УДК 681.518.004.312 DOI: 10.30748/soi.2017.148.02

А.А. Борисенко[1], В.Б. Чередниченко[2], С.М. Мальченков[1], В.В. Безгинский[1]

[1] *Сумский государственный университет, Сумы*
[2] *Сумский филиал Харьковского национального университета внутренних дел, Сумы*

ФИБОНАЧЧИ–ВОСЬМЕРИЧНЫЕ КОДЫ В СОИ

В статье рассмотрены помехоустойчивые фибоначчи-восьмеричные системы счисления (коды), обладающие модульной структурой и решена задача их преобразования в двоичную систему счисления и обратно. Предложенное решение отличается простотой, технологичностью, высоким быстродействием и надежностью. Оно может быть применено для построения помехоустойчивых систем обработки и передачи информации.

Ключевые слова: *информация, помехоустойчивость, преобразование, фибоначчи-восьмеричные коды, двоично-восьмеричные числа, числа Фибоначчи.*

Введение

Среди задач, решаемых в системах обработки информации (СОИ), часто встречаются задачи надежного хранения и передачи информации, среди которых важное место занимают задачи помехоустойчивого кодирования. Они используют для своего решения различные помехоустойчивые коды от простейших, типа проверки кодовых слов на чет или нечет, до сложных циклических кодов с исправлением многократных ошибок.

В основе любых помехоустойчивых кодов лежит использование избыточной информации, содержащейся в кодируемых словах, которая, как правило, вводится в них искусственно. Однако существует и другой вид избыточного кодирования, при котором кодовые слова используют уже имеющуюся в них естественную избыточность [1]. Ее наличие требует меньшее количество аппаратурных затрат для реализации кодирующих устройств, так как они частично уже были реализованы в устройствах, формирующих кодовые слова для других основных задач. Алгоритмы и устройства декодирования также при этом реализуются проще.

Например, такие комбинаторные объекты как перестановки, используемые в ряде случаев для решения задач комбинаторной оптимизации, содержат естественную избыточность, которую эффективно можно использовать для обнаружения и исправления ошибок, как при передаче, так и при обработке информации [1–3]. Такое естественное сочетание функциональных возможностей обрабатываемых кодов с помехоустойчивостью наделяет их повышенной эффективностью, так как не требует дополнительного искусственного кодирования. При этом снижаются требуемые аппаратурные затраты и повышается скорость передачи и обработки информации.

Важно также и то, что эффект защиты от ошибок при использовании естественной избыточности может значительно усиливаться введением искусственной избыточности. Тогда удается достичь повышенных показателей защиты обрабатываемой и передаваемой информации от ошибок при относительно небольшом усложнении кодирующей аппаратуры. Как правило, таким хорошо усиливающим помехоустойчивость эффектом обладают коды на чет или нечет.

Достоинством кодов с естественной избыточностью является также и то, что они могут осуществлять сквозной контроль, состоящий в защите данных, как при их преобразовании непосредственно устройствами СОИ, так и при их дальнейшей передаче по каналам связи, что повышает эффективность СОИ [4]. Помехоустойчивое кодирование только с искусственной избыточностью не предназначено для сквозного контроля, и поэтому оно решает задачу контроля ошибок или в каналах связи, или в системах обработки информации.

Постановка задачи работы

Естественную избыточность можно обнаружить практически в любых кодах обрабатываемых СОИ. Однако не у всех из них ее легко использовать для помехоустойчивого кодирования, что собственно и ограничивает применение естественной избыточности на практике. Однако существуют коды, в которых естественная избыточность выявляется просто, и поэтому она доступна для практического использования. Такими кодами с естественной избыточностью являются числа помехоустойчивых систем счисления, к которым относятся факториальные, биномиальные и фибоначчиевые [1–4].

Факториальные коды ценны тем, что они позволяют на своей основе строить перестановки, которые, обладая естественной избыточностью, могут самостоятельно использоваться для помехоустойчивого кодирования. Однако сами эти коды, как и перестановки, являются по своей природе многозначными кодами, а уровень их помехоустойчивости недостаточно высок, для эффективного помехоустойчивого кодирования даже с дополнительным искусственным кодированием.

