газу [9] та гіпотези динамічного скривлення аеродинамічного профілю [10] запропонована одна з можливих математичних моделей оцінки величини розподіленого збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування надзвукових літаків при виникненні трансзвукового флатеру

$$\bar{M}(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{\phi_0 V_1} |\dot{\delta}(t)| \right] \frac{b_k^2 b_1 \dot{\delta}(t)}{\phi_0 V \left( 1 + \frac{b_1}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right)^2}, (1)$$

де  $\Delta P_0$  – максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового струму на профілю аеродинамічної поверхні керування при умові розташування стрибків ущільнення на задній кромці профілю та при відсутності коливань;

$b_k$  – хорда профілю аеродинамічної поверхні

керування;

$\phi_0$  – максимальний кут нахилу дотичної до профілю аеродинамічної поверхні поблизу задньої кромки;

$V$  – швидкість потоку повітря;

$\dot{\delta}(t)$  – характер коливань аеродинамічної поверхні керування;

$b_1$  – відстань від лінії максимальної товщини аеродинамічного профілю до його задньої кромки.

Згідно цієї моделі збуджений шарнірний момент виникає завдяки особливостям взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічної поверхні керування.

Задовільна збіжність результатів теоретичних оцінок рівня коливань аеродинамічних поверхонь керування, отриманих за допомогою цієї математичної моделі, з результатами льотного експерименту [11] дозволяє вважати її однією з можливих моделей, яка дозволяє кількісно оцінити величини збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру надзвукових літаків.

Кількісною оцінкою у праці [3] було доведено, що при малих амплітудах коливань аеродинамічних поверхонь керування, тобто, при  $\dot{\delta}(t) \rightarrow 0$ , їх збуджений шарнірний момент завжди більше, ніж шарнірний момент від сил аеродинамічного демпфірування, що підтверджує теоретичну можливість виникнення трансзвукового флатеру як надзвукових, так і гіперзвукових літаків.

**Мета статті.** Розробити математичну модель оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування літаків і порівняти їх з величинами шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфірування з метою оцінки можливості виникнення трансзвукового флатеру літаків при умовах, коли збуджений шарнірний момент аеродинамічних поверхонь керування досягає максимально можливих величин.

### Виклад основного матеріалу

Як впливає з аналізу математичної моделі (1), вона носить нелінійний характер, тобто, при малих амплітудах коливань аеродинамічних поверхонь керування величина розподіленого збудженого шарнірного моменту зростає, а потім починає зменшуватися.

Для визначення максимально можливої величини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування та з метою спрощення аналізу математичної моделі (1) запропонуємо безрозмірне відношення

$$\dot{z}(t) = \frac{b_1}{\phi_0 V} \dot{\delta}(t), \quad (2)$$

де  $\dot{z}(t)$  – груповий безрозмірний параметр, який враховує геометричні дані аеродинамічного профілю, умови польоту літака та характер коливань аеродинамічної поверхні керування.

Крім того, аналіз рівняння (1) почнемо з визначення величини безрозмірного коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, під яким у даному випадку розуміється відношення

$$m(\dot{\delta}) = \frac{\bar{M}(\dot{\delta})}{\Delta P_0 b_k^2} \approx \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right) \frac{b_1 \dot{\delta}(t)}{\phi_0 V \left( 1 + \frac{b_1}{\phi_0 V} |\dot{\delta}(t)| \right)^2}. \quad (3)$$

З урахуванням відношення (2), величина безрозмірного коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування (3) може бути подана у вигляді

$$m(\dot{\delta}) \approx \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} |z(t)| \right) \frac{\dot{z}(t)}{[1 + |z(t)|]^2}. \quad (4)$$

Для визначення параметрів математичної моделі оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування літаків при виникненні трансзвукового флатеру спочатку з рівняння (4) визначимо величину групового безрозмірного параметру  $\dot{z}(t)$ , при якому величина коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування буде максимально можливою. Це може бути здійснити з умови

$$\frac{dm(\dot{\delta})}{dz(t)} = 0. \quad (5)$$

Після диференціювання рівняння (4), з урахуванням умови (5), отримаємо

$$\dot{z}(t) = \frac{b_1}{b_1 + b_k}. \quad (6)$$

Підставляючи відношення (6) у рівняння (4), отримаємо максимально можливу величину коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування

$$m_0(\dot{\delta}) \approx 0,25 \frac{b_1}{b_1 + 0,5b_k}. \quad (7)$$

З аналізу залежності (7) випливає, що максимально можлива величина коефіцієнта збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування залежить лише від відношення геометричних параметрів системи «крило – аеродинамічна поверхня керування».

