

О.Г. Жук

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ

## УДОСКОНАЛЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КАНАЛУ РАДІОЗВ'ЯЗКУ З ОРТОГОНАЛЬНИМ ЧАСТОТНИМ МУЛЬТИПЛЕКСУВАННЯМ ПРИ ВПЛИВІ ДЕСТАБІЛІЗУЮЧИХ ФАКТОРІВ

У статті запропоновано удосконалену математичну модель каналу радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням, що дозволяє розрахувати вплив навмисних завад, тремтіння фази, квадратурну помилку та неузгодженість амплітуд при використанні багатопозиційної фазової та квадратурної амплітудної маніпуляції.

**Ключові слова:** ортогональне частотне мультиплексування, сигнально-кодова конструкція, квадратурна амплітудна маніпуляція, фазова маніпуляція, дрижання фази.

### Вступ

Аналіз перспектив і завдань удосконалення системи військового зв'язку і автоматизації Збройних Сил України, проведений у роботі [1], показав, що перспективні військові засоби радіозв'язку повинні забезпечувати передачу інформації у складній радіоелектронній обстановці.

Технологія ортогонального частотного мультиплексування або OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) знаходить широке використання в телекомунікаційних системах [2], забезпечує велику швидкість передачі цифрового потоку у відносно вузькій смузі частот та високу стійкість в умовах багатопроменевого поширення радіохвиль. Ці переваги досягаються завдяки використанню ортогональних несучих, використанню алгоритмів швидкого перетворення Фур'є та захисних часових інтервалів [3].

Іншим широко використовуваним напрямком підвищення заводо захищеності систем радіозв'язку (СРЗ) є використання сигнально-кодових конструкцій (СКК) [4]. Перевагами СКК є можливість підвищення надійності і швидкості передачі інформації при істотних обмеженнях на енергетику і займану смугу частот. Це досягається шляхом поєднання сигналів і корегуючих кодів в єдину конструкцію, що дозволяє побудувати близькі до оптимальних конструкції з розумною складністю реалізації. Проведений аналіз свідчить про те, що синтез сигналів з OFDM та СКК дозволить суттєво підвищити заводо захищеність перспективних засобів радіозв'язку [5].

В існуючій літературі проведено аналіз заводо захищеності систем радіозв'язку з OFDM, що використовують сигнали з М-позиційною фазовою маніпуляцією (ФМ-М) та М-позиційною квадратичною амплітудною маніпуляцією КАМ-М при впливі шумової завади в частині смуги [6; 7] при впливі адитивного білого гаусівського шуму (АБГШ), проте не проведено аналізу заводо захищеності систем радіо-

зв'язку з OFDM при впливі інших дестабілізуючих факторів.

Тому метою статті є розробка математичної моделі каналу радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням при впливі дестабілізуючих факторів.

### Виклад

#### основного матеріалу дослідження

Класична система радіозв'язку з використанням OFDM описується виразом

$$z(t) = \operatorname{Re} \left[ \exp(2\pi j f t) \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{h=H_{\min}}^{H_{\max}} (C_{r,s,h} \times \Psi_{r,s,h}(t)) \right],$$

$$\Psi_{r,s,h}(t) = \begin{cases} \exp\left(2\pi j h' (t - T_g - sT_s - NrT_s) / T_u\right) & \text{для } (s + Nr)T_s \leq t \leq (Nr + 1)T_s; \\ 0 & \text{для інших випадків,} \end{cases}$$

$$h' = h - (H_{\max} + H_{\min}) / 2,$$

$$T_s = T_u + T_g,$$

де  $N$  – кількість OFDM – символів в кадрі передачі;  $h$  – номер піднесучої частоти;  $H_{\min}$  та  $H_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення піднесучої частоти (нижня та верхня межа);  $s$  – номер OFDM – символу;  $r$  – номер кадру передачі,  $T_g$  – тривалість захисного інтервалу;  $T_u$  – тривалість корисної частини OFDM-символу,  $T_s$  – тривалість OFDM – символу,  $f$  – опорна частота передавача,  $C_{r,s,h}$  – значення чарунки з точкою СКК для піднесучої в символі кадру.

Розглянемо процес передачі одного кадру ( $t \in [0; NT_s]$ ) [8; 9]:

$$z(t) = \operatorname{Re} \left[ \exp(2\pi j f t) \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{h=H_{\min}}^{H_{\max}} (C_{s,h} \times \Psi_{s,h}(t)) \right].$$

Сигнал  $z^*(t)$  на вході приймача має вигляд

$$z^*(t) = z(t) + n(t),$$

де  $n(t)$  – функція, що описує завади в каналі зв'язку, що складаються з корисним сигналом  $z(t)$ .