Биномиальные коды могут быть двоичными, по виду неотличимыми от обычных двоичных кодов, однако имеют запрещенные кодовые комбинации, которые придают им неплохую помехоустойчивость, позволяя обнаруживать разнонаправленные двоичные ошибки типа 0 в 1 и 1 в 0. Важно также и то, что их кодовые слова являются числами, а значит, могут использоваться не только при передаче информации, а для ее обработки, и соответственно осуществлять сквозной контроль обработки и передачи информации. Однако по своей структуре – это достаточно сложные коды, и их помехоустойчивость желательно использовать при решении функциональных задач, например, при генерировании сочетаний, композиций и так далее.

Фибоначчиевые коды по своей природе близки к обычным двоичным кодам и поэтому наиболее просты по своей структуре из кодов, получаемых с помощью помехоустойчивых систем счисления. Но в то же время они способны обнаруживать ошибки, как при передаче, так и при обработке информации, а значит, способны осуществлять сквозной контроль в СОИ. Однако эти ошибки односторонние, типа 0 в 1. Поэтому фибоначчиевые коды наиболее эффективны в асимметричных каналах обработки и передачи информации, что на практике встречается довольно часто. Учитывая, что симметричных каналов в СОИ практически нет, то можно считать, что этот недостаток не принципиальный и компенсируется простотой алгоритмов обнаружения и исправления ошибок. Кроме того, при необходимости данную асимметричность легко можно скомпенсировать введением простейших помехоустойчивых кодов с искусственной избыточностью, получив при этом кумулятивный эффект усиления помехоустойчивости.

Однако у всех перечисленных выше помехоустойчивых кодов с естественной избыточностью, в том числе и фибоначчиевых, существует общий недостаток: они требуют для связи с двоичной техникой осуществлять преобразование из фибоначчиевых кодов в двоичные коды и обратно из двоичных в фибоначчиевые коды. Оно решается стандартными методами преобразования кодов, которые в общем виде достаточно сложны для эффективной реализации. Возникает задача упростить такое преобразование, стандартизируя ее для любой разрядности преобразуемых сообщений. Ее решение и предлагается в данной работе.

Состояние вопроса

Теория кодов Фибоначчи начала развиваться, начиная с 60 годов прошлого века, особенно после появления работы Н. Воробьева *«Числа Фибоначчи»* [5]. Уже там, хотя и кратко, была представлена фибоначчиевая система счисления и доказаны некоторые относящиеся к ней важные теоремы, в частности, доказана возможность представления чисел в фибоначчиевой форме. С 1963 года американские ученые создали математическое сообщество – *Фибоначчи Ассоциацию* и издают специальный математический журнал *"The Fibonacci Quarterly"*, который занимается исследованием чисел Фибоначчи и их математическими приложениями, в том числе и фибоначчиевой системой счисления. С 1984 года проводится Международная конференция «Числа Фибоначчи и их приложения». Американский математик Вернер Хоггатт в 1969 г. опубликовал книгу *«Fibonacci and Lucas Numbers»* [6]. В 1989 г. английский математик Стефан Вайда опубликовал книгу *«Fibonacci & Lucas Numbers, and the Golden Section. Theory and Applications»* [7]. В 1977 году советский ученый Алексей Стахов опубликовал книгу «Введение в алгоритмическую теорию измерения», где обосновал применение кодов Фибоначчи в измерительной технике [8]. Там же была выдвинута идея построения компьютеров Фибоначчи, которая хотя и не была реализована, но дала новые идеи в области построения устройств вычислительной техники и помехоустойчивого кодирования информации. В настоящее время появляются новые публикации в области чисел и кодов Фибоначчи. Однако новых идей, которые бы более эффективно решали задачу преобразования фибоначчиевых чисел в двоичные числа и обратно, пока что не найдено.

