

# Механіка, машинознавство та електропостачання

УДК 629.01

А.А. Звонко, М.Б. Сокіл, А.О. Дзюба

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

## ПОПЕРЕЧНО-КУТОВІ КОЛИВАННЯ НАПІВПРИЧЕПА ІЗ НЕЛІНІЙНИМ КОРЕГУЮЧИМ МОМЕНТОМ

*Для напівпричепи розглянуто задачу про вплив геометричних розмірів, силових характеристик системи підресорювання та модернізованого пружного з'єднання тягача і напівпричепи на його поперечно-кутові коливання. Описано поперечно-кутові коливання підресореної частини напівпричепи, отримано співвідношення, які враховують вплив основних динамічних характеристик системи підресорювання, геометричних розмірів причепа на визначальні параметри її коливань. Показано, що використання модернізованої системи з'єднання тягача та напівпричепи суттєво впливає на амплітуду та частоту його коливань, що в кінцевому випадку приводить до зменшення динамічних навантажень на елементи напівпричепи чи обладнання, яке він транспортує.*

**Ключові слова:** колісний транспортний засіб, напівпричеп, підресорена маса, поперечно-кутові коливання, система підресорювання, стійкість руху.

### Вступ

**Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій.** Основним призначенням системи підресорювання (СП) транспортних засобів (ТЗ) є мінімізація динамічних навантажень на людей та вантажі, що транспортуються під час руху вздовж шляху із нерівностями [1–2]. Одночасно вона впливає і на такі не менш важливі експлуатаційні характеристики колісних транспортних засобів (КТЗ) як керованість та стійкість руху [3–5]. У низці праць [6–10] показано, що забезпечити належну плавність ходу КТЗ може підвіска із нелінійним законом зміни (прогресивним, регресивним, керованим – у залежності від призначення КТЗ) відновлювальної сили СП. Одночасно у [11–12] показано, що вертикальні та поперечно-кутові коливання підресореної маси (ПМ) КТЗ у значній мірі знижують критичне значення швидкості стійкого руху вздовж криволінійних ділянок шляху чи під час маневрів; поздовжньо-кутові – на його керованість. Щодо досліджень, які стосуються динаміки і стійкості руху напівпричепів, то вони не знайшли належного висвітлення у наукових працях. Формальне ж використання основних теоретичних та експериментальних результатів, які отримані для КТЗ, є неприйнятним для напівпричепів через низку експлуатаційних особливостей. Це в першу чергу стосується їх взаємодії із тягачем, більшим проявом впливу силових характеристик СП на динаміку ПМ та стійкість руху напівпричепи. Зокрема, у [13–14] показано, що використання у напівпричепі СП із лінійною силовою характеристикою не забезпечує належного захисту віброочутливих вантажів (наприклад, вибухонебезпечних) від перевантажень. Для цього для транспортування таких вантажів на напівпричепі запропоновано викорис-

товувати додаткову систему віброзахисту – систему квазінульвої жорсткості. Така додаткова система захисту вантажів потребує значних матеріальних затрат та одночасно знижує значення критичної швидкості стійкого руху вздовж криволінійних ділянок шляху із нерівностями. Використання ж у напівпричепі керованої чи пневматичної [15] підвіски покращує динамічні характеристики ПМ за умови вертикальних коливань, в той же час на поперечно-кутові коливання напівпричепи такі підвіски впливають у меншій мірі. Саме поперечно-кутові коливання у значній мірі погіршують показники поперечної стійкості напівпричепів.

**Формулювання мети статті.** З метою часткового вирішення вказаних вище проблем, у роботі запропоновано модернізовану систему зчеплення тягача та напівпричепи. Вона, на відміну від традиційної системи зчеплення тягача та напівпричепи, передає на останній крім поздовжньої сили ще й “корегуючий момент” –  $M_z$ . Якщо поздовжня сила тягача спонукає напівпричеп до руху, то “корегуючий момент” намагається повернути ПМ, (навколо поздовжньої осі, яка проходить через точку з'єднання тягача і напівпричепи та середину відрізка між точками приєднання амортизаторів чи демпферів), у стійке рівноважне її положення. Аналітичному визначенню впливу основних параметрів цього корегуючого моменту на поперечно – кутові коливання ПМ є предметом розгляду даної роботи.

