

В.М. Можаровський, С.В. Годзь

Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ЗНИЩЕННЯ БОЙОВИМИ ЗАСОБАМИ СВОЇХ ВІЙСЬК ХОЧА Б ОДНОГО БОЙОВОГО ЗАСОБУ ПРОТИВНИКА З УРАХУВАННЯМ МОЖЛИВИХ ВТРАТ ПОЧАТКОВОГО БОЙОВОГО ПОТЕНЦІАЛУ СВОЇХ ВІЙСЬК ТА ПРОТИВНИКА

У статті розкрито зміст однієї із математичних моделей, яка використовується під час обґрунтування раціонального (оптимального) бойового складу Збройних Сил України через величину відверненого збитку своїх військ в операції (бойових діях).

**Ключові слова:** математична модель, ймовірність знищення, бойові засоби, бойовий потенціал, втрати, відвернений збиток.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Обґрунтування раціонального (оптимального) бойового складу Збройних Сил (далі – ЗС) України здійснюється шляхом аналітичного моделювання, в основу якого покладено теорію відверненого збитку своїх військ (сил) в операції (бойових діях) [1]. Однією з моделей, які при цьому використовуються, є **математична модель визначення ймовірності знищення  $j$ -ми бойовими засобами своїх військ хоча б одного бойового засобу  $i$ -го типу противника з урахуванням можливих втрат початкового бойового потенціалу (далі – БП) своїх військ та противника.**

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Висновки з аналізу існуючих методик обґрунтування бойового складу військ (сил) були викладені у попередніх публікаціях [2–4]. Зокрема, за результатами проведеного аналізу було встановлено, що **математичні моделі**, які використовуються в цих методиках, передбачають обчислення ймовірності ураження об'єктів противника в умовах, коли для ураження (знищення) такого об'єкта призначаються конкретні бойові засоби. При цьому, зазначені моделі враховують такі показники, як можливі (допустимі) втрати своїх військ та потрібні (задані) втрати військ противника [5–9].

На відміну від попередніх методик у дослідженні, яке проводиться авторами, використовуються **математичні моделі** [2–4], що ґрунтуються на теорії відверненого збитку своїх військ, та дозволяють обчислити ймовірність ураження (знищення) об'єктів противника за умови, коли обстріл того чи іншого об'єкта (цілі) противника може здійснюватися всіма типами бойових засобів, які є у розпорядженні своїх військ (сил). Так, у [2] розкрито зміст **математичної**

**моделі визначення ймовірності знищення  $j$ -ми бойовими засобами своїх військ хоча б одного бойового засобу  $i$ -го типу противника без урахування можливих втрат початкового БП своїх військ і противника:**

$$P_{ji} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot N_{0j}^{\text{ВІМ}} \cdot n_{ji}}{N_{0i \text{ пр}}}} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji}}{\alpha_{ji}}}; \text{ у [3] –}$$

**математичної моделі визначення величини можливих втрат БП своїх військ за добами операції тривалістю  $T$  діб:**  $N_{0jT}^{\text{ВІМ}} = N_{0j} \cdot (1 - \beta_{\text{пр}j})^T$ , у якій ймовірність ураження (знищення) об'єктів противника розглядається з урахуванням втрат початкового БП своїх військ за добами операції тривалістю  $T$  діб; у [4] – **математичної моделі визначення величини можливих втрат БП військ противника за добами операції тривалістю  $T$  діб:**

$N_{0i \text{ пр} T} = N_{0i \text{ пр}} \cdot (1 - \beta_{\text{пр}i})^T$ , у якій ймовірність ураження (знищення) об'єктів противника розглядається з урахуванням втрат початкового БП військ противника за добами операції тривалістю  $T$  діб.

Тому, **метою цієї статті** є викладення змісту наступної (відповідно до алгоритму проведення дослідження) моделі, а саме: **математичної моделі**,

що дозволяє визначити ймовірність  $P_{ji} = \frac{\Delta N_{\text{пр}ji}}{N_{0i \text{ пр}}}$

знищення  $j$ -ми бойовими засобами у складі

$N_{0j}^{\text{ВІМ}} \geq N_{0j}$  од. своїх військ за  $n_{ji} = \frac{Q_j}{s} \cdot T$  здійсне-

них стрільб кожним таким засобом протягом операції тривалістю  $T$  діб хоча б одного бойового засобу  $i$ -го типу противника з наявних  $N_{0i \text{ пр}}$  од. з урахуванням можливих втрат початкового БП своїх військ та противника.

