УДК 519.816; 623.4.01 DOI: 10.30748/soi.2017.147.17

Ю.В. Мирончук, О.М. Купріненко

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ПОБУДОВА ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКИХ МНОЖИН, ЯКІ ВІДПОВІДАЮТЬ КІЛЬКІСНИМ ЕКСПЕРТНИМ ОЦІНКАМ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

У статті розглянуто особливості сприйняття людиною приблизних чисел в залежності від їх вигляду та фізичних величин. Удосконалено метод обробки результатів експертного опитування з використанням теорії нечітких множин. Наведено пропозиції щодо застосування запропонованого методу для обробки нечітких кількісних експертних оцінок різних фізичних величин.

Ключові слова: *нечіткі множини, функції належності, кількісні експертні оцінки, експертне опитування.*

Вступ

Постановка проблеми. Експертна оцінка – один з основних методів науково-технічного прогнозування, який ґрунтується на припущенні, що на основі думок експертів можна побудувати адекватну модель майбутнього розвитку об'єкта прогнозування. В переважній більшості в науково-технічному прогнозуванні використовується кількісна форма оцінок. Експерт у відповіді на питання щодо величини, яку необхідно оцінити, вказує число, яке, на його думку, є найбільш точним.

Але така форма оцінки має суттєві недоліки, оскільки експерт, відповідаючи на питання, проводить оцінку інтуїтивно і в його уяві така оцінка може бути неточною, приблизною, або мати вигляд інтервалу.

Існуючі підходи, що ґрунтуються на використанні методів теорії нечітких множин, дозволяють проводити обробку неточних, приблизних експертних оцінок [1–4], але вони не враховують особливостей сприйняття людиною (експертом) кількісних значень фізичних величин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Застосування методів теорії нечітких множин дозволяє обробляти неточні оцінки експертів за допомогою функцій належності.

Наприклад, кількісна експертна оцінка може бути точковою – «*x* приблизно дорівнює 8», інтервальною – «*x* знаходиться приблизно в межах від 5 до 10».

Функції належності для точкових та інтервальних оцінок мають різний вигляд. У випадку інтервальної оцінки на всьому інтервалі функція належності дорівнює 1, а за межами інтервалу зменшується і асимптотично наближається до 0.

На рис. 1, 2 зображені функції належності нечітких множин, що відповідають експертним оцінкам «*x* приблизно дорівнює 8» та «*x* знаходиться приблизно в межах від 10 до 15».

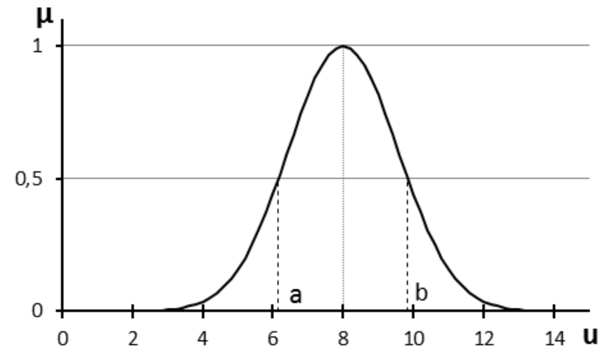

Рис. 1. Функція належності нечіткої множини, яка відповідає оцінці «*x* приблизно дорівнює 8»

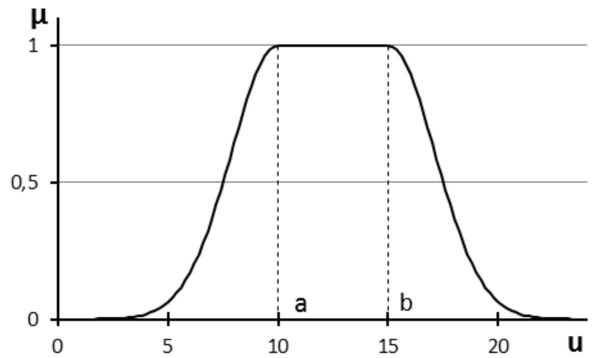

Рис. 2. Функція належності нечіткої множини, яка відповідає оцінці «*x* знаходиться приблизно в межах від 10 до 15»

При побудові функцій належності нечіткій множині чисел, приблизно рівних заданому числу K, в [4] пропонується використовувати функцію:

$$\mu_K(u)=e^{-\alpha(K-u)^2}, \qquad (1)$$

де α залежить від необхідного ступеня нечіткості $\mu_K(u)$ і визначається з виразу

$$\alpha=-\frac{4\ln 0,5}{\beta^2}, \qquad (2)$$

де β – відстань між точками переходу для $\mu_K(u)$, тобто точками, в яких функція (1) приймає значення 0,5. На рис. 1 ці точки позначені як a і b.