**Постановка задачі.** Для розв'язання вказаної вище задачі за розрахункову модель одновісного напівпричепи приймається систему двох тіл: не підресорена – 1, підресорена – 2 маси. Вказані частини причепа з'єднані системою підресорювання (СП) – пружними амортизаторами – 3 і демпферними пристроями – 4

(рис. 1). Додатковий корегуючий момент –  $M_3$  передається на ПМ від тягача і він виникає тільки у випадку виводу із рівноважного положення ПМ намагаючись повернути її у стійке рівноважне положення. Величина вказаного моменту є нелінійною функцією кута повороту ПЧ навколо поздовжньої осі.

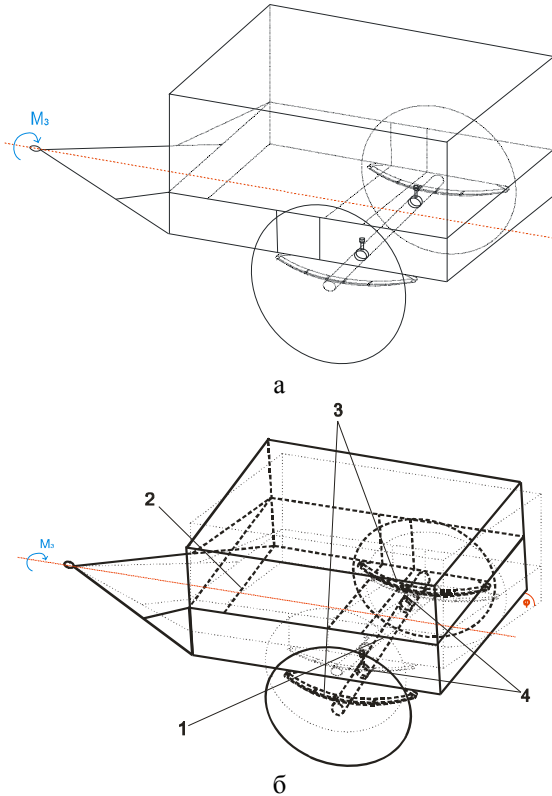


Рис. 1. Розрахункова модель напівпричепа

Основні припущення щодо розрахункової моделі об'єкту:

1. Горизонтальні переміщення точок кріплення елементів СП і ПМ під час руху напівпричепа вздовж шляху із нерівностями є малими і ними можна знехтувати.

2. Жорсткісні характеристики пневмо шин є значно більшими від аналогічних характеристик пружних амортизаторів, що дозволяє деформаціями пневмо шин знехтувати.

3. За рахунок наїзду правого чи лівого колеса на нерівність (або одночасного обох на нерівності різних величин) ПМ напівпричепа здійснює відносні поперечно кутові коливання навколо поздовжньої осі, яка проходить через точку зчеплення тягача та причепа.

4. Вертикальна площина, яка проходить через наведену вище поздовжню вісь напівпричепа є площиною симетрії.

Наведене дозволяє стверджувати, що під час руху напівпричепа шляхом із нерівностями його ПМ здійснює відносні поперечно – кутові коливання і їх однозначно можна описати за допомогою однієї узагальненої координати  $\phi(t)$  – кута повороті ПМ навколо поздовжньої осі.

Припущення щодо силових характеристик СП напівпричепа та зовнішнього корегуючого моменту: пружна сила амортизаторів  $F_a$  пропорційна їх деформації; сила опору демпферних пристроїв  $R_\delta$  пропорційна швидкості їх деформації у степені  $s$  (непарне число); максимальне значення сили опору демпферних пристроїв у процесі руху ПМ є малою величиною у порівнянні із максимальним значення пружної амортизаторів; величина зовнішнього корегуючого моменту описується нелінійною функцією кута повороту ПМ.