## Виклад основного матеріалу

Відомі значення:  $N_{0j}^{\text{ВІМ}}$  – потрібна початкова кількість бойових засобів  $j$ -го типу своїх військ, у порівнянні з наявною  $N_{0j} = \sum_{j=1}^r N_{0j}$  кількістю, яка

може стати недостатньою для знищення потрібної кількості  $\Delta N_{\text{пр}}$  сил та засобів противника, внаслідок чого задане значення  $\theta^{\text{ВІМ}}$  не буде досягнуто

протягом операції тривалістю  $T$  діб;  $\alpha_{ji} = \frac{N_{0i \text{ пр}}}{N_{0jp}^{\text{ВІМ}}}$  –

співвідношення початкових БП  $i$ -го типу військ противника та  $j$ -го типу своїх військ;

$n_{ji} = k_{ji} \cdot T = \frac{Q_j}{s} \cdot T$  – кількість проведених однотипних стрільб бойовими засобами  $j$ -го типу своїх військ по бойових засобах  $i$ -го типу противника, за умови, що кожним бойовим засобом  $j$ -го типу в операції протягом  $T$  діб буде витрачено за одну стрільбу  $s$  зенітних керованих ракет (боєприпасів) із усього запасу  $Q_j$  одного бойового засобу;

$R_{1ji} = 1 - (1 - K_{\text{зав}} \cdot P)^s$  – відома (з досвіду військ) ймовірність ураження за одну стрільбу одного бойового засобу  $i$ -го типу противника одним бойовим засобом  $j$ -го типу (хоча б однією зенітною керованою ракетою) своїх військ при витраті цим засобом  $s$  ракет (боєприпасів) за одну стрільбу;  $P$  – безпосередньо ймовірність ураження цілі одною ракетою (паспортне, формулярне значення), при цьому  $K_{\text{зав}} = 0,5-0,8$  – коефіцієнт, що враховує вплив за-

вад на стрільбу;  $\beta_{пj} = \frac{\Delta N_{пj}}{T \cdot N_{0j}} = \beta'_{0j} + \beta_{пj} - \beta'_0 \geq 0$  –

припустимі для досягнення значення  $\theta^{\text{ВІМ}}$  середньодобові за період  $T$  бойових дій відносні втрати бойових засобів  $j$ -го типу своїх військ з кількості  $N_{0j}^{\text{ВІМ}} \geq N_{0j}$  цих засобів (зразків озброєння) внаслідок вогневого впливу на них з боку противника;

$\beta_{\text{пр}i} = \frac{\Delta N_{\text{пр}i}}{N_{0i \text{ пр}} \cdot T}$  – потрібні середньодобові за період

$T$  бойових дій відносні втрати бойових засобів  $i$ -го типу противника внаслідок впливу на них з боку усіх з'єднань (частин, підрозділів) або бойових засобів протиборчих військ для досягнення ними значення  $\theta^{\text{ВІМ}}$ .

З [2] відомо, що до початку операції, тобто, при  $\beta_{пj} = 0$ ,  $\beta_{\text{пр}i} = 0$ ,  $T = 0$  імовірність знищення бойових засобів  $i$ -го типу противника з наявних

$N_{0i \text{ пр}}$  од. бойовими засобами  $j$ -го типу у складі

$N_{0j}^{\text{ВІМ}} \geq N_{0j}$  од. своїх військ за  $n_{ji} = \frac{Q_j}{s}$  здійснених

стрільб кожним таким бойовим засобом протягом операції тривалістю  $T$  діб *без урахування* можливих втрат БП своїх військ та противника буде обчислюватися:

$$P_{ji} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot N_{0jp}^{\text{ВІМ}} \cdot n_{ji}}{N_{0i \text{ пр}}}} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji}}{\alpha_{ji}}} \quad (1)$$

