

УДК 621.396.96

В.И. Василюшин

*Харьковский национальный университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков*

## КОМБИНИРОВАННАЯ ПЕЛЕНГАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПСЕВДОШУМОВОГО РАЗМНОЖЕНИЯ ВЫБОРКИ

В статье предложен вариант стратегии комбинированной пеленгации источников шумового излучения (ИШИ), основанный на модифицированном унитарном методе Root-MUSIC и размножении выборки путем подмешивания псевдошума. Для уменьшения числа аномальных оценок (выбросов) в оценках угловых координат ИШИ унитарного метода Root-MUSIC при псевдошумовом размножении выборки используется метод формирования луча и анализ близости корней полинома к единичной окружности. Представлены результаты имитационного моделирования, подтверждающие повышение точности пеленгации ИШИ в области порогового отношения сигнал-шум и обучающей выборки ограниченного объема.

**Ключевые слова:** банк методов, собственные значения, собственные векторы, сингулярные значения, сингулярные векторы, просачивание подпространств, псевдвыборки.

### Введение

Основой ряда современных методов спектрального анализа (СА), используемых при определении параметров канала связи в системах радиосвязи с многими входами и многими выходами (ММО-multiple input-multiple output), системах радиомониторинга, радиолокации, а также ряда методов обработки речи, изображений, методов стеганографии, кодирования, понижения шума в наблюдении (на изображении) является спектральное разложение корреляционной матрицы (КМ) наблюдений или матрицы данных (МД). Оно реализуется посредством разложения по разложения по сингулярным значениям (СИЗ) и сингулярным векторам (СИБ) МД – SVD (singular value decomposition) или собственным значениям (СЗ) и векторам (СВ) КМ наблюдений – EVD (eigenvalue decomposition) [1–3].

В работе рассматривается применение методов СА со "сверхразрешением" для задачи оценивания направлений прихода (НП) радиоволн (оценивания угловых координат точечных источников излучения), которая представляет самостоятельный интерес в радиолокации и является составной частью задачи определения параметров канала связи (channel sounding).

К методам СА, основанным на использовании подпространств СВ (subspace-based), элементов функционального анализа относятся собственно-структурные (СС) методы. При их реализации СЗ и СВ (СИЗ и СИБ) разбиваются на соответствующие подпространству сигнала (ППС) и подпространству шума (ППШ). Примерами являются методы Писаренко, Min-Norm, MUSIC, Root-MUSIC, ESPRIT и другие [1].

В условиях низкого отношения сигнал-шум (ОСШ) и малого объема выборки эффективность

таких методов ограничивается наличием эффекта перетекания подпространств (subspace leakage) [1; 4], который обуславливает пороговый эффект (threshold effect), проявляющийся в резком увеличении среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания по мере уменьшения ОСШ (числа обучающих выборок) ниже некоторого порога. В таких условиях снижение эффективности наблюдается и для методов обработки сигналов и изображений, использующих анализ главных компонент, факторный анализ и т.д.

Повысить точность оценивания угловых координат источников излучения в условиях порогового ОСШ можно за счет использования стратегии совместного оценивания (ССО) [5] (комбинированной пеленгации) источников излучения (ИИ). В результате вычисления нескольких методов СА (банка методов) по одним и те же выборкам получают совокупность предварительных оценок НП сигналов ИИ. На основании этих оценок в соответствии с некоторым правилом получают окончательные оценки НП.

В варианте ССО [6] в качестве элементов банка методов использовались модифицированный метод Root-MUSIC (который является результатом комбинирования Root-MUSIC с метода формирования луча (ФЛ) Бартлетта [1]) и модифицированные обобщенные методы Min-Norm. Ограничение этого варианта ССО, заключающееся в том, что число методов банка ограничено числом антенных элементов, снято в псевдослучайной ССО, реализованной с использованием псевдослучайно взвешенного MUSIC [5]. При этом выполнялось размножение СВ выборочной КМ за счет их многократной рандомизации [7]. Обобщение [5], основанное на использовании метода ФЛ, представлено в [8].