Функція, зображена на рис. 2, побудована таким чином:

якщо $u < a$, то $\mu_{(a,b)}(u) = \mu_a(u)$,

якщо $a \le u \le b$, то $\mu_{(a,b)}(u) \equiv 1$,

якщо $u > b$, то $\mu_{(a,b)}(u) = \mu_b(u)$,

де $\mu_{(a,b)}(u)$ – функція належності точок дійсної осі нечіткому інтервалу (a,b), а $\mu_a(u)$ та $\mu_b(u)$ – нечітким множинам чисел, приблизно рівних відповідно a і b. Вони будуються аналогічно функції, графік якої наведено на рис. 1.

Для побудови функції $\mu_K(u)$ для деякого числа K необхідно визначити відповідні даному числу параметри a і b (рис. 3). Для того щоб визначити числа, приблизно рівні K, в [4] досліджується питання – як люди уявляють собі межі класів чисел, приблизно рівних деяким заданим.

Автором [4] було опитано 20 осіб і на основі їх відповідей встановлено, що для чисел виду K=15, 25, …, 95 і K=150, 250, …, 950 залежності середніх співвідношень $\frac{K}{a(K)}$ та $\frac{b(K)}{K}$ від росту K для обох класів чисел можна вважати однаковими.

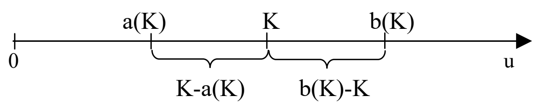

Рис. 2. Число K, параметри a і b на числовій прямій

Щодо інших чисел, а саме чисел, порядок яких перевищує три, автором [4] встановлено, що якщо в числі дві значущі цифри, то відносні відхилення $\frac{K-a(K)}{K}$ та $\frac{b(K)-K}{K}$ можна вважати рівними відповідним відхиленням для двозначного числа, отриманого з K шляхом відкидання нулів. Якщо ж кількість значущих чисел відмінна від двох, то на визначення a(K) і b(K) впливає їх кількість, а також розташування в рамках груп по три цифри, де 1-а група починається з одиниць, 2-га – з тисяч, 3-тя – з мільйонів і т.д.

В [4] розглядається деяке натуральне число K, молодша значуща цифра якого має порядок q. Автор розбив можливі значення q на залишкові класи по модулю 3 і ввів змінну d, значення якої є представниками даних класів: d=q mod 3.

Очевидно, що d може приймати значення 0, 1, 2. Оскільки кожному числу K відповідає лише одне значення q, то множина натуральних чисел розбита на класи еквівалентності M_d (d=0, 1, 2) (табл. 1).

Перш ніж розглядати випадки, які виникають, коли число належить різним класам M_d, автором [4] введено цілочисельну змінну x, яка змінюється в межах [1, 99], і прийнято, що для кожного її значення відомі параметри a(x), b(x) і, як наслідок, β(x).

Таблиця 1

Класи еквівалентності чисел по модулю 3

Число K	Порядок найменшої значущої цифри q	d=q mod 3	Клас еквівалентності M_d
4	1	1	M_1
45	1	1	M_1
40	2	2	M_2
540	2	2	M_2
500	3	0	M_0
500000	6	0	M_0

За результатами опитування, проведеного Скофенком А.В. [4] для чисел, які не є значеннями фізичних величин, встановлено, що значення β(x) можна знаходити так, як це наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Значення β для чисел, які не є значеннями конкретних фізичних величин