Таким чином, враховуючи відношення (3) та величину коефіцієнта збудженого шарнірного мо-

менту (7), математичну модель оцінки максимально можливих величин розподілених збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків при виникненні трансзвукового флатеру можна подати дуже простою залежністю

$$\bar{M}_0(\dot{\delta}) \approx 0,25\Delta P_0 \frac{b_1 b_k^2}{b_1 + 0,5b_k}. \quad (8)$$

Для кількісної оцінки величин розподілених збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування необхідно визначити максимальну величину зміни тиску місцевого надзвукового струму на профілю аеродинамічної поверхні керування  $\Delta P_0$  у рівнянні (8). Ця величина може бути визначена відомою наближеною залежністю [8]:

$$\Delta P_0 \approx P_n (M_1 - M_\infty), \quad (9)$$

де  $P_n$  – тиск повітря на висоті польоту;

$M_1$  – число  $M$  місцевого надзвукового струму на аеродинамічної поверхні керування при умові розташування стрибків ущільнення на задній кромці профілю та при відсутності коливань;

$M_\infty$  – число  $M$  незбудженого потоку повітря, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки профілю.

Число  $M_1$  місцевого надзвукового струму на аеродинамічній поверхні керування може бути визначено з наближеною залежності, яка запропонована у праці [8]:

$$M_1 \approx \sqrt[3]{1 + 11,5\phi_0}. \quad (10)$$

А число  $M_\infty$  незбудженого потоку повітря може бути визначено з умови формування стрибків ущільнення [8]:

$$M_1 - 1 \approx 2(M_\infty - M_{кр}), \quad (11)$$

де  $M_{кр}$  – критичне число  $M$  аеродинамічного профілю, тобто, число  $M$  незбудженого потоку повітря, при якому вперше на поверхні аеродинамічного профілю виникають стрибки ущільнення.

Для типових аеродинамічних профілів надзвукових літаків, які розташовані у потоці повітря під нульовим кутом атаки, критичне число  $M$  можна визначити на підставі результатів лабораторних експериментів [6; 7] або з наближеною залежності

$$M_{кр} \approx 1 - 0,7\sqrt{\bar{\tau}}, \quad (12)$$

де  $\bar{\tau}$  – відносна товщина аеродинамічного профілю.

З урахуванням залежності (9) математичну модель оцінки максимально можливих величин розподілених збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків при виникненні трансзвукового флатеру можна подати у вигляді

$$\bar{M}_0(\dot{\delta}) \approx 0,25P_n (M_1 - M_\infty) \frac{b_1 b_k^2}{b_1 + 0,5b_k}. \quad (13)$$

З метою оцінки можливості виникнення трансзвукового флатеру згідно математичної моделі (13) порівняємо отримані максимально можливі величини збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування літаків з величинами шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфірування, розподілена величина яких може бути подана відомою лінійною залежністю [1]:

$$\bar{M}_d(\dot{\delta}) = \frac{3}{8} \pi \rho_n V b_k^3 \dot{\delta}(t), \quad (14)$$

$\rho_n$  – густина повітря на висоті польоту літака.

Величину параметра  $\dot{\delta}(t)$  у залежності (14) отримаємо при умові (5), коли збуджений шарнірний момент аеродинамічної поверхні керування досягає максимально можливої величини. Це можна здійснити шляхом порівняння залежностей (2) і (6), після перетворення яких отримаємо

$$\dot{\delta}(t) = \frac{\phi_0 V}{b_1 + b_k}. \quad (15)$$

Підставляючи відношення (15) у залежність (14), отримаємо величину шарнірного моменту поверхні керування від сил аеродинамічного демпфірування при умові, коли збуджені шарнірні моменти аеродинамічних поверхонь керування досягають максимально можливих величин

$$\bar{M}_d(\dot{\delta}) = \frac{3}{8} \pi \rho_n V^2 b_k^3 \frac{\phi_0}{b_1 + b_k}. \quad (16)$$

Теоретична можливість виникнення трансзвукового флатеру буде спостерігатися при умові

$$\bar{M}_0(\dot{\delta}) \geq \bar{M}_d(\dot{\delta}). \quad (17)$$

Для зручності порівняння цих шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування нагадаємо відомі залежності [12]:

$$q = \frac{1}{2} \rho_n V^2 = \frac{k}{2} M_\phi^2 P_n, \quad (18)$$

де  $q$  – швидкісний напір потоку повітря;

$k$  – показник адіабати (для повітря  $k \approx 1,4$ );

$M_\phi$  – число  $M$  незбудженого потоку повітря, при якому виникає трансзвуковий флатер.