Использование псевдвыборок наблюдений, формируемых подмешиванием псевдослучайного

шума к исходным данным (псевдошумового размножения выборки (ПШРВ)), в рамках ССО предложено в [9]. При этом один метод СА вычисляется для некоторого числа псевдовыборок наблюдений, которое определяет размерность банка.

Отметим, что добавление псевдошума используется для кодирования изображений, обнаружения сигналов и т.д. [8; 10]. Применение метода ФЛ при ПШРВ рассмотрено в [11]. Оно позволило уменьшить число аномальных оценок.

В случае центральносимметричных антенных решеток (АР) вычислительная сложность методов СА может быть уменьшена предварительным линейным преобразованием КМ наблюдений [12]. ССО с ПШРВ, основанные на использовании унитарного ESPRIT и ESPRIT пространства лучей, предложены в [12] и [13].

Вариант ССО с размножением СВ и модифицированным унитарным (МУ) методом Root-MUSIC (результата комбинирования унитарного метода Root-MUSIC с ФЛ [14]) предложен в [15]. Совместное использование ПШРВ и МУ метода Root-MUSIC рассмотрено в [16]. В [17] предложена ССО, основанная на анализе расстояния корней Root-MUSIC к единичной окружности комплексной плоскости (distance detection strategy – DDS). Аналогичный подход применен в [18]. Представляет интерес обобщить результаты [18] применительно к унитарному методу Root-MUSIC.

**Цель работы** – повышение точности пеленгации ИИ в условиях низкого ОСШ и малого объема выборки при использовании стратегии комбинированной пеленгации (КП) ИИ за счет совместного использования модифицированного унитарного метода Root-MUSIC, псевдошумового размножения выборки, метода ФЛ, а также анализа близости корней полинома модифицированного унитарного метода Root-MUSIC к единичной окружности.

### Комбинированная пеленгация ИИ

Модель данных для рассматриваемого случая приведена в [8]. Оценки НП сигналов ИИ унитарным методом Root-MUSIC получают путем поиска корней полинома [1]:

$$P_{\text{urm}}(z) = \mathbf{a}^T(z^{-1}) \mathbf{U} \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^T \mathbf{U}^H \mathbf{a}(z), \quad (1)$$

где  $\mathbf{a}(z) = [1, z, \dots, z^{M-1}]^T$ ,  $M$  – число элементов АР,  $(\cdot)^T$  означает транспонирование,  $z = \exp(j\omega)$ ,  $j = \sqrt{-1}$ .

Кроме того,  $\omega = 2\pi d \sin \theta / \lambda$ ,  $d$  – межэлементное расстояние,  $\lambda$  – длина волны.

Для АР с нечетным числом АЭ матрица  $\mathbf{U}$  имеет вид [12]:

$$\mathbf{U}_{2Q+1} = (1/\sqrt{2}) \begin{bmatrix} \mathbf{I}_Q & \mathbf{0} & j\mathbf{I}_Q \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \tilde{\mathbf{I}}_Q & \mathbf{0} & -j\tilde{\mathbf{I}}_Q \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрица  $\hat{\mathbf{E}}_n$  содержит  $M \times (M - V)$  СВ ПШРВ вещественной выборочной КМ

$$\hat{\mathbf{R}}_u = \frac{1}{2} \mathbf{U}^H (\hat{\mathbf{R}} + \tilde{\mathbf{I}} \hat{\mathbf{R}}^* \tilde{\mathbf{I}}) \mathbf{U} \quad (\text{или } \hat{\mathbf{R}}_u = \text{Re}(\mathbf{U}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{U})), \text{ где}$$

$\tilde{\mathbf{I}}$  – матрица обмена,  $(\cdot)^*$  – комплексное сопряжение,  $(\cdot)^H$  – эрмитово сопряжение. Кроме того,