Номер рядка	x	Відстань між точками, в яких функція належності приймає значення 0,5
		$\beta_C(x)$
1.	5	2,8
2.	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9	0,46 x
3.	15	6,45
4.	25	6,75
5.	50	24
6.	10, 20, 30, 40, 60, 70, 80, 90	-0,00163 x2 + 0,357x
7.	35, 45, 55, 65, 75, 85, 95	-0,00067 x2 + 0,213x
8.	Інші двозначні числа	$\frac{1}{2}\left(\beta\left(\left[\frac{x}{10}\right]\cdot 10+5\right)+ +\beta\left(x-\left[\frac{x}{10}\right]\cdot 10\right)\right)$

Для двозначних чисел, не наведених у рядках 3–7 табл. 2, $\beta_C(x)$ визначалось як приблизно рівне середньому між $\beta_C\left(\left[\frac{x}{10}\right]\cdot 10+5\right)$ і $\beta_C\left(x-\left[\frac{x}{10}\right]\cdot 10\right)$, (де $\left[\frac{x}{10}\right]$ означає цілу частину числа $\frac{x}{10}$). Тобто між β_C від найближчого до x числа виду $m\cdot 10+5$, де m=1,…, 9, і β_C від числа, яке належить до розряду одиниць числа x. Якщо, наприклад, розглянути число 42, то $\left[\frac{42}{10}\right]=4$, а

$$\beta_C(42)=\frac{\beta_C(45)+\beta_C(2)}{2}=$$

$$=\frac{(0,213-0,00067\cdot 45)\cdot 45+0,46\cdot 2}{2}=4,57.$$

Аналіз отриманих значень $\beta_C(x)$, наведених в табл. 2, дає підстави стверджувати, що даний метод не достатньо коректний. Наприклад, $\beta_C(1)=0,46$, тобто значення «приблизно 1» знаходяться в межах від 0,77 до 1,23; $\beta_C(9)=4,14$, тобто від 6,93 до 11,07; $\beta_C(50)=24$, тобто від 38 до 62. До того ж, в методі, наведеному в [4], розглядаються числа, які не є значеннями конкретних фізичних величин. Автором [5] була здійснена перша спроба вирішення цього завдання.

Формулювання мети статті. Метою статті є дослідження особливостей сприйняття людиною (експертом) фізичних величин та розробка удосконаленого методу побудови функцій належності нечітких множин, що відповідають кількісним експертним оцінкам фізичних величин.

Виклад основного матеріалу

Авторами проведено опитування 45 чоловік, діяльність яких безпосередньо пов'язана з питаннями розробки (модернізації), експлуатації озброєння та військової техніки (ОВТ). На опитуванні кожному експерту були запропоновані нечіткі оцінки таких технічних параметрів як швидкість зразка ОВТ (в км/год) та маса зразка ОВТ (в кг).

Ці нечіткі оцінки були твердженнями вигляду: «Швидкість руху становить приблизно 50 км/год», на які експерт вказував 2 числа, які на його думку відділяють значення, які можна вважати приблизно рівними наведеному, від значень, які не є такими. Наприклад, для швидкості 50 км/год. це можуть бути числа 45–55 км/год. Твердження були розміщені в довільному порядку та розподілені на класи:

1) 1, 2, …, 9;
2) 10, 20, …90;
3) 25, 35, 45, …, 95;
4) 5, 15, 25, 50;
5) решта чисел з діапазону [11…99].

За результатами опитування встановлено, що:

1. Відхилення K–a(K) та b(K)–K зростають зі зростанням K. Виключення складають лише випадки, коли K=9, 19, 29, …, 99. Ймовірно, це пов'язано з тим, що числа, які закінчуються на 9, знаходяться на кінцях інтервалів десятків, а числа, які опитані вважали приблизно рівними їм, в більшості, не виходять за межі десятків.

2. Середнє для одиниць співвідношення $\frac{b(K)-a(K)}{K}$ рівне 0,21, тоді як для десятків – 0,13, інших двозначних чисел – 0,07. Це свідчить про те, що при оцінці приблизних чисел, даних у вигляді одиниць, допустима найбільша відносна неточність, а найменша неточність – для двозначних чисел, за винятком десятків.

Результати опитування для різних класів чисел апроксимовано в аналітичні вирази, наведені в табл. 3. Для апроксимації отриманих результатів було використано логарифмічні, поліноміальні та комбіновані функції. Точність апроксимації в середньому складає 0,96, але не менше 0,91 для кожного класу чисел.