Відповідно до прийнятих обмежень щодо силових характеристик та вибраної узагальненої координати, силові чинники, які діють на ПМ однозначно описуються наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} F_a &= c_a (\phi \pm \Delta_{ст.}); \\ R_\delta &= \alpha \dot{\phi}^s; \\ M_3 &= f(\phi), \end{aligned} \quad (1)$$

у яких  $a, c_a, \alpha, \Delta_{ст.}$  – сталі ( $2a$  – віддаль між точками кріплення пружних амортизаторів до ПМ;  $c_a$  – коефіцієнти жорсткості пружних амортизаторів;  $\alpha$  – коефіцієнт, який описує силу опору амортизаторів;  $\Delta_{ст.}$  – статична деформація ПМ напівпричепа ( $\Delta_{ст.} = \frac{m_{пг}}{2c_a}$ ;  $m_{пг}$  – маса ПМ);  $f(\phi)$  – неперервна нелінійна функція, що описує зовнішній корегуючий момент.

Таким чином, диференціальне рівняння поперечно – кутових коливань ПМ за прийнятих основних силових характеристик приймає вигляд

$$I_0 \ddot{\phi} + 2\alpha a^2 \dot{\phi}^s + (2c_a a^2 \phi + f(\phi)) = 0, \quad (2)$$

де  $I_0$  – момент інерції ПМ напівпричепа відносно поздовжньої осі коливань.

**Примітка.** Диференціальне рівняння (2) буде описувати коливальний процес досліджуваного об'єкту, якщо функція  $f(\phi)$  є непарною за аргументом  $\phi(t)$ , тому нижче вважається, що вказана умова справджується.

Отже, розв'язання поставленої задачі зводиться до побудови та дослідження розв'язку рівняння (2), що і є предметом подальшого розгляду.

### Виклад основного матеріалу

Обмеження щодо силових чинників дозволяють диференціальне рівняння поперечно-кутових коливань ПМ напівпричепа записати у вигляді

$$\ddot{\phi} + F(\phi) = -\frac{2}{I_0} 2\alpha a^2 \dot{\phi}^s, \quad (3)$$

де  $F(\phi) = \frac{1}{I_0} (2c_a a^2 \phi + f(\phi))$ .

Для побудови розв'язку нелінійного диференціального рівняння (3) можна використати загальні ідеї методів збурень [16]. Ці методи, перш за все,

вимагають побудови розв'язку незбуреного аналогу вихідного рівняння, тобто нелінійного автономного рівняння

$$\ddot{\phi} + F(\phi) = 0. \quad (4)$$

Заміною змінних у ньому відповідно до  $\phi(t) = a_\phi u(\psi(t))$ ,  $\psi(t) = \omega(a_\phi)t$ , диференціальне рівняння (4) приводиться до вигляду

$$\frac{d^2 u}{d\psi^2} \omega^2(a_\phi) + \frac{1}{a_\phi} F(a_\phi u) = 0. \quad (5)$$

У (5)  $u(\psi)$  – нова невідома періодична за аргументом  $\psi$  функція, максимальне значення котрої рівне 1;  $a_\phi$  – максимальне значення  $\phi(t)$ ;  $\omega(a)$  – невідома функція фізичний зміст котрої буде вказаний нижче. Новою заміною змінних  $\frac{du}{d\psi} = v(\psi)$  нелінійне диференціальне рівняння (5) зводиться до вигляду

$$v(\psi) \frac{dv}{du} \omega^2(a_\phi) + \frac{1}{a_\phi} F(a_\phi u) = 0. \quad (6)$$

Для його інтегрування можна використати метод відокремлення змінних, використавши при цьому наступне: якщо функція  $u(\psi)$  приймає максимальне значення, то функція  $v(\psi)$  при вказаному значенні аргументу рівна нулеві. Отже,

$$v^2(\psi) \omega^2(a_\phi) = \frac{1}{a_\phi} \int_1^u F(a_\phi u) du. \quad (7)$$