З урахуванням залежностей (18), розподілену величину шарнірного моменту поверхні керування від сил аеродинамічного демпфірування при умові (15) можна подати у вигляді

$$\bar{M}_d(\dot{\delta}) = \frac{3}{8} \pi k M_\phi^2 P_n b_k^3 \frac{\phi_0}{b_1 + b_k}. \quad (19)$$

З відношення залежностей (13) і (19) отримаємо

$$\frac{\bar{M}_0(\dot{\delta})}{\bar{M}_d(\dot{\delta})} = \frac{2}{3\pi k} \frac{(M_1 - M_\infty)(b_1 + b_k)b_1}{\phi_0 M_\phi^2 (b_1 + 0,5b_k)b_k}. \quad (20)$$

З аналізу залежності (20) випливає, що відношення максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування до величин шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфірування залежить лише від геометричних характеристик аеродинамічних поверхонь та від числа  $M$  польоту і не залежить від висоти польоту.

Для кількісної оцінки відношення (20) зауважимо, що для типових аеродинамічних профілів, як випливає з праці [7], можна прийняти

$$\phi_0 \approx 0,85\bar{\tau}. \quad (21)$$

Крім того, у відношенні (20) залишається невідомою величина числа  $M_\phi$ , яка незначно менше, ніж число  $M_\infty$ , але для наближених інженерних оцінок можна прийняти

$$M_\phi \approx M_\infty. \quad (22)$$

За результатами розрахунків згідно залежностей (10) – (12) і (21) для аеродинамічних поверхонь з відносною товщиною профілів  $\bar{\tau} = 0,05$  число  $M_\infty \approx 0,915$ , а з відносною товщиною  $\bar{\tau} = 0,1$  число  $M_\infty \approx 0,907$ .

Для порівняння отриманих результатів з результатами продувок аеродинамічної моделі жорстко закріпленого крила прямої стрілоподібності з аеродинамічною поверхнею керування, які наведені у праці [6], у розрахунках необхідно прийняти  $b_k \approx 0,5b_1$ .

З урахуванням цих зауважень, не зупиняючись на проміжних розрахунках згідно залежностей (10–12), (18), (20–22), отримуємо відношення:

– для крила з відносною товщиною профілю  $\bar{\tau} = 0,05$

$$\frac{\bar{M}_0(\dot{\delta})}{\bar{M}_d(\dot{\delta})} \approx 2,3;$$

– для крила з відносною товщиною профілю  $\bar{\tau} = 0,1$ , тобто, як у лабораторному експерименті праці [6]:

$$\frac{\bar{M}_0(\dot{\delta})}{\bar{M}_d(\dot{\delta})} \approx 1,8.$$

З отриманих результатів випливає, що виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічної поверхні керування можливо як на профілях з відносною товщиною  $\bar{\tau} = 0,05$ , які характерні для сучасних надзвукових літаків, так і на профілях з відносною товщиною  $\bar{\tau} = 0,1$ . Хоча, за даними льотних досліджень [3], трансзвуковий флатер аеродинамічних повер-

хонь керування частіше спостерігається на тонких аеродинамічних поверхнях, які розташовані у потоці повітря під нульовим кутом атаки, що і підтверджують отримані теоретичні результати.

Продувками аеродинамічної моделі крила з вказаними вище геометричними характеристиками профілю [6] і наведеними результатами теоретичних оцінок підтверджена можливість виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування, коливання яких можна подати коливаннями пружних систем з однією ступеню свободи. Виникнення незатухаючих коливань аеродинамічних поверхонь керування у лабораторному експерименті спостерігалось на числах  $M_\infty \approx 0,9 - 0,92$ . Цей діапазон чисел  $M$  практично не відрізняється від діапазону чисел  $M$ , який отриманий теоретичними оцінками. У цьому діапазоні чисел  $M$  відбулася і катастрофа гіперзвукового літака Space Ship Two.

## Висновки

Порівняння отриманих теоретичних результатів з результатами лабораторного експерименту свідчить про достовірність отриманих у статті результатів, тобто, отримана математична модель оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування може бути використана для попередньої оцінки характеристик трансзвукового флатеру літаків.