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{X} \mathbf{X}^H = (1/N) \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \text{ – выборочная КМ,}$$

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \dots, \mathbf{x}(t_N)]$  –  $M \times N$  матрица данных,  $N$  – число снимков данных. Оценки НП сигналов определяются по  $V$  корням, которые находятся внутри единичной окружности на  $z$ -плоскости и имеют наибольший модуль ( $z_v, v = 1, \dots, V$ ):

$$\hat{\theta}_v = \arcsin((\lambda / 2\pi d) \arg(z_v)). \quad (3)$$

Отбор сигнальных корней выполняется путем анализа величины спектральной функции (СФ) метода ФЛ в направлениях "кандидатов" ( $M$  оценок НП, связанных с  $M$  корнями полинома унитарного метода Root-MUSIC, лежащими внутри единичной окружности). СФ метода ФЛ имеет вид

$$P_{\text{BF}}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}} \mathbf{a}(\theta). \quad (4)$$

Известные варианты ССО основаны на цензурировании получаемых оценок НП сигналов. Для отсеивания аномальных оценок НП (выбросов) используется гипотеза [9; 19]:

*H*: Метод СА позволяет получить  $V$  оценок угловых координат ИИ в секторах локализации источников сигналов  $\hat{\theta}_c$ .

Предложенный вариант ССО включает следующие шаги:

Шаг 1. Оценить число источников  $V$ , используя один из известных методов [1; 8].

Шаг 2. С помощью метода ФЛ определить сектора (кластеры) локализации ИИ как  $F$  не перекрывающихся интервалов [9]:

$$\hat{\theta}_c = [\theta_{1L}, \theta_{1R}] \cup [\theta_{2L}, \theta_{2R}] \cup \dots \cup [\theta_{FL}, \theta_{FR}], \quad (5)$$

где  $\theta_{iL}, \theta_{iR}, i = 1, \dots, F$  – левая и правая границы  $i$ -го сектора.

Шаг 3. Вычислить МУ метод Root-MUSIC и проверить гипотезу  $H$ . Если гипотеза  $H$  выполняется, то оценки НП этого метода – окончательные оценки НП.

Прервать алгоритм (т.е. перейти к шагу 6). Если гипотеза  $H$  не принята, то перейти к шагу 4.

Шаг 4. Сформировать  $N_{\Pi}$  псевдвыборок до-  
бавлением псевдошума с дисперсией  $\sigma_z^2$  [9; 19] и  
получить  $N_{\Pi}$  матриц данных  $Y_i = X + \tilde{Z}_i$ ,  
 $i = 1, \dots, N_{\Pi}$ , где  $\tilde{Z}_i$  – матрица псевдошума [9]. Най-  
ти оценки НП сигналов ИИ посредством К МУ  
методов Root-MUSIC на основании матриц СВ  
ППШ  $\hat{E}_{\Pi}$  КМ  $\hat{R}_{\Pi} = \text{Re}(U^H \hat{R}_i U) = \text{Re}(U^H Y_i Y_i^H U)$ .  
Сохранить из  $N_{\Pi}$  множеств оценок НП сигналов  
 $\hat{\theta}^{(i)} = [\hat{\theta}_1^{(i)}, \dots, \hat{\theta}_V^{(i)}]^T$  сигнальные корни. Протестиро-  
вать гипотезу Н для каждого из  $N_{\Pi}$  методов (для  
 $N_{\Pi}$  множеств  $\hat{\theta}^{(i)} = [\hat{\theta}_1^{(i)}, \dots, \hat{\theta}_V^{(i)}]^T$ ). Если Н приня-  
та для любых  $L$  ( $0 < L \leq N_{\Pi}$ ) методов из  $N_{\Pi}$ , то  
оценить НП  $v$ -го источника как

$$\hat{\theta}_v = \text{med}\{\tilde{\theta}_v^{(1)}, \tilde{\theta}_v^{(2)}, \dots, \tilde{\theta}_v^{(L)}\}, v = 1, \dots, \hat{V}, \quad (6)$$

где  $\tilde{\theta}_1^{(1)} < \tilde{\theta}_2^{(1)} < \dots < \tilde{\theta}_V^{(1)}$  – упорядоченные оценки НП  
1-го ( $l = 1, \dots, L$ ) МУ метода Root-MUSIC с ПППВ,  
 $\text{med}$  – медианное усреднение [9].