Як видно з табл. 2, 3 та рис. 4–7, значення β_V та β_m суттєво відрізняються від β_C. Також має місце розбіжність сприйняття чисел в залежності від одиниць вимірювання.

Порівняльний аналіз отриманих результатів показав, що більша нечіткість спостерігається в значеннях швидкості для всіх класів чисел.

Для чисел 15, 25 і 50 окремі значення β_V та β_m не визначено, тому що за результатами опитування встановлено, що вони значно краще узгоджуються із залежностями в рядках 3 і 4 табл. 3. Сприйняття опитаними двозначних чисел, що не наведені в рядках 3 і 4, показано комбінованими виразами, в яких логарифмічними та вільними членами апроксимовано загальну тенденцію зміни β від 11 до 99, а рештою членів – зміну β в межах кожного десятка.

Визначення β(x) в залежності від того, до якого класу M_d належить число K, пропонується проводити з використанням підходу, наведеного в [4].

Таблиця 3

Значення β для чисел, які є значеннями фізичних величин

Номер рядка	x	Відстань між точками, в яких функція належності приймає значення 0,5	
		β_V (x), км/год	β_m (x), кг
1.	5	2,03	1,16
2.	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9	$-0,0139x^2 + 0,1986x + 0,3357$	$-0,0135x^2 + 0,1815x + 0,2307$
3.	10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90	$-0,0006x^2 + 0,1234x + 1,9265$	$-0,0003x^2 + 0,0708x + 1,5615$
4.	15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95	$-0,0003x^2 + 0,0584x + 2,9108$	$-0,0004x^2 + 0,0649x + 1,4536$
5.	Інші двозначні числа	$-0,0074(x-[\frac{x}{10}]\cdot 10)^2 + 0,0808(x-[\frac{x}{10}]\cdot 10) + 1,1353\cdot\ln([\frac{x}{10}]\cdot 10+1) - 1,184$	$-0,0105(x-[\frac{x}{10}]\cdot 10)^2 + 0,1114(x-[\frac{x}{10}]\cdot 10) + 0,6859\cdot\ln([\frac{x}{10}]\cdot 10+1) - 0,474$