Теоретический аспект

Коды Фибоначчи порождаются фибоначчиевой системой счисления и состоят из фибоначчиевых чисел, веса которых представляют последовательность чисел Фибоначчи 1 1 2 3 5 8 … F_n. Каждое из них характеризуются равенством: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.. означающее, что каждый последующий член ряда Фибоначчи равен сумме двух его предыдущих членов [2].

Количественное значение фибоначчиевых чисел задается нумерационной (числовой) функции, весами которой являются числа Фибоначчи [2]:

$$N = a_n F_n + a_{n-1} F_{n-1} + \ldots + a_i F_i + \ldots + a_1 F_1, \quad (1)$$

где $a_i \in \{0, 1\}$ – двоичная цифра i-го разряда; F_i – вес i-го разряда, равный i-му числу Фибоначчи. В сокращенном виде выражение (1) записывается как $a_n a_{n-1} \ldots a_i \ldots a_1$. Обратим внимание, что представленная нумерационная функция не имеет нулевого разряда. Это связано с тем, что цифра в этом разряде всегда рана нулю, хотя весовой коэффициент равен единице. Поэтому данный разряд не влияет на конечный результат суммирования и не пишется.

Данное представление фибоначчиевых чисел является их минимальной или нормальной формой. Есть и другие представления фибоначчиевых чисел. В данной работе рассматривается только минимальная форма представления. Например, числа 25, 54 и 33 в форме фибоначчиевых чисел в минимальной форме представляются так, как это показано в табл. 1:

Таблица 1

Примеры фибоначииевых чисел

Номер разряда n	8	7	6	5	4	3	2	1
Вес разряда F_i	34	21	13	8	5	3	2	1
N = 25	0	1	0	0	0	1	0	1
N = 54	1	0	1	0	1	0	1	0
N = 33	0	1	0	1	0	1	0	1

Диапазон фибоначчиевых чисел $P = F_n + F_{n-1}$ [4; 5]. Для двух разрядов диапазон фибоначчиевых чисел равен 1 + 1 = 2, для 3 – 2 + 3 = 5, для 4 – 3 + 5 = 8. Соответственно количество двоичных разрядов фибоначчиевых чисел может иметь разную длину от 1 разряда для двух фибоначчиевых чисел – 0 и 1 и до n.

Особенностью фибоначчивых чисел, отличающей их от обычных двоичных чисел, является их помехоустойчивость. Она проявляется в том, что в фибоначчиевых числах запрещено иметь две рядом стоящие 1. Это приводит к тому, что нарушение данного условия является признаком ошибки, которую легко обнаружить по наличию рядом стоящих двух и больше единиц. Поэтому и возникла задача преобразования обычных двоичных чисел в фибоначчиевые, чтобы выполнять в них определенные задачи помехоустойчивой обработки и передачи информации, и затем задача обратного преобразования фибоначчиевых чисел в обычный двоичный код. К задачам обработки информации в первую очередь следует отнести арифметические операции, и среди них операцию счета. Также не исключаются логические операции, например, сравнения и другие. Фибоначчиевые числа довольно эффективно позволяют все это выполнять [8; 9].

Решение задачи

Преобразования двоичного числа в фибоначчиевую форму возможно вычислением числовой функции (1). Однако при больших значениях n это вычисление становится затруднительным, так как количество операций суммирования чисел Фибоначчи в двоичном коде линейно увеличивается от величины n, что сказывается на быстродействии преобразования, уменьшая его. Также при решении обратной задачи по преобразованию фибоначчиевых чисел в двоичную форму скорость преобразования с ростом их длины n снижается. В данном случае требуется еще дополнительно предварительное преобразование двоичных весовых степенных коэффициентов разрядов, стоящих при единицах, в фибоначчиевые числа, и только после этого следует проводить их сложение по правилам фибоначчиевой системы счисления. Есть и другие способы преобразования одних систем счисления в другие, но все они, как и описываемый, или требуют значительного количества памяти для своей реализации, или повышают время преобразования.