Шаг 5. Если Н не принята для всех  $N_{\Pi}$  мето-  
дов, то провести анализ соответствия оценок НП  
каждого источника сектору  $\hat{\theta}_c$  с использованием  
сигнальных корней, полученных на шаге 4. Ели  
оценки НП любых  $m$  ( $0 < m < V$ ) источников, по-  
лученных  $L$  методами, попадают в  $\hat{\theta}_c$ , то оценить  
их угловые координаты с помощью (6). Оценки уг-  
ловых координат остальных  $V - m$  источников оп-  
ределяются из корней полиномов с наименьшим  
расстоянием  $1 - |\hat{z}_v^{(i)}|$ ,  $m < v \leq V$ , где  $\hat{z}_v^{(i)}$  – корень  $i$ -  
го метода, связанный с оценкой НП  $\hat{\theta}_v^{(i)}$   $v$ -го ис-  
точника [19].

Шаг 6. Стоп.

Следует отметить, что анализ  $N_{\Pi}$  корней вы-  
полняется для каждого из  $V - m$  источников.

В ходе моделирования предполагалось, что на  
линейную эквидистантную АР из  $M = 10$  элементов  
поступают сигналы двух равномошных некоррели-  
рованных источников с угловыми координатами  
 $\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 25^\circ$ .

Для получения зависимостей СКО оценивания  
угловых координат ИШИ рассмотренными вариан-  
тами ССО от ОСШ выполнялось  $G = 1000$  прогонов  
моделирования. Выборочные СКО усреднены по  
источникам [9; 11]. Число методов в банке  $N_{\Pi}$ ,  
 $N = 10$ , дисперсия псевдошума  $\sigma_z^2 = 0.4\sigma^2$  [11].  
Предполагалось, что  $\hat{V} = V$ .

На рис. 1 показаны зависимости СКО оценива-  
ния угловых координат ИШИ от ОСШ унитарного  
метода Root-MUSIC (кривая 1), МУ метода Root-  
MUSIC (кривая 2), варианта стратегии КП, постро-  
енного на базе модифицированного МУ Root-  
MUSIC с ПППВ (обобщение результатов [11] на  
случай унитарного метода Root-MUSIC – кривая 4),  
предложенного варианта стратегии КП (кривая 3),  
варианта с DDS (кривая 5). ОСШ определялось как  
 $\text{SNR} = 10 \log_{10}(\sigma_s^2 / \sigma^2)$ , где  $\sigma_s^2$  и  $\sigma^2$  – дисперсия  
сигнала и шума, соответственно.

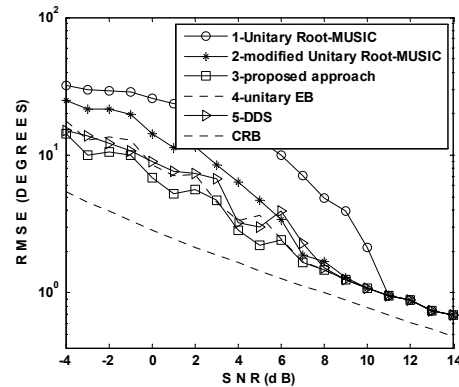


Рис. 1. СКО оценивания угловых координат ИШИ  
в зависимости от ОСШ

Из анализа рис. 1 видно, что предложенный ва-  
риант стратегии КП имеет лучшую пороговую эф-  
фективность, чем унитарный метод Root-MUSIC. Он  
характеризуется меньшей СКО оценивания по срав-  
нению с стратегией КП с DDS. Вариант ССО, осно-  
ванный на обобщении [11] для унитарного Root-  
MUSIC, по эффективности сравним с стратегией КП  
с DDS. Указанные тенденции характерны и при  
меньшем числе выборок.