Наступним інтегруванням залежності (7), із урахуванням введеної заміни змінних, маємо невідому функцію  $u(\psi)$ , точніше кажучи обернену до неї

$$\psi = 2(r-1)\pi - \omega(a_\phi) \frac{1}{a_\phi} \int_1^u \left( \int_1^u F(a_\phi u) du \right)^{\frac{1}{2}} du, \quad (8)$$

$$\text{при } \begin{cases} 1 \leq u(\psi) \leq -1; \\ 2(r-1)\pi \leq \psi \leq (2r-1)\pi \end{cases}$$

$$\text{та } \psi = (2r-1)\pi + \omega(a_\phi) \frac{1}{a_\phi} \int_{-1}^u \left( \int_{-1}^u F(a_\phi u) du \right)^{\frac{1}{2}} du,$$

$$\text{при } \begin{cases} -1 \leq u(\psi) \leq 1; \\ (2r-1)\pi \leq \psi \leq 2r\pi. \end{cases}$$

Із періодичності за аргументом  $\psi$  функції  $u(\psi)$  знаходимо вигляд невідомої функції  $\omega(a_\phi)$  – частоти власних поперечно – кутових коливань напівпричепа

$$\omega(a_\phi) = \pi / \left[ 2a_\phi \int_0^1 \left( \int_u^1 F(a_\phi \bar{u}) d\bar{u} \right)^{\frac{1}{2}} du \right]. \quad (9)$$

Треба відзначити, що окремим випадком отриманих вище залежностей при  $f(\phi) = C\phi$  є відповідний закон вільних коливань ПМ та його частота

$$\begin{aligned} \phi(t) &= a_\phi \cos \left( \sqrt{\frac{1}{I_0} (2c_a a^2 + C)} t \right); \\ \omega &= \sqrt{\frac{1}{I_0} (2c_a a^2 + C)}, \end{aligned} \quad (10)$$

а при  $f(\phi) = C\phi^{v+1}$  – частота нелінійних коливань ПМ

$$\omega(a_\phi) = \frac{\pi}{2 \int_0^1 \left[ \frac{2}{I_0} \int_u^1 (2c_a a + C a_\phi^v \bar{u}^v) \bar{u} d\bar{u} \right]^{\frac{1}{2}} du} \quad (11)$$

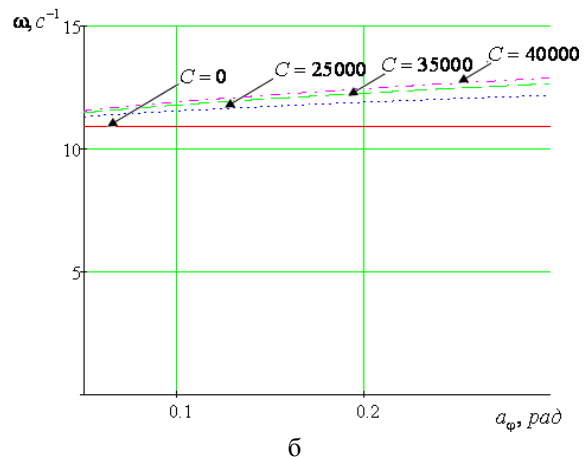
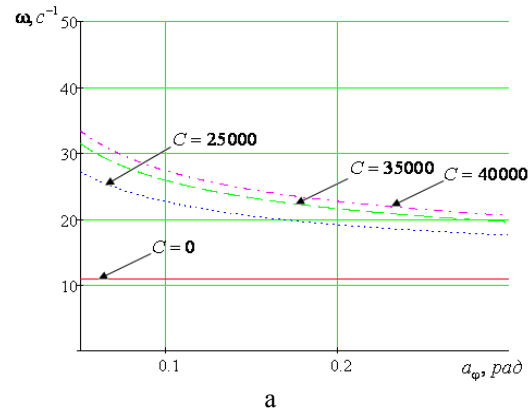