З [3] відомо, що БП  $j$ -го типу своїх військ з початковим складом  $N_{0j}^{\text{ВІМ}} \geq N_{0j}$  од. на кінець ( $\psi = T$ )-ї доби операції за незмінної величини  $\beta_{пj}$  за добами операції становитиме:

$$\begin{aligned} N_{0jT}^{\text{ВІМ}} &= N_{0j}^{\text{ВІМ}} - \Delta N_{пjT}^{\delta} = \\ &= N_{0j}^{\text{ВІМ}} - N_{0j}^{\text{ВІМ}} \cdot \beta_{пj} \cdot \sum_{\psi=1}^T (1 - \beta_{пj})^{\psi-1} = \\ &= N_{0j}^{\text{ВІМ}} \cdot (1 - \beta_{пj}) \cdot \sum_{\psi=1}^T (1 - \beta_{пj})^{\psi-1} = \\ &= N_{0j}^{\text{ВІМ}} \cdot (1 - \beta_{пj})^T, \end{aligned} \quad (2)$$

а з урахуванням того, що згідно біному Ньютона  $(1 - \beta_{пj})^T \approx 1 - \beta_{пj} \cdot T$ , кількість бойових засобів (БП)  $j$ -го типу своїх військ на кінець ( $\psi = T$ )-ї доби операції наближено складе:

$$N_{0jT}^{\text{ВІМ}} = N_{0j} \cdot (1 - \beta_{пj} \cdot T). \quad (3)$$

З [4] відомо, що БП  $i$ -го типу противника з початковим складом  $N_{0i \text{ пр}}$  бойових засобів на кінець ( $\psi = T$ )-ї доби операції за незмінної величини  $\beta_{пi}$  за добами операції складе:

$$\begin{aligned} N_{0i \text{ пр}T} &= N_{0i \text{ пр}T-1} - \Delta N_{\text{пр}i \psi=T} = \\ &= N_{0i \text{ пр}} \cdot (1 - \beta_{пi})^{T-1} - N_{0i \text{ пр}} \cdot \beta_{пi} \cdot (1 - \beta_{пi})^{T-1} = \\ &= N_{0i \text{ пр}} \cdot (1 - \beta_{пi})^T, \end{aligned} \quad (4)$$

Тоді, враховуючи (1), (3) та (4), в загальному випадку можна записати рівняння для визначення ймовірності  $P_{ji} = \frac{\Delta N_{\text{пр}ji}}{N_{0i \text{ пр}}}$  знищення  $\Delta N_{\text{пр}ji}$  бойових засобів військ противника  $i$ -го типу у складі

$N_{0i \text{ пр}}$  од. реальними бойовими засобами  $j$ -го типу у

складі  $N_{0jp}^{\text{ВІМ}} \geq N_{0j}$  од. своїх військ за  $n_{ji} = \frac{Q_j}{s} \cdot T$

здійснених стрільб кожним таким засобом протягом операції тривалістю  $T$  діб (кількість діб, що минула)

з урахуванням можливих втрат БП протидіючих сторін, а саме:

$$P_{ji} = f(N_{0j}^{ВІМ}, N_{0i\text{ пр}}) = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji} \cdot N_{0j\text{ пр}}^{ВІМ} \cdot (1 - \beta_{пj})^T}{N_{0i\text{ пр}} \cdot (1 - \beta_{прi})^T}} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji} \cdot (1 - \beta_{пj})^T}{\alpha_{ji} \cdot (1 - \beta_{прi})^T}} \quad (5)$$

Отже, можна вважати, що з  $\uparrow \alpha_{ji}$  впливає значення  $P_{ji} \downarrow$ , і навпаки, з  $\uparrow R_{1ji}$ ,  $n_{ji}$  – значення  $P_{ji} \uparrow$ . Отже, у (5) визначається ймовірність  $P_{ji}$  знищення засобами  $j$ -го виду (типу) у складі всіх  $N_{0j}^{ВІМ}$  од. своїх військ за  $n_{ji} = k_{ji} \cdot T = \frac{Q_j}{s} \cdot T$  проведених стрільб кожним таким засобом в операції протягом  $T$  діб хоча б одного бойового засобу  $i$ -го типу противника з усієї кількості  $N_{0i\text{ пр}}$  од.