Зворотне перетворення має вигляд:

$$C_{s,h}^* = \exp(-2\pi jft) \sum_{\tau=sT_s}^{(s+1)T_s} \left( z^*(\tau) \times [\Psi_{s,h}(\tau)]^{-1} \right), \quad (1)$$

де  $C_{s,h}^*$  в загальному випадку можна представити відношенням

$$C_{s,h}^* = C_{s,h} + n_{s,h}, \quad (2)$$

де  $n_{s,h}$  – компонента  $n(t)$ , що накладається на  $C_{s,h}$  в символі  $s$  частотної піднесучої  $h$  після перетворення (1).

Так як  $C_{s,h}^*$  є комплексним числом, його дійну та уявну частини в (2) зручно представити у вигляді матриці компонент каналу:

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Re}\{n_{s,h}\} \\ \text{Im}\{n_{s,h}\} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Так як матриця лінійного перетворення інвертуєма, то її геометричні спотворення аналогічні послідовності відбиттів, обертань, розширень та зрушень. У нашому випадку відбиття неможливі, оскільки завада не здатна викликати такої трансформації. Інші три трансформації відповідають зсуву фази, неузгодженості амплітуд і квадратурній помилці. Також в типовому каналі є межсимвольна інтерференція, тремтіння фази (джитер) та гаусів шум.

Розглянемо кожну з трансформацій  $\left( \text{Re}\{C_{s,h}\} \text{Im}\{C_{s,h}\} \right)^T \rightarrow \left( \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \right)^T$  при відсутності  $n_{s,h}$ .

Фазовий зсув є детермінованою фазовою помилкою, що представляє собою обертання констеляційної діаграми навколо вісі на кут  $\theta_{\text{offset}}$ :

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\text{offset}} & -\sin \theta_{\text{offset}} \\ \sin \theta_{\text{offset}} & \cos \theta_{\text{offset}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Неузгодженість амплітуд реалізується введенням коефіцієнта підсилення  $k_E$  для дійсного каналу, відмінного від відповідного коефіцієнта підсилення уявного каналу, тобто

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_E & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Квадратурна помилка є результатом множення на матрицю, що викликає нахил констеляційної діаграми.

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & k_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де  $k_s$  – кут нахилу від ортогональності уявної та дійсної компонент каналу.

Розділимо компоненту  $n_{s,h}$  на дві складові, одна з яких ( $n_s$ ) пов'язана з межсимвольною інтерференцією в символі  $s$ , а інша ( $n_h$ ) – адитивний білий гаусівський шум на частотній піднесучій  $h$ . Враховуючи те, що інтерференція викликається хибним сигналом, що спричиняє зсув символів на констеляційній діаграмі, вона моделюється вектором хибного сигналу з амплітудою  $A$  та фазою  $\phi$ , що залежить від моменту вимірювання та різниці частот хибного та корисного сигналів.

Тоді матриця  $\left( \text{Re}\{n_{s,h}\} \text{Im}\{n_{s,h}\} \right)^T$  матиме вигляд:

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{n_{s,h}\} \\ \text{Im}\{n_{s,h}\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cos \phi \\ A \sin \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Re}\{n_h\} \\ \text{Im}\{n_h\} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Дрижання фази на відміну від зсуву фази, неузгодженості амплітуд та квадратурної помилки представляє собою випадкову помилку та викликає поворот констеляційної діаграми на кут  $\theta_i$ , який є випадковою змінною з гаусівським розподілом та нульовим середнім значення та дисперсією  $\sigma_i^2$ , тобто  $\theta_i \sim G(0, \sigma_i^2)$ .

Тоді

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Узагальнюючі (3), з урахуванням (4–8) отримуємо:

$$\begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}^*\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}^*\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{\text{offset}} & -\sin \theta_{\text{offset}} \\ \sin \theta_{\text{offset}} & \cos \theta_{\text{offset}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k_E & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & k_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}\{C_{s,h}\} \\ \text{Im}\{C_{s,h}\} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A \cos \phi \\ A \sin \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Re}\{n_h\} \\ \text{Im}\{n_h\} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Оцінювання невідомих параметрів в (9) відбувається на основі аналізу статистичних моментів прийнятих символів  $C_{s,h}^*$ .