Рис. 2 Залежність частоти власних нелінійних коливань від амплітуди: а –  $v = -\frac{2}{3}$ ; б –  $v = \frac{2}{3}$

Щодо впливу сили опору на динаміку процесу, то отримані вище результати у поєднанні із асимптотичними методами нелінійної механіки [17] адаптованими до сильно нелінійних систем дозволяють закон зміни амплітуди коливань подати у вигляді

$$\frac{da_\phi}{dt} = \frac{1}{\omega(a_\phi)} \int_0^1 \left( \frac{1}{a_\phi} \int_1^u F(a_\phi \bar{u}) d\bar{u} \right)^{\frac{s+1}{2}} du. \quad (12)$$

Нижче за різних характеристик зовнішнього корегуючого моменту представлено залежність частоти коливань від амплітуди при  $c_a = 25000$ ;  $P = 10000$  кг,  $a = 0,9$  м,  $\Delta_{cr} = 0,2$ .

## Висновки

Отримані результати показують:

застосування корегуючого моменту із нелінійним законом його зміни впливають не тільки кількісно на його величину, але й якісно на динамічний процес ПМ напівпричепа, якщо без дії корегуючого моменту динамічний процес відносного руху ПМ є ізохронним, то із застосуванням його – не ізохронним;

у випадку прогресивного закону зміни величини корегуючого моменту більшим значенням амплітуди поперечно-кутових коливань відповідає більше значення частоти власних коливань; для регресивного – навпаки;

використання корегуючого моменту зменшує амплітуду збурених коливань зумовлених нерівностями шляху.

Одночасно отримані результати слугуватимуть базою для вирішення більш складніших задач – умов існування резонансних поперечно-кутових коливань ПМ під час руху напівпричепа вздовж шляху із впорядкованою системою нерівностей, впливу характеристик корегуючого моменту на стійкість руху напівпричепа.

## Список літератури

1. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля / Р.В. Ротенберг – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
2. Раймпель Й. Шасси автомобиля / Й. Раймпель; сокр. пер. с нем. В.П. Агапова; под ред. М.Н. Зверева. – М.: Машиностроение, 1983. – 356 с.
3. Певзнер Я.М. Теория устойчивости автомобиля / Я.М. Певзнер. – М.: Машиногиз, 1947. – 156 с.
4. Солтус А.П. Теория эксплуатационных vlastивостей автомобиля: навчальний посібник для ВНЗ / А.П. Солтус. – К.: Арістей, 2010. – 155 с.
5. Прутчиков О.К. Эксплуатационные требования к плавности хода автомобилей / О.К. Прутчиков // Автомобильная промышленность. – 1965. – № 2. – С. 30-32.
6. Дуценко В.В. Проблемы выбора параметров систем поддрессирования транспортных средств и пути их решения / В.В. Дуценко, С.М. Воронцов // Системотехника на автомобильном транспорте: мат-лы Республ. науч.-практ. конф. – Харьков: ХАДУ, 1998. – С. 56-60.
7. Сокил Б.І. Вплив характеристики підвіски на вер-

тикальні та поперечно-кутові коливання корпусу армійських автомобілів багатопільового призначення / Б.І. Сокил, Р.А. Нанівський, М.Г. Грубель // Проблемні питання розвитку озброєння і військової техніки: тези доповідей IV НТК. – Київ: ЦНДІ, 2013. – С. 205-206.

8. Спосіб визначення параметрів нелінійно-пружної підвіски БКМ / Б.І. Сокил, В.І. Яльницький, М.Г. Грубель, Р.А. Нанівський // 36. наук. пр. НУО України. – Київ, 2015. – № 2 (129). – С. 223-227.

9. Hrubel M. Influence of characteristics of wheeled vehicle suspensions of its road-holding along curved stretches of track / M. Hrubel, R. Naniivskyi, M. Sokil // Science & military. – Liptovsca Mikulas, Slovak Republska, 2014. – Vol. 9. – № 1. – P. 15-19.