Про справедливість (5) можна також стверджувати, враховуючи й те, що бойові засоби  $j$ -го виду (типу) своїх військ у кількості  $N_{0j}$  од. у загальному випадку можуть знаходитися у різних місцях. Враховуючи викладене, ймовірність  $P_{ji} = \frac{\Delta N_{пр\text{ }ji}}{N_{0i\text{ пр}}}$  знищення  $j$ -ми реальними бойовими засобами своїх військ у складі  $N_{0j\text{ пр}}^{ВІМ} \geq N_{0j}$  од. в операції тривалістю  $T$  діб хоча б одного бойового засобу  $i$ -го типу противника з наявних  $N_{0i\text{ пр}}$  од. дає змогу визначити ймовірність  $P_{прi}$  знищення усіма силами та засобами своїх військ бойових засобів  $i$ -го типу противника за операцію тривалістю  $T$  діб під час впливу на них сил і засобів усіх типів протиборчих військ, після чого може бути визначена без використання  $\beta_{прi}$  потрібна кількість  $\Delta N_{прi}$  знищених бойових засобів  $i$ -го типу військ противника за період  $T$  бойових дій з наявних  $N_{0i\text{ пр}}$  од. і з урахуванням впливу на них з боку бойових засобів усіх типів у складі  $N_{0j\text{ пр}}^{ВІМ} \geq N_{0j}$  од. протиборчих військ для досягнення ними значення  $\theta^{ВІМ}$ . Тобто,

$$\Delta N_{прi} = N_{0i\text{ пр}} \cdot \beta_{прi} \cdot T = N_{0i\text{ пр}} \cdot P_{прi} \leq N_{0i\text{ пр}}, \quad (6)$$

а також потрібна кількість знищених за період  $T$  бойових дій бойових засобів усіх типів з наявних  $N_{0\text{ пр}} = \sum_i N_{0i\text{ пр}}$  од. противника з урахуванням

впливу на них з боку бойових засобів усіх типів протиборчих військ у початковому складі  $N_0^{ВІМ} \geq N_0$  од. для досягнення потрібного значення  $\theta^{ВІМ}$ :

$$\Delta N_{пр} = N_{0\text{ пр}} \cdot \beta_{пр} \cdot T = \sum_i N_{прi} = \sum_i \beta_{прi} \cdot N_{0i\text{ пр}} \cdot T = \sum_i P_{прi} \cdot N_{0i\text{ пр}} = P_{пр} \cdot N_{0\text{ пр}} \leq N_{0\text{ пр}} \quad (7)$$

Підкреслимо, що розрахунок величини  $\Delta N_{пр}$  здійснюється за результатами попередніх розрахунків  $\Delta N_{прi}$ , проведених для кожного типу бойових засобів противника.

Алгоритм обчислення ймовірності  $P_{ji} = \frac{\Delta N_{пр\text{ }ji}}{N_{0i\text{ пр}}}$  знищення  $\Delta N_{пр\text{ }ji}$  бойових засобів  $i$ -го типу противника бойовими засобами  $j$ -го типу у складі  $N_{0j\text{ пр}}^{ВІМ} \geq N_{0j}$  од. своїх військ за  $n_{ji} = \frac{Q_j}{s} \cdot T$  здійснених стрільб кожним таким бойовим засобом протягом операції тривалістю  $T$  діб з урахуванням можливих втрат початкового БП своїх військ та противника показаний на рис. 1.

## Висновки

Запропонована математична модель (5):

$$P_{ji} = f(N_{0j}^{ВІМ}, N_{0i\text{ пр}}) = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji} \cdot N_{0j\text{ пр}}^{ВІМ} \cdot (1 - \beta_{пj})^T}{N_{0i\text{ пр}} \cdot (1 - \beta_{прi})^T}} = 1 - e^{-\frac{R_{1ji} \cdot n_{ji} \cdot (1 - \beta_{пj})^T}{\alpha_{ji} \cdot (1 - \beta_{прi})^T}}$$

є однією з ключових у загальному алгоритмі проведення обчислень. У подальшому ця модель дозволить обчислити значення такого показника, як ймовірність знищення силами та засобами всіх типів своїх військ одного бойового засобу  $i$ -го типу противника. У свою чергу це дозволить визначити потрібну величину  $\Delta N_{пр}$  – кількість знищених сил і засобів противника для досягнення заданого значення коефіцієнта боєздатності  $\theta^{ВІМ}$  своїх військ в операції тривалістю  $T$  діб.

Такий підхід дозволить досягти кінцевої мети дослідження – обґрунтувати раціональний (оптимальний) бойовий склад ЗС України через величину відверненого збитку своїх військ (сил) в операції.