За допомогою виразів (1–9) можна розрахувати тремтіння фази, квадратурну помилку та неузгодженість амплітуд.

Проте, для систем військового радіозв'язку суттєвою проблемою при забезпеченні стійкого та якісного зв'язку є навмисні завади.

Розглянемо вплив навмисних завад на якість функціонування засобів радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням.

Як відомо, найбільш універсальною та стійкою до різних способів підвищення завадостійкості сигналів при прийманні є шумова загороджувальна завада, модель якої може бути подана обмеженням у смузі частот адитивного білого гаусівського шуму з нульовим середнім та рівномірним розподілом спектральної щільності потужності [7; 8]. Для аналізу потенційної завадостійкості військових засобів радіозв'язку з використанням технології OFDM використаємо результати досліджень, що наведені в роботах [8; 9] та отримаємо формули для розрахунку ймовірності помилки для перших двох біт для сигналів типу ФМ-М:

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{4}{M} 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_1^2} \sin \left[ \frac{(2i-1)\pi}{M} \right] \right), \quad (10)$$

де  $Q_1^2$  – відношення сигнал шум,  $M$ -позиційність

сигналу,  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  – функція Крампа,

тоді отримаємо ймовірність бітової помилки для перших двох біт та для біт  $i \geq 3$ :

$$P_{bi} = \frac{2^{i+1}}{M} \sum_{j=1}^{M/4} (-1)^{\text{mod} 2 \left[ \frac{j-1}{2^{k+i-1}} \right]} \times \Gamma \left( \sqrt{2Q_1^2} \sin \frac{(2j-1)\pi}{M}, \text{ctg} \frac{(2j-1)\pi}{M} \right), \quad (11)$$

де  $i \geq 3$ , позиційність модуляції  $M=2^K$ , де  $K$  – кількість біт, що переноситься однією сигнальною точкою,  $(i, j)$  – координати точки сигнально-кодової конструкції в сигнальному сузір'ї,  $T(v, a)$  – функція Оуена, яка призначена для обчислення двовимірного нормального розподілу, яка дорівнює

$$T(v, a) \approx \frac{\text{arctga}}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{v^2}{2} \right) \sum_{m=0}^n \frac{v^{2m}}{2^m m!} \right] a^{2n+1},$$

причому для зручності розрахунків іноді зручно використовувати наступний запис

$$P_{b3} = 2P_{b1} - \frac{16}{M} \sum_{j=1}^{M/8} \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_1^2} \sin \frac{(2j-1)\pi}{M} \right) \right) \times \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_1^2} \cos \frac{(2j-1)\pi}{M} \right) \right). \quad (12)$$

Середня арифметична ймовірність помилки по всім індивідуальним бітам у піднесучій знаходиться як середнє арифметичне від суми середніх ймовірностей помилки в кожному  $i$ -му біті:

$$P_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi}. \quad (13)$$

Розрахуємо середню ймовірність бітової помилки для сигналів з маніпуляцією типу КАМ-М в  $i$ -му біті ( $i = \overline{1, k}$ ), при використанні критерію мінімуму ймовірності на  $M$ -ічний символ рівна

$$P_{bi} = P_{b, \frac{K}{2}+i} = \left( \frac{2^i}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2^i}} 1 - \Phi_{(2j-1)} \right) + \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{v=1}^{2^{i-1}-1} (-1)^{v-1} (2^{i-1} - v). \quad (14)$$

$$\cdot \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2^{i-j}}} \left[ 1 - 2 \text{mod} 2 \left( \frac{2^i (j-1)}{\sqrt{M}} \right) \right] \cdot \left( 1 - \Phi_{\left[ (2v-1) \frac{\sqrt{M}}{2^{i-1}+2j-1} \right]} \right)$$

або

$$P_{bi} = P_{b, \frac{K}{2}+i} = \left( \frac{1}{2^{2^{k-i}}} \sum_{j=1}^{2^{2^{k-i}}} 1 - \Phi_{(2j-1)} \right) + \frac{1}{2^{2^{k-i}}} \sum_{v=1}^{2^{i-1}-1} (-1)^{v-1} (2^{i-1} - v) \times \sum_{j=1}^{2^{k-i+1}} \left[ 1 - 2 \text{mod} 2 \left( \frac{(j-1)}{2^{2^{k-i}}} \right) \right] \cdot \left( 1 - \Phi_{\left[ (2v-1) 2^{2^{k-i}+2j-1} \right]} \right), \quad (15)$$

де  $i = \overline{1, K/2}$  та для  $m \in N$ .