С целью нахождения компромисса между величиной времени преобразования и требуемой емкостью памяти в данной работе предлагается метод преобразования двоичных чисел любой длины в фибоначчиевые числа и обратно, использующий в своей основе разбивку преобразуемых чисел на сегменты. Такая разбивка способствует получению стандартных блоков преобразования и его стандартизации и универсальности. В свою очередь это способствует повышению эксплуатационных характеристик непосредственно преобразователей и их надежности.

В соответствии с предлагаемым методом при преобразовании двоичных чисел в фибоначчиевые сначала они разбиваются на сегменты, состоящие из 3 разрядов – триады, начиная с нулевого разряда. Каждая триада, как известно, в двоичном коде представляет одну из восьмеричных цифр. Тем самым исходное двоичное число искусственно преобразовывается в двоично-восьмеричное число, состоящее из двоичных триад, с таким же количественным эквивалентом, как и исходное двоичное число.

Затем каждой триаде ставится в соответствие фибоначчиевый сегмент длиной 4 бита, как это показано в табл. 2.

Таблица 2

Фибоначчиевые числа для ряда 1 2 3 5

Номер разряда	Восьмер. цифра	4	3	2	1
		5	3	2	1
0	000	0	0	0	0
1	001	0	0	0	1
2	010	0	0	1	0
3	011	0	1	0	0
4	100	0	1	0	1
5	101	1	0	0	0
6	110	1	0	0	1
7	111	1	0	1	0

Получается он по специальному алгоритму, устанавливающему это соответствие. В результате после преобразования будет получена последовательность фибоначчиевых сегментов, содержащая их столько, сколько было триад в двоичной последовательности. Это будет уже фибоначчи-восьмеричное число, в котором каждый фибоначчиевый сегмент соответствует триаде, представляющую одну из 8 цифр. В результате будет получено однозначное соответствие между исходным двоично-восьмеричным числом и фибоначчи-восьмеричным.

В дальнейшем после помехоустойчивой обработки и передачи фибоначчи-восьмеричной информации в СОИ решается задача обратного перехода от фибоначчи-восьмеричных чисел к двоично-восьмеричным числам и затем к двоичным. Она состоит в том, что каждому фибоначчиевому сегменту из 4 разрядов по специальному алгоритму ставится в соответствие двоично-восьмеричная цифра, представленная в виде двоичной триады, так как это показано в табл. 2. В результате будет получена последовательность двоично-восьмеричных цифр (триад), которая затем представляется как обычное двоичное число.

Особенностью рассматриваемого преобразования чисел является то, что как в прямом, так и в обратном случае преобразования в качестве промежуточной используется двоично-восьмеричная система счисления. В первом случае как исходная система, во втором как результирующая. Как известно, она дает возможность легко переходить к ней от двоичной системы и обратно. Это заложено в самой структуре обычных двоичных чисел, веса которых идут как степени двойки. Например, рассмотрим перевод двоичного числа 011100000010 в фибоначчиевое число. Оно осуществляется следующим образом. Сначала двоичное число разбивается на триады: $011\ 100\ 000\ 010$. Они представляют цифры восьмеричного числа 3402. Затем триадам двоичного числа, представляющим восьмеричные цифры, ставится в соответствие фибоначчиевые цифры из 4 разрядов. Они выписываются в виде последовательности фибоначчиевых сегментов, взятых из табл. 2: 0100 0101 0000 0010, с помощью которых затем после преобразования происходит помехоустойчивая передача и обработка информации в СОИ. Полученные результаты затем, при необходимости, могут преобразовываться из фибоначчиевого числа в его обычное двоичное представление.

В этом случае с помощью табл. 2 реализуются соответствия между фибоначчи-восьмеричными сегментами и двоично-восьмеричными цифрами. Затем они выписываются в виде соответствующей последовательности триад и преобразуются в двоичную последовательность, которая и представляет результат преобразования.