## Выводы

В работе для повышения эффективности оце-  
нивания угловых координат источников излучения  
формируется банк оценок угловых координат ис-  
точников излучения посредством использования  
модифицированного унитарного метода Root-  
MUSIC и псевдошумового размножения выборки.  
Для уменьшения влияния аномальных оценок уг-  
ловых координат ИИ (выбросов) совместно с цензури-  
рованием использована классификация корней по-  
линома метода СА, основанная на их близости к  
единичной окружности на комплексной плоскости.  
Предложенный подход превосходит по эффективно-  
сти вариант ССО, предложенный в [17]. Он может  
использоваться для временного СА, разрешения  
точечных источников на изображении.

К направлениям дальнейших исследований  
можно отнести использование результатов [20; 21]  
по снижению шума наблюдения, обобщение резуль-

татов на случай пространства лучей [8], оценивания параметров канала связи.

## Список литературы

1. Trees H.L.V. *Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation and modulation theory* / H.L.V. Trees. – Wiley–interscience, 2002.
2. Хуанг Т. Обработка изображений и цифровая фильтрация / Т. Хуанг. – М.: Мир, 1979. – 315 с.
3. Василюшин В.И. Эффективность спектрального анализа собственноструктурными методами при предварительной обработке сигналов модифицированным методом SSA / В.И. Василюшин // Системы обработки информации. – X.: ХУПС, 2016. – Вып. 8(145). – С. 21-24.
4. Johnson B.A. The role of subspace swap in MUSIC performance breakdown / B.A. Johnson, Y. Abramovich, X. Mestre // ICASSP: int.conf., 2008, Las Vegas, NV: proc. of conf. – 2008. – P. 2473-2476.
5. Gershman A.B. Pseudo-randomly generated estimator banks: A new tool for improving the threshold performance of direction finding / A.B. Gershman // IEEE Trans. Signal Processing. – 1998. – Vol. 46. – P. 1351-1364.
6. Vasylyshyn V.I. Direction finding with superresolution using root implementation of eigenstructure techniques and joint estimation strategy / V.I. Vasylyshyn // European Conference on Wireless Technology: conf, 2004, Amsterdam, Netherlands: proc. of conf. – 2004. – P. 317-320.
7. Маркова Е.В. Рандомизация и статистический вывод / Е.В. Маркова, А.А. Маслак. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 208 с.
8. Василюшин В.И. Комбинированная пеленгация источников шумового излучения с использованием рандомизации собственных векторов корреляционной матрицы наблюдения и метода формирования луча / В.И. Василюшин // Системы обработки информации. – X.: ХУПС, 2014. – Вып. 9(125). – С. 13-17.
9. Gershman A.B. A pseudo-noise approach to direction finding / A.B. Gershman, J.F. Bohme // Signal Processing. – 1998. – Vol. 71. – P. 1-13.
10. Kay S. Can detectability be improved by adding noise? / S. Kay // IEEE Trans. SP. – 2000. – Vol. 7, no.1. – P. 8-10.
11. Vasylyshyn V. Removing the outliers in root-MUSIC via pseudo-noise resampling and conventional beamformer / V. Vasylyshyn // Signal processing. – 2013. – Vol. 93. – P. 3423-3429.

12. Gershman A. Improving the performance of Unitary ESPRIT via pseudo-noise resampling / A.Gershman, M. Haardt // IEEE Trans. SP. – 1997. – Vol. 4. – P. 2305-2308.

13. Vasylyshyn V. Improved Beamspace ESPRIT-based DOA Estimation via Pseudo-Noise Resampling / V. Vasylyshyn // European Radar Conf.: int.conf., Netherlands. – 2012. – P. 238-241.