Тоді ймовірність помилки на біт для першого та  $\left( \frac{K}{2} + 1 \right)$  бітів в послідовності з  $K$  бітів рівна:

$$P_{b1} = P_{b, \frac{K}{2}+1} = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/2}} \overline{F}_{(2j-1)}. \quad (16)$$

Відповідно для парних біт:

$$P_{b2} = P_{b, \frac{K}{2}} = \left( \frac{4}{\sqrt{M}} \sum_{j=1}^{\sqrt{M/4}} 1 - \Phi_{(2j-1)} \right) + \frac{2}{\sqrt{M}} \times \sum_{j=1}^{\sqrt{M/4}} \left[ \left( 1 - \Phi_{(\sqrt{M/2}+2j-1)} \right) - \left( 1 - \Phi_{(\sqrt{M}+2j-1)} \right) \right]. \quad (17)$$

На підставі виразів (16–17) отримаємо середню ймовірність помилки в піднесучій з використанням сигналів типу КАМ-М:

$$P_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi} = \frac{2}{K} \sum_{i=1}^{K/2} P_{bi}. \quad (18)$$

Якщо припустити, що забезпечується ідеальна частотна синхронізація, нелінійні спотворення сигналу відсутні і ортогональність між піднесучими при проходженні каналу зв'язку не порушується, тоді піднесучі можна вважати незалежними між собою і завадостійкість для кожної окремої піднесучої

групового сигналу з OFDM можна розрахувати за відомими з теорії потенційної завадостійкості формулами. Загальну ймовірність помилки  $P_6$  для сигналу знайдемо як суму ймовірностей помилкового приймання по всіх піднесучих, враховуючи те, що швидкість передачі (а значить і кількість інформації, що передається) у кожному підканалі в  $n$  разів менша від загальної швидкості групового сигналу:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n \frac{P_{6i}}{n}. \quad (19)$$

Ймовірність помилкового приймання в окремому  $i$ -му підканалі OFDM можна визначити за виразом [7; 10]:

$$P_{6i} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{2E_{6i}}{G_{0i}}} \right) \right], \quad (20)$$

де  $E_{6i}$  – енергія сигналу,  $G_{0i}$  – спектральна щільність потужності шуму.

При наявності навмисних завад повна спектральна щільність потужності шуму в загальній смузі частот зростає з  $G_0$  до  $G_0 + G_3$  і вираз (19) з ураху-

ванням виразу (20) та ширококугової завади можна записати:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{2E_{6i}}{G_{0i} + G_3}} \right) \right]}{n}. \quad (21)$$

Якщо позначити  $Q_i^2 = \frac{E_{6i}}{G_{0i} + G_3}$  (відношення сигнал/шум в  $i$ -му підканалі), то формула (21) перетворюється до вигляду:

$$P_6 = \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2Q_i^2} \right) \right]}{n}. \quad (22)$$

Проведемо аналіз завадостійкості модемів військових засобів радіозв'язку, що використовують сигнали типу ФМ-М на підставі отриманих вище математичних виразів.

В табл. 1 наведені значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт.

Таблиця 1

Значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу ФМ-М

К	2	3	4	5	6
М	4	8	16	32	64
$P_{\text{сеп}}$	$Q_i^2$ [дБ]				
0,1	-0,8555782465	1,0379713217	3,9170030488	7,3840252745	11,2271268497
$5 \cdot 10^{-2}$	1,3122451792	3,7360366698	7,3241393202	11,4024063967	15,7365874609
$1 \cdot 10^{-2}$	4,3231932062	7,2912591103	11,4153327562	16,0189215104	20,8791014930
$5 \cdot 10^{-3}$	5,2080416349	8,2823197667	12,4978787839	17,1843573692	22,1218344869
$1 \cdot 10^{-3}$	6,7895226124	10,0102052182	14,3466895303	19,1389121891	24,1719215998
$5 \cdot 10^{-4}$	7,3350085085	10,5957030558	14,9642081876	19,7837033815	24,8407889908
$1 \cdot 10^{-4}$	8,3982621129	11,7245811245	16,1446564698	21,0074320630	26,1022476981
$5 \cdot 10^{-5}$	8,7900135786	12,1369290913	16,5729476882	21,4489427523	26,5551648974
$1 \cdot 10^{-5}$	9,5878583468	12,9716325886	17,4358940373	22,3351195184	27,4612517548
$5 \cdot 10^{-6}$	9,8925890338	13,2888207235	17,7625439220	22,6694981928	27,8022163615
$1 \cdot 10^{-6}$	10,5298316995	13,9495565746	18,4410083013	23,3623711848	28,5073161680

Як правило, середня ймовірність помилки на біт  $P_{\text{сеп}} = 10^{-1}, 10^{-2}$  задається на виході демодулятора, а необхідна середня ймовірність помилки на біт  $P_{\text{сеп}} = 10^{-4}, 10^{-5}$  на виході завадостійкого декодера. Маючи весь спектр значень, наведених в табл. 1, досить легко оцінити та порівняти енергетичні витрати для досягнення необхідної  $P_{\text{сеп}}$  з застосуванням завадостійкого кодування та без нього.