Указанное соответствие между двоично-восьмеричными числами и обычными двоичными числами следует из общего хорошо известного правила, по которому числа любой позиционной системы счисления со степенными весами 4, 8 и так далее переводятся в двоичную систему предварительным группированием их двоичных цифр по 2, 3 и так далее разрядов [2]. Так, например, двоичное число 011100000010 преобразуется в двоично-восьмеричное число простым группированием двоичных цифр в двоичные триады: $011\ 100\ 000\ 010$ и затем их преобразованием в восьмеричные цифры. Также имеет место и обратное преобразование, когда восьмеричное число может быть представимо двоично-восьмеричным числом:

$$3402 = 011\ 100\ 000\ 010.$$

При этом оно будет равно десятичному числу

$$3402 = 3\times 8^3 + 4\times 8^2 + 0\times 8^1 + 2\times 8^0 = 1794.$$

Следовательно, и двоичное число, полученное из двоично-восьмеричного числа $011\ 100\ 000\ 010$, также должно быть равным этому десятичному числу:

$$11100000010 =$$
$$= 1\times 2^{10} + 1\times 2^9 + 1\times 2^8 + 1\times 2^1 =$$
$$= 1024 + 512 + 256 + 2 = 1794.$$

Таким образом, подводя итог вышесказанному, предложенный метод преобразования двоичных чисел в фибоначчиевые и обратно состоит в следующем. При переводе двоичного числа в двоично-восьмеричное число оно разбивается на триады, начиная с нулевого разряда и до старшего разряда. Если общее число разрядов не кратно 3, то слева от старшего разряда проставляются нули так, чтобы общее число разрядов в двоичном числе стало кратным 3. Затем каждый двоичный сегмент – триада преобразуется в соответствующий ему сегмент фибоначчиевого числа. Далее из таких сегментов собирается результирующее фибоначчиевое число, и на этом процедура преобразования двоичного числа в сегментное фибоначчи-восьмеричное число заканчивается.

Обратно, подобным образом к выше описанному каждому фибоначчи-восьмеричному сегменту ставится соответствующее двоично-восьмеричная цифра и формируется в конечном итоге двоичное число, равное по количественному значению исходному сегментному фибоначчи-восьмеричному числу.

Установка соответствия между восьмерично-фибоначчиевыми и двоично-восьмеричными числами и обратно для каждого сегмента и триады проходит по одинаковой процедуре, что упрощает процедуру преобразования фибоначчиевых чисел любой длины в двоичные числа и обратно, стандартизируя ее. Это приводит к однородности алгоритмов преобразования и реализующей ее аппаратуры. При этом повышается ее надежность, и уменьшаются эксплуатационные издержки. Помехоустойчивость сегментных фибоначчиевых кодов также увеличивается, так как в случае одиночной ошибки можно переспросить информацию только этого сегмента или включить взамен его дублирующий сегмент.

Недостаток метода, увеличение суммарной разрядности фибоначчи-восьмеричных сегментных чисел по сравнению с обычными фибоначчиевыми числами с ростом длины преобразуемых кодов, можно скомпенсировать ростом быстродействия их преобразования, так как преобразования отдельных сегментов в двоичные комбинации можно производить параллельно.

Заключение

Подводя итоги по данной работе, можно отметить, что в ней предлагается принципиально новый подход к построению вычислительной техники, сочетающий достоинства как фибоначчиевой системы счисления, так и двоично-восьмеричной. Его главное достоинство – это сегментная (модульная) обработка информации, что позволяет с отдельных универсальных блоков собирать любые вычислительные устройства с помехоустойчивой обработкой и передачей информации. Такой подход устраняет принципиальный недостаток двоичных систем счисления – отсутствие помехоустойчивости. Его преодолевают помехоустойчивые системы счисления и в частности фибоначчиевая. Однако и у нее оказались существенные недостатки, которые не дали возможности, несмотря на глубокие разработки в этой области и множество изобретений и патентов, получить на практике работоспособные вычислительные фибоначчиевые системы.