14. Василюшин В.И. Модифікований унітарний алгоритм Root-MUSIC / В.И. Василюшин // 36. наук. праць XI ВПС. – X.: XI ВПС, 2003. – Вып. №9. – С. 63-70.

15. Vasylyshyn V. Direction finding using bank of modified weighted unitary Root-MUSIC estimators / V. Vasylyshyn // MRRSS: int.conf., Ukraine. – 2014. – P. 214-216.

16. Василюшин В.И. Оцінювання напрямків надходження радіохвиль унітарним методом Root-MUSIC з використанням псевдошумового розмноження вибірки / В.И. Василюшин, О.В. Висоцький, О.Г. Лебедев // Новітні технології для захисту повітряного простору: дев'ять наук.-техн. конф. ХУПС, 18-19 квіт. 2012 р.: тези допов. – X.: ХУПС, 2012. – С. 160.

17. Qian C. Improved unitary Root-MUSIC for DOA estimation based on pseudo-noise resampling / C. Qian, Xiao L. Yuhang, H. C. So // IEEE SP. Letters. – 2014. – Vol. 21, no. 2. – P. 140-144.

18. Gershman A. Mixed-order root-MUSIC algorithms with improved robustness / A. Gershman, H.Messer // IEEE SP Workshop on SSAP: int.conf, Portland. – 1998. – P. 33-36.

19. Vasylyshyn V.I. Sensor array processing using pseudo-noise resampling / V.I. Vasylyshyn // ICATT: int. conf., 21–24 Apr. 2015, Kharkiv, Ukraine: proc. of conf. – Kharkiv, 2015. – P. 176-178.

20. Василюшин В.И. Предварительная обработка сигналов с использованием метода SSA в задачах спектрального анализа / В.И. Василюшин // Прикладная радиоэлектроника. – 2014. – Т. 13, № 1. – С. 42-49.

21. Костенко П.Ю. Повышение эффективности спектрального анализа сигналов методом Root-MUSIC с использованием суррогатных данных / П.Ю. Костенко, В.И. Василюшин // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2014. – Т. 57, №1. – С. 31-39.

Надійшла до редколегії 16.01.2017

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. К.С. Васюта, Харківський національний університет Воздушних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## КОМБІНОВАНА ПЕЛЕНГАЦІЯ ДЖЕРЕЛ ШУМОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПСЕВДОШУМОВОГО РОЗМНОЖЕННЯ ВИБІРКИ

В.И. Василюшин

В статті запропонований варіант стратегії комбінованої пеленгації джерел шумового випромінювання (ДШВ), оснований на модифікованому унітарному методі Root-MUSIC та розмноженні вибірки шляхом підмішування псевдошуму. Для зменшення числа аномальних оцінок (викидів) в оцінках кутових координат ДШВ унітарного метода Root-MUSIC при псевдошумовому розмноженні вибірки використовується метод формування променя та аналіз наближеності коренів полінома до одиничного кола. Представлені результати імітаційного моделювання, що підтверджують підвищення точності пеленгації ДШВ в області порогового відношення сигнал-шум та обмеженого об'єму навчальної вибірки.

**Ключові слова:** банк методів, власні значення, власні вектори, сингулярні значення, сингулярні вектори, просочування підпросторів, псевдо вибірка.

## COMBINED DIRECTION FINDING OF JAMMERS USING PSEUDO-NOISE RESAMPLING

V.I. Vasylyshyn

The strategy variant of combined direction finding of the jammers based on modified unitary Root-MUSIC method with resampling by adding of pseudo-noise is proposed in the paper. The estimates of jammer angular coordinates of modified unitary Root-MUSIC when using pseudo-noise resampling are obtained with using the beamformer and analysis of closeness of polynomial roots to unit circumference in order to reduce the number of abnormal estimates (outliers). The improvement of accuracy of jammer direction finding in the area of threshold signal-to-noise ratio and limited volume of learning sample is confirmed by simulations.

**Keywords:** estimator bank, eigenvalues, eigenvectors, singular values, singular vectors, subspace leakage, pseudosample.