Проведемо аналіз завадостійкості модемів військових засобів радіозв'язку, що використовують сигнали типу КАМ-М на підставі наведених вище математичних виразів.

В табл. 2 наведені значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу КАМ-М.

Наведена в табл. 2 інформація є досить корисною для зв'язку з тим, що вона відображає величину запасу по рівню сигналу, необхідну при зміні його позиційності в 4 рази. Маючи табличні значення необхідного збільшення відношення сигнал/шум в залежності від заданої середньої ймовірності помилки на біт  $P_{\text{сеп}}$ , легко розрахувати величину запасу по потужності для сигналів з більшою позиційністю.

Очевидно, що при достатньому енергетичному ресурсі станції завод у випадку постановки широко-смугової загороджувальної завади, яка перекриває весь спектр системи з багатьма несучими та створює спектральну щільність потужності завади  $G_3$ , яка збільшує ймовірність помилкового приймання до недопустимого значення, єдиним виходом є перехід на іншу робочу частоту. Забезпечення електромагнітної сумісності, радіопомітності звужують можливість застосування станцією завод загороджувального типу, особливо в угрупованнях радіоелектронних засобів. Однак, в деяких оперативних-тактичних си-

туаціях застосування завод даного типу може виявитися виправданим [10].

Розглянемо вплив на радіолінію з багатьма несучими шумової завади в частині смуги. Перекриваючи меншу смугу діапазону, станція завод має можливість збільшувати потужність завод у цій смузі до рівня  $G_3/\gamma$ .

Для спрощення аналітичного виразу зробимо припущення, що ширина спектра завади є такою, що перекриває ціле число несучих. Отже, параметр  $\gamma$  можна виразити так:  $\gamma = m/n$ , де  $m$  – кількість несучих, в спектри яких потрапляє завада.

Таблиця 2

Значення відношення сигнал/шум від заданої середньої ймовірності помилки на біт для сигналів типу КАМ-М

$K$	2	4	6	8	10	12
$M$	4	16	64	256	1024	4096
$P_{сеп}$	$Q_i^2$ [дБ]					
0,1	-0,8555782465	1,0379713217	3,9170030488	7,3840252745	11,2271268497	16,2465598336
$5 \cdot 10^{-2}$	1,3122451792	3,7360366698	7,3241393202	11,4024063967	15,7365874609	20,8200139619
$1 \cdot 10^{-2}$	4,3231932062	7,2912591103	11,4153327562	16,0189215104	20,8791014930	26,0141681622
$5 \cdot 10^{-3}$	5,2080416349	8,2823197667	12,4978787839	17,1843573692	22,1218344869	27,2640399891
$1 \cdot 10^{-3}$	6,7895226124	10,0102052182	14,3466895303	19,1389121891	24,1719215998	29,3228062461
$5 \cdot 10^{-4}$	7,3350085085	10,5957030558	14,9642081876	19,7837033815	24,8407889908	29,9938351414
$1 \cdot 10^{-4}$	8,3982621129	11,7245811245	16,1446564698	21,0074320630	26,1022476981	31,2586596173
$5 \cdot 10^{-5}$	8,7900135786	12,1369290913	16,5729476882	21,4489427523	26,5551648974	31,7125890889
$1 \cdot 10^{-5}$	9,5878583468	12,9716325886	17,4358940373	22,3351195184	27,4612517548	32,6204369115
$5 \cdot 10^{-6}$	9,8925890338	13,2888207235	17,7625439220	22,6694981928	27,8022163615	32,9619823317
$1 \cdot 10^{-6}$	10,5298316995	13,9495565746	18,4410083013	23,3623711848	28,5073161680	33,6681581745