10. Сокил Б.І. Власні вертикальні коливання корпусу автомобіля з урахуванням нелінійних характеристик пружної підвіски / Б.І. Сокил, Р.А. Нанівський, М.Г. Грубель // Автомобільний транспорт: наук.-виробн. ж. – 2013. – № 5 (235). – С. 15-18.

11. Нанівський Р.А. Вплив на занесення коливань підресореної частини БКМ під час його руху вздовж криволінійної ділянки шляху / Р.А. Нанівський // Науковий вісник НЛТУ України: зб. наук.-техн. пр. – Львів: РВВ НЛТУ України, 2014. – Вип. 24.3. – С. 366-372.

12. Нанівський Р.А. Стійкість руху колісних транспортних засобів під час руху вздовж криволінійної ділянки шляху із нерівностями / Р.А. Нанівський // Науковий вісник НЛТУ України: зб. наук.-техн. пр. – Львів: РВВ НЛТУ України, 2014. – Вип. 24.11. – С. 192-197.

13. Соколовский С.А. Эффективность использования механической системы с прощелкиванием для защиты от вибраций при эксплуатации транспортных средств / С.А. Соколовский, Э.Н. Гринченко, А.Я. Калиновский, М.Ю. Яковлев // Механіка, машинознавство та електропостачання. – 2011. – С. 185-187.

14. Ольшанский В.П. Линеаризация в системах с квазиупругой жесткостью / В.П. Ольшанский, Е.Н. Гринченко // Динамика и прочность машин. – Х.: ХГПУ, 1998. – Вып. 56. – С. 111-117.

15. Гречанюк М. Удосконалення пневматичної підвіски напівпричепа вантажного автомобіля / М. Гречанюк // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – 2011. – Вип. 4. – С. 48-52.

16. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике / Джулиан Коул; [пер. с англ. А.И. Державиной и В.Н. Диесперова; под ред. О.С. Рыжова]. – М.: Мир, 1972. – 276 с.

17. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.

Надійшла до редколегії 27.10.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, доц. П.Я. Пукач, Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів.

## ПОПЕРЕЧНО-УГЛОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОЛУПРИЦЕПА С НЕЛИНЕЙНЫМ КОРЕГИРУЮЩИМ МОМЕНТОМ

А.А. Звонко, М.Б. Сокил, А.О. Дзюба

Для полуприцепа рассмотрена задача о влиянии геометрических размеров, силовых характеристик системы поддрессирования и модернизированного упругого соединения тягача и полуприцепа на его поперечно-угловые колебания. Описаны поперечно-угловые колебания поддрессированной части полуприцепа, получено соотношение, учитывающее влияние основных динамических характеристик системы поддрессирования, геометрических размеров полуприцепа на определяющие параметры ее колебания. Показано, что использование модернизированного упругого соединения тягача и полуприцепа в значительной степени влияет на амплитуду и частоту его колебаний, что в конечном результате приводит к уменьшению динамических нагрузок на элементы полуприцепа или оборудование что он транспортирует.

**Ключевые слова:** колесное транспортное средство, полуприцеп, поддрессированная масса, поперечно-угловые колебания, система поддрессирования, устойчивость движения.

## CROSS-CORNER VIBRATIONS OF SEMITRAILER WITH NONLINEAR CORRECTIVE MOMENT

A.A. Zvonko, M.B. Sokil, A.O. Dzuba

For semitrailer the problem of the influence of geometric dimensions, power characteristics of springs system modernized and elastic connection of the tractor and semitrailer on its transverse oscillation angle. Described transverse angular oscillation of the sprung semitrailer obtained ratio, taking into account the influence of the main characteristics of dynamic spring's system, geometric dimensions of the trailer for defining parameters of vibration. It is shown that the use of the upgraded system connect the tractor and semitrailer influences the amplitude and frequency of its oscillations that ultimately leads to reduction of dynamic loads on components trailer or equipment that it carries.

**Keywords:** wheeled vehicle, semitrailer, semi-sprung mass, transverse angular oscillation, springs system, resistance movement.