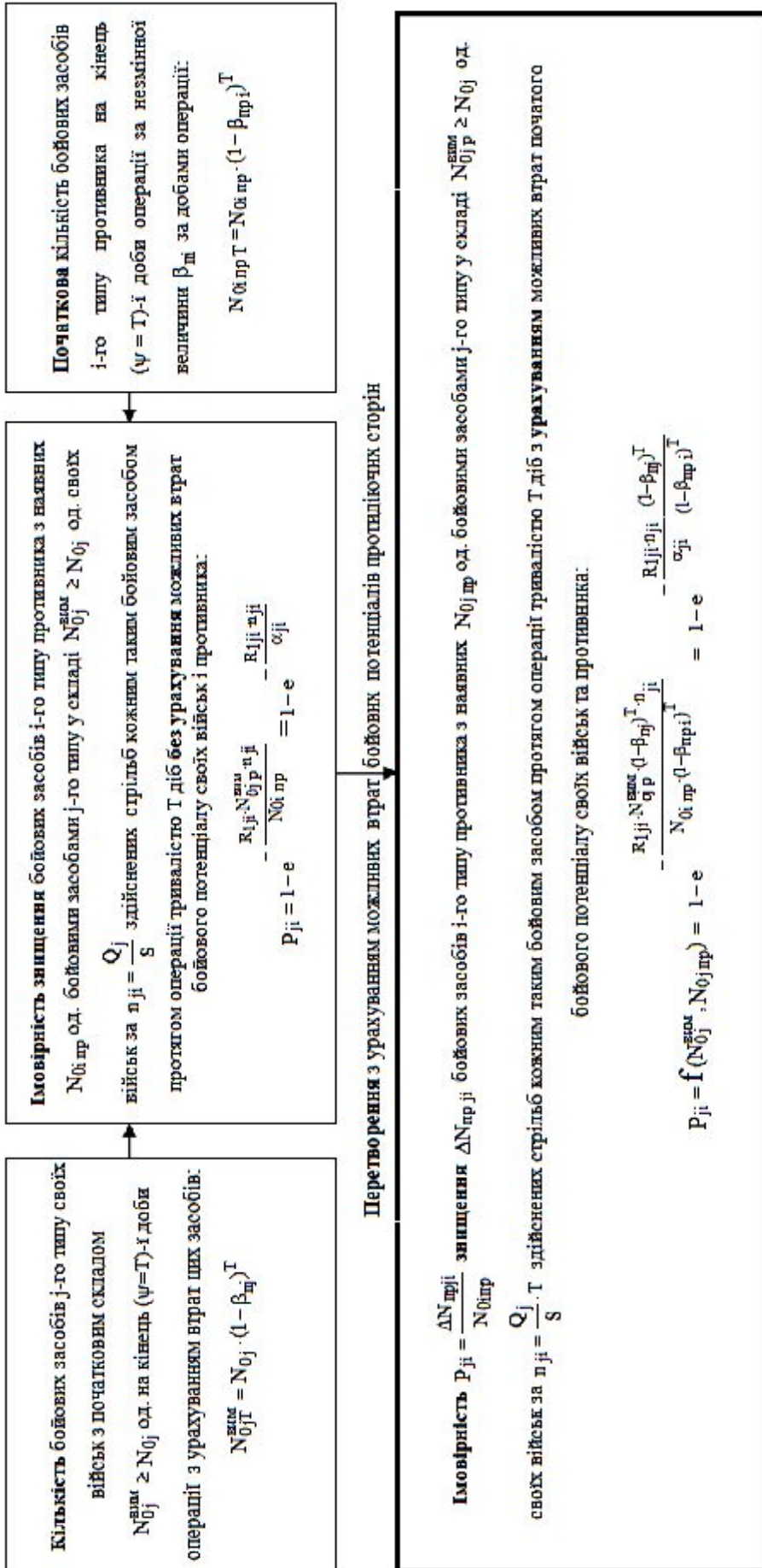


Рис. 1. Алгоритм обчислення ймовірності  $P_{ji} = \frac{\Delta N_{пр ji}}{N_{0i пр}}$  знищення  $\Delta N_{пр ji}$  бойових засобів i-го типу противника бойовими засобами j-го типу у складі  $N_{0j пр} \geq N_{0j}$  од. своїх військ за  $N_{0j пр}^{нач} \geq N_{0j}$  здійснених стрільб кожним таким бойовим засобом протягом операції тривалістю  $T$  днів з урахуванням можливих втрат початкового бойового потенціалу своїх військ та противника

## Список літератури

1. Романченко І.С. Методологічні аспекти обґрунтування бойового складу військ в операціях з позиції запобіжного збитку цих військ [Текст] / І.С. Романченко, В.О. Шуєнкін, В.М. Можаровський // Зб. наук. пр. "Труди університету" НУО України імені Івана Черняхівського. – К., 2016. – № 2(68). – С. 279-297.