Использование же фибоначчи-восьмеричной системы счисления совместно с двоично-восьмеричной снимает многие вопросы построения помехоустойчивой и быстродействующей компьютерной техники, в том числе, если говорить о перспективе, и универсальных компьютеров. Эта техника, хотя и является в своей основе фибоначчиевой, однако легко стыкуется с двоичными системами, тем самым позволяя строить гибридные двоично-фибоначчиевые комплексы со сквозным контролем обработки и передачи информации. До сих пор такую технику не удавалось разработать из-за сложностей ее построения. Однако и здесь, прежде чем говорить о реальных системах, нужно пройти длительный путь теоретических исследований и практических испытаний. Начинать надо с простых приборов, использующих в своем составе счетчики с автоматической передачей информации. Они широко используются в измерительной и управляющей технике.

Список литературы

1. Borisenko Alexei. A New Approach to the Classification of Positional Numeral Systems [Text] / Alexei A. Borisenko, Vyacheslav V. Kalashnikov, Tatiana A. Protasova, Nataliya I. Kalashnikova. – In: Rui Neves Silva et al. (Eds.), IOS Press (The Netherlands), Series Frontiers of Artificial Intelligence and Applications (FAIA). − 2014. − Vol. 262. − P. 441-450.

2. Goryachev A.E. Metod generacii perestanovok na osnove faktorialnyx chisel s ispolzovaniem dopolnyayushhego massiva [Tekst] / A. E. Goryachev, S. A. Degtyar // Visnik Sumskogo derzhavnogo universitetu. Seriya Texnichni nauki. – 2012. – №4. – S. 86-93.

3. Борисенко А.А. Помехоустойчивый счетчик Фибоначчи / А.А. Борисенко, С.М. Маценко, С.И. Полковников // Вісник національного технічного університету «ХПІ». – 2013. – № 18.– С. 77-81.

4. Стахов А.П. Коды Фибоначчи и золотой пропорции как альтернатива двоичной системы счисления. Часть 1. [Текст] / А.П. Стахов // Germany: Academic Publishing, 2012. – 305 с.

5. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи [Текст] / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1969. – 144 с.

6. Vajda S. Fibonacci & Lucas Numbers, and the Golden Section [Text] / S. Vajda. – Ellis Horwood limited, 1989. – 192 p.

7. Hoggat V.E. Jr. Fibonacci and Lucas Numbers. – Boston, MA: Houghton Mifflin, 1969.

8. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерений [Текст] / А.П. Стахов. – М.: Сов. радио, 1977. – 288 с.

9. Стахов А.П. Коды золотой пропорции / А.П. Стахов. – М.: Советское радио, 1984.

Поступила в редколлегию 21.02.2017

Рецензент: д-р физ.-мат. наук проф. А.С. Опанасюк, Сумский государственный университет, Сумы.

ФІБОНАЧЧІ–ВОСЬМИРІЧНІ КОДИ У СОІ

О.А. Борисенко, В. Б. Чередниченко, С.М. Мальченков, В.В. Безгінський

У статті розглянуті завадостійкі Фібоначчі-восьмеричні системи числення (коди), що володіють модульною структурою і вирішена задача їх перетворення в двійкову систему числення і назад. Наведено переваги і недоліки побудови даної системи, використовуючи надлишкові коди, зокрема, коди Фібоначчі. Запропоноване рішення відрізняється своєю простотою, високою швидкодією і надійністю. Воно може бути застосоване для побудови завадостійких комплексів обробки і передачі інформації.

Ключові слова: *інформація, завадостійкість, перетворення, Фібоначчі-восьмеричні коди, двійково-восьмеричні числа, числа Фібоначчі.*

FIBONACCI–OCTAL CODES IN INFORMATION PROCESSING SYSTEM

O.A. Borisenko, V. B. Cherednichenko, S.M. Malchenkov, V.V. Bezginskii

The article deals with noiseproof Fibonacci-octal number system (codes), which have a modular structure and solve the problem of converting them into binary system and vice versa. An pros and cons building the system using redundant codes, such as Fibonacci codes. The proposed solution is characterized by simplicity, high speed and reliability. It can be used to create the error-correcting complex information processing and transmission.

Keywords: *information, noiseproof, transform, Fibonacci-octal code, binary-octal numbers, Fibonacci numbers.*