Тоді, загальну ймовірність помилкового приймання в даній системі можна виразити наступним чином:

$$P_6 = \sum_{i=1}^{n-m} \frac{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E_{6i}}{G_{0i}}}\right)}{2n} + \sum_{j=1}^m \frac{1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E_{6j}}{G_{0j} + G_3/\gamma}}\right)}{2n}. \quad (23)$$

Очевидно, що зі збільшенням  $Q_i^2$  значення  $\gamma = \gamma_{опт}$ , при якому  $P_6$  максимальне, зменшується. Якщо продиференціювати рівняння (14), отримуємо:

$$\gamma_{опт} = \begin{cases} \frac{0,709}{Q_i^2}, & \text{для } Q_i^2 > 0,709; \\ 1, & \text{для } Q_i^2 \leq 0,709. \end{cases}$$

Відповідно, максимальна ймовірність помилкового приймання на біт дорівнює:

$$P_{6\max} = \begin{cases} \frac{0,083}{Q_i^2}, & \text{для } Q_i^2 > 0,709; \\ \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi\left(\sqrt{2Q_i^2}\right) \right], & \text{для } Q_i^2 \leq 0,709. \end{cases}$$

Таким чином, ефективне подавлення сигналу досягається за рахунок концентрації потужності передавача станції завод для спотворення певної частини переданих символів. Для усунення шкідливого впливу організованих завод доцільно застосовувати такі заходи, як заводостійке кодування у поєднанні з перемежуванням [11; 17], методи просторової компенсації завод [12; 13], частотну адаптацію [14].

У випадку появи шумової завади в частині смуги, яка знижує ймовірність помилкового приймання в системі до недопустимого рівня, система радіозв'язку може здійснити такі заходи для протидії:

- 1) використання методів просторової компенсації завод;
- 2) відключення, а точніше припинення передачі корисної інформації на тих піднесучих, в спектри яких потрапила завада і нарощування загальної пропускної спроможності системи за рахунок підвищення інформаційної швидкості на кращих за співвідношенням сигнал-шум піднесучих;
- 3) перехід на іншу робочу частоту за умови, якщо перший та другий заходи виявляться неефективними.

У другому випадку завадостійкість системи після переходу в новий режим роботи потрібно оцінювати з урахуванням виразів для конкретних видів багатопозиційної модуляції.

Розглянемо вплив на досліджувану систему радіозв'язку полігармонійної (різнотонавої) завади [12; 14].

При створенні багатотональної (полігармонійної) завади станція радіоелектронного подавлення ділить повну потужність випромінювання між неперервними гармонійними коливаннями (тонами), що мають випадкову фазу та рівні за потужністю. Ці сигнали розподіляються в загальній смузі частот системи у визначеному порядку. Аналіз впливу нових завад на сигнал є значно складнішим [12; 14]. Оцінку завадостійкості можна наближено провести за виразом (20), попередньо розрахувавши сумарну спектральну щільність потужності завади у кожному підканалі.

В умовах застосування системою радіоелектронного подавлення ретрансльованих завад з достатньою для ефективного подавлення корисного сигналу потужністю, доцільним є перехід до режиму роботи з використанням частотної адаптації, причому швидкість переходу на нову робочу частоту повинна бути такою, щоб за час, необхідний системі радіоелектронного подавлення для обробки отриманого сигналу та створення завади, радіолінія переходила на нову частоту [8].

Взаємодію двох протилежних сторін – систем радіоелектронного подавлення та системи радіозв'язку можна моделювати з використанням теорії ігор [15]. При цьому маємо двох учасників, які володіють певним радіоресурсом, та використовують його за різним призначенням. Система радіозв'язку – для забезпечення обміну інформацією з заданою якістю, система радіоелектронного подавлення – для максимально можливої мінімізації якості обміну в системі радіозв'язку, аж до його повного припинення.

Тому важливим завданням є передбачення найбільш ймовірних дій (стратегії) противника. При наявності інформації про параметри радіолінії (вид модуляції, потужність передавача, типи передавальних та приймальних антен тощо) для оцінки ймовірного співвідношення сигнал/шум на вході приймача радіолінії, постановник шумової завади в частині смуги, очевидно, буде вибирати таке значення  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ , при якому ймовірність помилкового приймання буде максимальною.

Для радіолінії з OFDM та модуляцією ФМ-М та КАМ-М на всіх піднесучих, за формулою (23) для різних співвідношенням сигнал/шум каналів та для різних співвідношень між потужностями завади та корисного сигналу на вході приймача радіолінії можна визначити оптимальні значення коефіцієнта перекриття  $\gamma_{\text{опт}}$  та оцінити завадостійкість на найгірший випадок.