2. Романченко І.С. Математична модель визначення ймовірності знищення бойовими засобами своїх військ хоча б одного бойового засобу противника без урахування можливих втрат початкового бойового потенціалу своїх військ і противника [Текст] / І.С. Романченко, В.М. Можаровський // Зб. наук. пр. "Труди університету" НУО України ім. Івана Черняхівського. – К., 2016. – № 6(139). – С. 265-283.

3. Можаровський В.М. Математична модель визначення величини можливих втрат бойового потенціалу своїх військ за добами операції тривалістю  $T$  діб [Текст] / В.М. Можаровський, С.В. Годзь // Зб. наук. пр. ХНУПС ім. Івана Кожедуба. – К., 2016. – Вип. 4(49). – С. 23-27.

4. Можаровський В.М. Математична модель визначення величини можливих втрат бойового потенціалу військ противника за добами операції тривалістю  $T$  діб / В.М. Можаровський // Зб. наук. пр. "Труди університету" НУО України ім. Івана Черняхівського. – К., 2016. – № 6(139). – С. 285-297.

5. Методика оперативно-тактичних (тактичних) расчетов при планировании огневого поражения противника РВ и А в операции (бою) [Текст]: учеб. пос. – Кн. IV. – М.: МО СССР, упр. РВ и А СВ, 1991. – 170 с.

6. Теоретические основы управления ударами и огнем ракетных войск и артиллерии [Текст]: учеб. для слуш. Михайловской воен. арт. академии; под ред. А.Ф. Барковского. – Л.: МВАА, 2005. – 459 с.

7. Оганесов А.А. Оценка эффективности стрельбы артиллерии [Текст]: учеб. пос. / А.А. Оганесов. – Л.: ВАА, 1989. – 100 с.

8. Буравлев А.И. Влияние заданных значений ущерба и собственных потерь на решение боевых задач [Текст]: учеб. пос. / А.И. Буравлев, И.П. Русанов // Воен. мысль. – 2011. – №1. – С. 26-30.

9. Методика розрахунку втрат з'єднань, частин ЗС України [Текст]. – К.: ГШ ЗС України, 2003. – 58 с.

Надійшла до редколегії 10.01.2016

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.О. Шуєнкін, Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України, Київ.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ  
БОЕВЫМИ СРЕДСТВАМИ СВОИХ ВОЙСК ХОТЯ БЫ ОДНОГО  
БОЕВОГО СРЕДСТВА ПРОТИВНИКА С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНЫХ ПОТЕРЬ  
НАЧАЛЬНОГО БОЕВОГО ПОТЕНЦИАЛА СВОИХ ВОЙСК И ПРОТИВНИКА**

В.Н. Можаровский, С.В. Годзь

В статье раскрыто содержание одной из математических моделей, используемых для обоснования боевого состава Вооруженных Сил Украины через величину предотвращенного ущерба своих войск в операции.

**Ключевые слова:** математическая модель, вероятность поражения, боевые средства боевой потенциал, потери, предотвращенный ущерб.

**MATH MODEL OF DEFINITION OF DEFEAT'S PROBABILITY  
WITH OUR ARMAMENTS AT LEAST ONE OF ENEMY'S COMBAT MEANS,  
WITH THE ACCOUNT OF POSSIBLE OUR  
AND ENEMY'S INITIAL COMBAT POTENTIAL'S CASUALTIES**

Volodymyr M. Mozharovski, Sehii V. Hodz'

In this article is explained content of one of math models, which are using for a substantiation of the combat structure of the Armed Forces of Ukraine. In presented model is used the value of our prevented damage during the operation.

**Keywords:** math model, defeat's probability, combat means, combat potential, casualties, prevented damage.