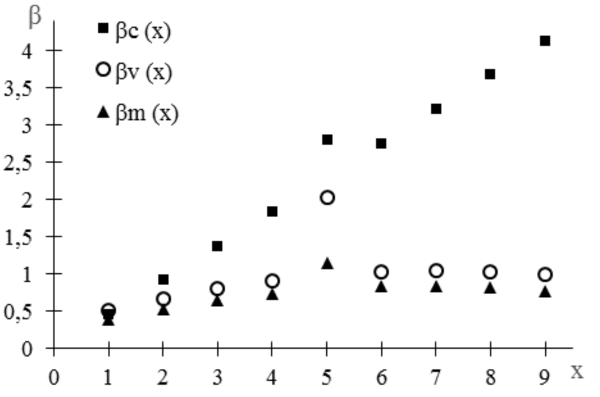

Рис. 3. Числа класу 1, 2, …, 9

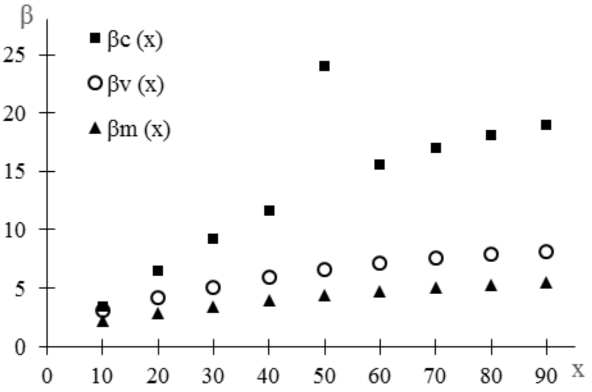

Рис. 5. Числа класу 10, 20, …, 90

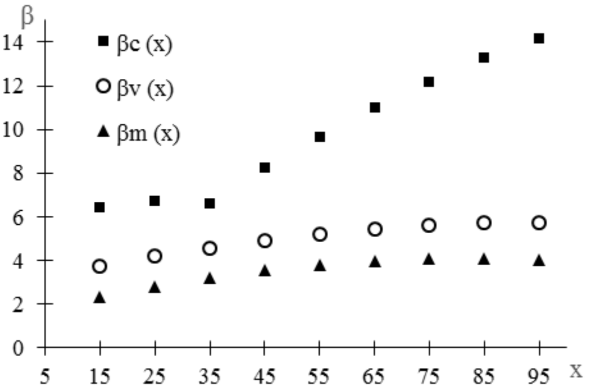

Рис. 6. Числа класу 15, 25, …, 95

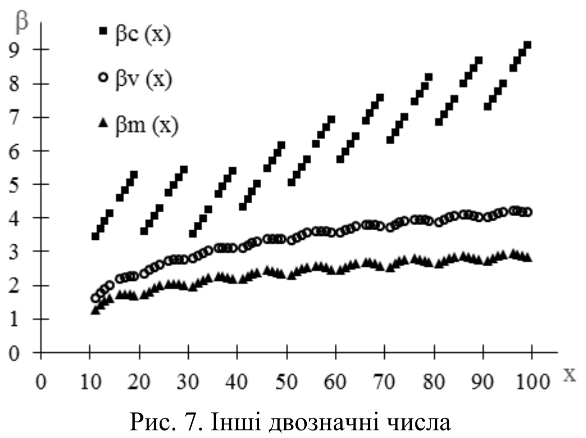

Рис. 7. Інші двозначні числа

Позначимо через r_q число, яке знаходиться в q-му розряді числа K, r_{q+1} – число в наступному старшому розряді і розглянемо випадки належності числа K різним класам M_d:

1. $K \in M_0$ (наприклад, 300, 10300, тощо).

В цьому випадку $\beta(K)$ залежить тільки від молодшої значущої цифри числа K, тобто від r_q і може бути знайдено з виразу $\beta(K)=\beta(r_q \cdot 10)\cdot 10^{q-2}$, де $\beta(r_q \cdot 10)$ знаходимо з табл. 3. Наприклад, K=10300 кг, q=3, $r_q=3$, $\beta_m(K)=\beta_m(30)\cdot 10=34{,}2$ кг.

2. $K \in M_1$ (наприклад, 108, 242, тощо).

В цьому випадку виникає 2 варіанти:

а) якщо $r_{q+1}=0$, то $\beta(K)=\beta(r_q)\cdot 10^{q-1}$.

Наприклад, K=108 км/год, q=1, $r_q=8$, $\beta_V(K)=\beta_V(8)\cdot 10^0=1{,}03$ км/год.

б) якщо $r_{q+1}\neq 0$, то $\beta(K)=\beta(r_{q+1}\cdot 10+r_q)\cdot 10^{q-1}$.

Наприклад, K=242 кг, q=1, $r_q=2$, $r_{q+1}=4$, $\beta_m(K)=\beta_m(42)\cdot 10^0=2{,}27$ кг.

3. $K \in M_2$ (наприклад, 130, 1030, тощо).

Маємо також 2 варіанти:

а) якщо $r_{q+1}=0$, то $\beta(K)=\beta(r_q \cdot 10)\cdot 10^{q-2}$.

Наприклад, K=1030 кг, q=2, $r_q=3$, $\beta_m(K)=\beta_m(30)\cdot 10^0=3{,}41$ кг.

б) якщо $r_{q+1}\neq 0$, то $\beta(K)=\beta(r_{q+1}\cdot 10+r_q)\cdot 10^{q-1}$.

Наприклад, K=130 км/год, q=2, $r_q=3$, $r_{q+1}=1$, $\beta_V(K)=\beta_V(13)\cdot 10^1=19{,}03$ км/год.

Після того, як для заданого числа K знайдено значення β(K), за допомогою (1) і (2) будується функція належності точок дійсної осі нечіткій множині чисел, наближено рівних K.

Послідовність дій з визначення β(K) наведена на блок-схемі (рис. 8).