З отриманих результатів випливає, що максимально можливі величини збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування завжди більше, ніж величини шарнірних моментів від сил аеродинамічного демпфірування, і їх відношення не залежить від висоти польоту літака. Тобто, можливість виникнення трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування як надзвукових, так і гіперзвукових літаків без додаткових засобів демпфірування коливань аеродинамічних поверхонь керування існує завжди і тому розробка теоретичних методів оцінки ефективності засобів демпфірування коливань аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатеру залишається актуальною науковою і прикладною проблемою, якій і доцільно присвятити подальші дослідження.

## Список літератури

1. Бисплингофф Р.Л. *Аэроупругость* / Р.Л. Бисплингофф, Х. Эшли, Р.Л. Халфмэн / – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – 800 с.
2. Афанасьев И. Катастрофа Space Ship Two / И. Афанасьев, Д. Воронцов. – М.: Взлет. Национальный аэрокосмический журнал. – 2014. – № 12(120). – С. 52-54.
3. Сафронов О.В. Трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування надзвукових та гіперзвукових

літаків / О.В. Сафронов, О.М. Неділько, Б.Й. Семон. – К.: ЗНП ЦВСД НУОУ. – 2016. – №2(57). – С. 18-23.

4. Исогаи К. О механизме резкого снижения границы флаттера крыла прямой стреловидности на режиме трансзвукового полета. Часть II / К. Исогаи // РТК. – М., 1981. – Том 19, № 10. – С. 169-171.

5. Агеев Ю.И. Экспериментальное исследование установившихся колебаний элерона в околозвуковом потоке / Ю.И. Агеев, В.В. Назаренко, Т.П. Невежина // Ученые записки ЦАГИ. – М., 1974. – Том V, № 8. – С. 71-80.

6. Левкин В.Ф. Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях / В.Ф. Левкин // Труды ЦАГИ. – М., 1982. – Выпуск 2132. – 16 с.

7. Свищев Г.П. Эффективность руля и шарнирные моменты его при больших скоростях / Г.П. Свищев // Труды ЦАГИ. – М., 1975. – Выпуск 1722. – 10 с.

8. Сафронов А.В. Аэродинамическое воздействие скачков уплотнения на колеблющийся в околозвуковом

потоке элерон / А.В. Сафронов // Ученые записки ЦАГИ. – М., 1991. – Том XXII, № 3. – С. 110-117.

9. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика / Г.Н. Абрамович. – М.: Наука, 1976. – 888 с.

10. Келдыш М.В. Избранные труды. Механика / М.В. Келдыш. – М.: Наука, 1985. – 568 с.

11. Сафронов О.В. Порівняльний аналіз теоретичних та розрахунково-експериментальних методів оцінки характеристик трансзвукового флаттеру / О.В. Сафронов, О.М. Неділько, В.О. Сафронов // ЗНП ЦВСД НУОУ. – К., 2015. – №1(53). – С. 41-48.

12. Гошек И. Аэродинамика больших скоростей / И. Гошек. – М.: ИЛ, 1954. – 547 с.

Надійшла до редколегії 7.11.2016

Рецензент: д-р техн. наук проф. О.І. Тимочко, Харківський національний університет ім. І. Кожедуба, Харків.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНО ВОЗМОЖНЫХ ВЕЛИЧИН ВОЗБУЖДАЮЩИХ ШАРНИРНЫХ МОМЕНТОВ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТОВ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ТРАНСЗВУКОВОГО ФЛАТТЕРА

А.В. Сафронов, А.Н. Недилько

Получена математическая модель оценки максимально возможных величин возбуждающих шарнирных моментов аэродинамических поверхностей управления, которая может быть использована для предварительной оценки характеристик трансзвукового флаттера как сверхзвуковых, так и гиперзвуковых самолетов. Достоверность модели подтверждена сравнением полученных теоретических результатов с результатами лабораторного эксперимента.

**Ключевые слова:** математическая модель, аэродинамическая поверхность управления, шарнирный момент, трансзвуковой флаттер, число  $M$ .

#### MATHEMATICAL MODEL TO ESTIMATE THE MAXIMUM POTENTIAL VALUE OF THE EXCITING HINGE MOMENTS OF AERODYNAMIC AIRCRAFT CONTROL SURFACES IN CASE OF TRANSONIC FLUTTER

A.V. Safronov, O.M. Nedil'ko

A mathematical model to estimate the maximum potential value of the exciting hinge moments of aerodynamic control surfaces, which can be used for a preliminary assessment of the characteristics of transonic flutter like supersonic and hypersonic aircraft. The reliability of the model is confirmed by comparing the theoretical results with the results of a laboratory experiment.

**Keywords:** mathematical model, the hinge moment, aerodynamic control surface, transonic flutter,  $M$  number.