Розглянемо порядок розрахунку  $\gamma_{\text{опт}}$ .

1. Формулювання аналітичного виразу для знаходження ймовірності помилкового приймання радіолінії:

$$P_6 = \sum_{i=1}^{n-m} f_i \left( \frac{E_{6i}}{G_{0i}} \right) + \sum_{j=1}^m f_j \left( \frac{E_{6j}}{G_{0j} + G_3/\gamma} \right). \quad (25)$$

2. Знаходження максимуму функції (25). Диференціювання функції (25):  $\frac{dP_6(\gamma)}{d\gamma}$ . Визначення точки  $\gamma$ , де похідна дорівнює 0 і при переході якої функція змінює знак з додатного на від'ємний.

3. Підстановка даного значення  $\gamma$  у вираз (25) і знаходження ймовірності помилкового приймання, що відповідає  $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ .

## Висновки

1. В ході проведеної роботи проведено математичне моделювання функціонування радіолінії з ортогональним частотним мультиплексуванням, в ході якого виявлено, що на якість функціонування засобів радіозв'язку з OFDM впливають навмисні завади, тремтіння фази, квадратурні помилки та неузгодженість амплітуд.

2. Аналіз характеристик навмисних завад показав, що найбільш універсальною і стійкою до різних способів підвищення завадостійкості, що застосовуються в системах радіозв'язку, є шумова загорожувальна завада. Потужність шумової завади може бути використана ефективніше за рахунок зосередження її в обмеженій смузі частот, значно меншій, ніж діапазон частот (або спектр сигналу) СРЗ.

Вплив навмисних завад суттєво погіршує завадостійкість приймання сигналів з OFDM, що викликає необхідність розробки математичної моделі спотворення сигналу з ортогональною частотною модуляцією для оцінки та врахування цього впливу як на етапі проектування, так і експлуатації засобів зв'язку.

3. В роботі розроблена математична модель спотворення сигналу з ортогональним частотним мультиплексуванням при впливі шумової загорожувальної завади та шумової завади в частині смуги, відмінність якої від відомих полягає в тому, що вона встановлює нові аналітичні залежності ймовірності помилкового приймання OFDM-сигналу від характеристик навмисних шумових завад, а саме спектральної щільності потужності та коефіцієнта перекриття спектра сигналу (ширини смуги завади) та враховує інші дестабілізуючі фактори у каналі зв'язку.

4. Розроблена модель дозволяє:

провести кількісну оцінку негативного впливу даних видів завад на якість зв'язку, що визначається ймовірністю помилкового приймання;

отримати математичні співвідношення при дії інших видів завад (полігармонійна та ретрансльована завади);

визначити заходи, спрямовані на боротьбу з навмисними завадами та іншими дестабілізуючими факторами;

здійснювати прогнозування ймовірної стратегії постановника завод (на найгірший випадок);

проводити імітаційне моделювання радіоліній з використанням OFDM в умовах дії навмисних завод.

Напрямок подальших досліджень є розробка методів та методик адаптивного управління системи радіозв'язку з програмованою архітектурою.

## Список літератури

1. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / [Вишневикий В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В.]. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
2. Шишацький А.В. Аналіз заводостійких протоколів, що використовують OFDM-технології / А.В. Шишацький, В.В.Твердохлібов // Науково-практична конференція “Перспективи розвитку автоматизованих систем управління військами та геоінформаційних систем”: тези доповідей, 29 січня 2015 р. – Львів: АСВ. – 2015. – С. 164-166.
3. Оптимизация параметров группового сигнала систем передачи с ортогональными гармоническими сигналами / [Балаиов В.А., Ефремов В.П., Ляховецкий Л.М., Кравченко С.Ю.] // Зв'язок. – 2002. – № 4. – С. 19-24.
4. Leke A. A maximum rate loading algorithm for discrete multitone modulation systems / A. Leke, J.M. Cioffi // Proc. of IEEE GLOBECOM'97, V. 3. – 1997. – P. 1514-1518.
5. Шишацький А.В. Аналіз напрямів підвищення ефективності функціонування систем радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням / А. В. Шишацький, О.Г. Жук, В.В. Лютов // Озброєння та військова техніка: науково-технічний журнал. – К.: ЦНДІ ОБТ ЗС України. – 2015. – № 4(8). – С. 22-27.
6. Жук. О.Г. Математична модель багатопроменевого каналу зв'язку / О.Г. Жук // Тези III-ї науково-практичної конференції ВІПІ НТУУ “КПІ” “Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем спеціального призначення”. – К., жовтень 2006. – С. 140.
7. Шишацький А.В. Математична модель спотворення сигналу в системах радіозв'язку з ортогональним частотним мультиплексуванням при впливі навмисних завод / А.В. Шишацький, В.В. Лютов, М.В. Борознюк, І.Ю. Рубцов // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2016. – Вип. 3(140). – С. 181-186.