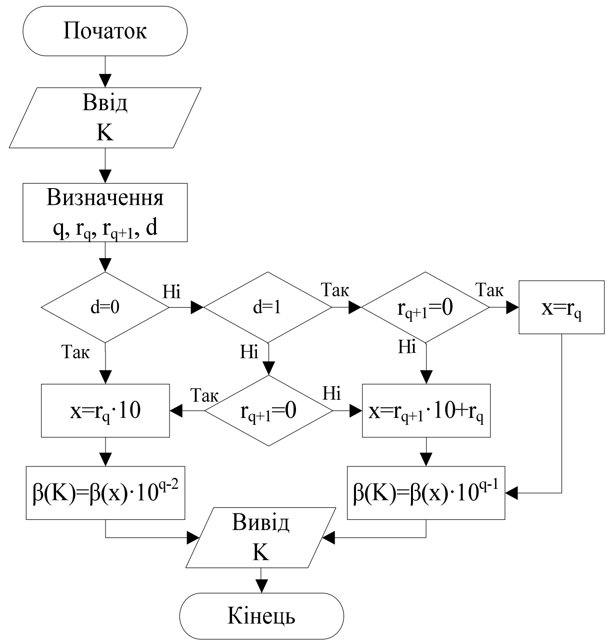

Рис. 8. Послідовність дій з визначення β(K)

За допомогою зазначеного алгоритму можуть також бути побудовані функції належності у разі, якщо K є десятковим дробом. При цьому алгоритм застосовується до мантиси дробу, а потім враховується його порядок.

Висновки

За результатами проведених досліджень встановлено значну розбіжність у сприйнятті людиною значень нечітких чисел, що не є значеннями фізичних величин, від значень нечітких чисел, які є значеннями швидкості та маси озброєння та військової техніки. Це свідчить про те, що використання відомого методу [4] для обробки кількісних експертних оцінок фізичних величин зменшує точність отриманих результатів.

Проведені дослідження особливостей сприйняття людиною (експертом) неточних кількісних значень фізичних величин дозволили удосконалити відомий метод обробки експертних оцінок з використанням теорії нечітких множин.

Враховуючи отримані результати пропонується:

1. При вирішенні практичних задач з використанням експертного оцінювання кількісних значень фізичних величин проводити попереднє опитування експертів з метою виявлення закономірностей уявлення ними наближених значень конкретних фізичних величин.

2. Попереднє опитування доцільно проводити з тими експертами, які в подальшому будуть залучатися до проведення основного опитування.

Реалізація запропонованих пропозицій дозволить збільшити адекватність результатів обробки нечітких кількісних експертних оцінок фізичних величин.

Список літератури

1. *Панкова Л.А. Организация экспертизы и анализ экспертной информации / Л.А. Панкова, А.М. Петровский, М.В. Шнейдерман. – М.: Наука, 1984. – 120 с.*
2. *Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа / Б.Г. Литвак. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.*
3. *Бешелев С.Д. Математико-статистические методы экспертных оценок / С.Д. Бешелев, Ф.Г. Гурвич. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Статистика, 1980. – 263 с.*
4. *Скофенко А.В. О построении функций принадлежности нечетких множеств, соответствующих количественным экспертным оценкам / А.В. Скофенко // Науковедение и информатика. – 1981. – №22. – С. 70-79.*
5. *Купріненко О.М. Побудова функцій належності нечітких множин, які відповідають кількісним експертним оцінкам / О.М. Купріненко // Системи обробки інформації. – 2007. – Вип. 5. – С. 142-142.*

Надійшла до редколегії 9.12.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Шабатура, Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів.

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ КОЛИЧЕСТВЕННЫМ ЭКСПЕРТНЫМ ОЦЕНКАМ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Ю.В. Мирончук, А.Н. Куприненко

В статье рассмотрены особенности восприятия человеком приблизительных чисел в зависимости от их вида и физических величин. Усовершенствован метод обработки результатов экспертного опроса с использованием теории нечетких множеств. Приведены предложения по применению предложенного метода для обработки нечетких количественных экспертных оценок различных физических величин.

Ключевые слова: *нечеткие множества, функции принадлежности, экспертный опрос, количественные экспертные оценки.*

CONSTRUCTING A FUNCTIONS OF FUZZY SETS BASED ON THE QUANTITATIVE EXPERT ASSESSMENTS OF NATURAL VALUES

Y.V. Myronchuk, O.M. Kuprinenko

The article describes the features of human perception of approximate numbers, depending on their species and the natural values. Improved method of processing the results of expert surveys based on using the fuzzy sets. The recommendations on the application of the proposed method for processing fuzzy quantitative expert assessments of various natural values are given.

Keywords: *fuzzy sets, fuzzy functions, expert survey, quantitative expert assessments.*