8. Теорія електрозв'язку: підручник / О.В. Корнейко, О.В. Кувшинов, О.П. Лежнюк, С.П. Лівенцев; під ред. С.П. Лівенцева. – К.: НВФ „Славутич-Дельфін”, 2006. – Т. 2: Основи теорії заводостійкості, кодування та розподілу інформації. – 292 с.

9. Скляр Бернад. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: пер. с англ. / Бернад Скляр. – М.: Издательский дом „Вильямс”, 2004. – 1104 с.

10. Аналіз методів оцінювання параметрів багатопроменевих каналів зв'язку / [Кувшинов О.В., Толуна С.В., Гурський Т.Г., Восколович О.І.] // Вісник ДУІКТ. – 2011. – Т. 9 (3). – С. 194-204.

11. Мальцев А.А. Исследование характеристик OFDM-систем радиосвязи с адаптивным отключением поднесущих / А.А. Мальцев, А.Е. Рубцов // Вестник ИНГУ. Серия Радиофизика. – 2007. – № 5. – С. 43-49.

12. Гурський Т.Г. Компенсація впливу навмисних завод та частотно-селективних завмирань в OFDM-системі радіозв'язку / Т.Г. Гурський, Л.С. Різник, О.В. Гуменюк // Збірник наукових праць ВІПІ НТУУ „КПІ”. – 2008. – Вип. 3. – С. 38-46.

13. Кувшинов О.В. Напрямки вдосконалення технології OFDM при впливі навмисних завод / О.В. Кувшинов, Л.Л. Бортнік, О.Г. Жук // Збірник наукових праць ВІКНУ. – 2011. – Вип. 30. – С. 121-126.

14. Кувшинов О.В. Адаптивне управління частотно-часовим ресурсом радіоліній при впливі навмисних завод / О.В. Кувшинов, О.О. Пучков, О.Г. Жук // Тези IV-ї науково-технічної конференції ВІПІ НТУУ “КПІ” “Пріоритетні напрямки розвитку телекомунікаційних систем та мереж спеціального призначення”. – К., жовтень 2008. – С. 192-193.

15. Теплов Н.Л. Теория передачи сигналов / Н.Л. Теплов. – М.: Воениздат, 1976. – 424 с.

16. Стеклов В.К. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку: підручник для вищих навчальних закладів / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, Є.В. Кільчицький; під ред. В.К. Стеклова. – К.: Техніка, 2004. – 576 с.

17. Шишацький А.В. Методика формування сигнально-кодових конструкцій OFDM-сигналу в умовах впливу навмисних завод та селективних завмирань / А.В. Шишацький // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків: ХУПС, 2015. – Вип. 7 (132). – С. 71-77.

Надійшла до редколегії 6.01.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Кувшинов, Військо-вий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ.

## УСОВЕРШЕНСТВОВАНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА РАДИОСВЯЗИ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДЕСТАБИЛИЗИРУЮЩИХ ФАКТОРОВ

А.Г. Жук

В статье предложена усовершенствованная математическая модель канала радиосвязи с ортогональным частотным мультиплексированием, что позволяет рассчитать влияние преднамеренных помех, дрожания фазы, квадратурную ошибку и несогласованность амплитуд с использованием многопозиционной фазовой и квадратурной амплитудной манипуляций.

**Ключевые слова:** ортогональное частотное мультиплексирование, сигнально-кодовая конструкция, квадратурная амплитудная манипуляция, фазовая манипуляция, дрожание фазы.

## ADVANCED MATHEMATICAL MODEL OF RADIO CHANNEL WITH ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING WITH UNDER THE INFLUENCE OF DESTABILIZING FACTORS

O.G. Zhuk

In the article offered advanced mathematical model of radio channel with orthogonal frequency division multiplexing under the influence of destabilizing factors, which allow to calculate the impact of intentional interference, phase jitter, quadrature error, the inconsistency of the amplitudes using multiposition phase and quadrature amplitude manipulations.

**Keywords:** orthogonal frequency multiplexing, signal-to-code construction, quadrature amplitude manipulation, phase manipulation, phase jitter.