УДК 519.95 DOI: 10.30748/soi.2017.149.05

А.И. Лысенко, М.О. Шенгелия

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ НЕЗАВИСИМЫХ АВТОРТРАНСПОРТНЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ ВНУТРЕГОРОДСКИХ ПАССАЖИРОПЕРЕВОЗОК

Исследуются вопросы взаимодействия независимых центров логистической деятельности, объединенных общей целью функционирования в систему с обратно-пирамидальной структурой организации.

Исходя из принципа осуществимости цели в реальных условиях рыночной экономики, задача моделируется бескоалиционной игрой равноправных лиц с постоянной суммой и запрещенными ситуациями. Решение игры по критерию Нэша сводится к последовательному рассмотрению систем нелинейных алгебраических уравнений с рациональными показателями и выбору среди возможно-реализуемых ситуаций равновесия одной, обеспечивающей наиболее эффективное выполнение общесистемной задачи.

Ключевые слова: *автотранспортное подразделение, логистическая деятельность, пассажироперевозки, обратно-пирамидальная структура, принцип осуществимости цели, бескоалиционная игра, ситуация равновесия Нэша.*

Введение

Совокупность автотранспортных подразделений (АТП), выполняющих внутригородские перевозки пассажиров, можно рассматривать как распределенную систему центров логистической деятельности, которые, располагая различными автопарками, обеспечивают решение общесистемной задачи – выполнения требуемого объема городских пассажироперевозок. Каждому АТП (центру логистической деятельности) предоставляется полная самостоятельность в выборе объемов своих основных и оборотных фондов, исходя из собственных интересов (увеличение объема выполняемого пассажирооборота). При этом отдельный логистический центр, с одной стороны, объективно способствует достижению общей цели системы, а с другой – оказывается в конфликте, стремясь увеличить собственные финансовые ресурсы, необходимые для расширения сферы своей деятельности.

Таким образом, автотранспортные подразделения превращаются в центры ответственности, которые принимают на себя все риски связанные с наличием множества трудно учитываемых и трудно прогнозируемых факторов логистической деятельности, а рыночный механизм, четко реагирующий на изменение себестоимости выполняемых пассажирских перевозок, трактуется как виртуальный центр, обеспечивающий рациональное распределение денежных средств.

Если рассматривать распределения капитальных вложений и оборотных средств как ситуации, сложившиеся в результате выборов из возможных вариантов финансового обеспечения автотранспортных подразделений то ситуации равновесия, они будут соответствовать дележам денежных средств, в одностороннем отступлении от которых не заинтересован ни один из центров логистической деятельности. Следовательно, на практике будут реализовываться только такие распределения финансовых средств, которые, согласно принципу осуществимости цели, отражают идею устойчивости и как следствие соответствуют ситуациям равновесия Нэша (Nash).

Целью данной статьи является разработка модели, формализующей принцип осуществимости цели в виде равновесной ситуации Нэша, которая на множестве возможно-реализуемых дележей финансовых ресурсов центров логистической деятельности обеспечивает эффективное выполнение общего объема требуемых пассажироперевозок.

Основная часть

Рассматривается распределенная система с обратно-пирамидальной структурой управления [1], в которой центры логистической деятельности наделены функцией принятия решений, а обеспечивающий центр выполняет функцию их финансирования.

Функционирование отдельного центра логистической деятельности (АТП) формализуется следующей факторной моделью [2]:

$$Q_i = \sigma_i \left(R_i + r_i\right)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}$$

при

$$\alpha_i + \beta_i < 1, \quad 0 < \alpha_i, \beta_i < 1, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\},$$

где Q_i – пассажирооборот i-го АТП; R_i – основные производственные фонды i-го АТП; r_i – капитальные вложения в основные производственные фонды i-го АТП; y_i – оборотные средства i-го АТП; σ_i, α_i, β_i – параметры модели, определяемые на основе статистических данных.

Исследуется операция, в которой каждый участник (i-е АТП), выбирая тем или иным способом величину собственных капиталовложений r_i и оборотных средств y_i, стремится снизить себестоимость выполняемых пассажироперевозок путем максимизации эффективности своей деятельности.

$$f_i(r_i, y_i) = \frac{\sigma_i (R_i + r_i)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}}{(r_i + y_i)}, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\}$$

при соблюдении условия

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i (R_i + r_i)^{\alpha_i} y_i^{\beta_i} = Q_0,$$

где Q_0 – общий объем выполняемого пассажирооборота.

С учетом следующих преобразований

$$x_i = \sigma_i^{1/\alpha_i}(R_i + r_i), \quad q_i = \sigma_i^{-1/\alpha_i}, \quad V_i = \sigma_i^{1/\alpha_i} R_i. \quad (1)$$

Взаимодействие центров логистической деятельности моделируется бескоалиционной игрой равноправных лиц с запрещенными ситуациями [3], решение которой $\bar{x}^* \geq \bar{V}$, $\bar{y}^* > 0$ должно удовлетворять следующим требованиям

$$\max_{(x_i, y_i)} F_i(x_i, y_i) = F_i(x_i^*, y_i^*), \quad i = \overline{1,n};$$

$$\sum_{i=1}^{n} g_i(x_i, y_i) = Q_0; \quad (2)$$

$$x_i \geq V_i, \quad y_i > 0, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\},$$

где

$$F_i(x_i, y_i) = \frac{x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}}{q_i x_i + y_i - R_i}, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\};$$

$$g_i(x_i, y_i) = x_i^{\alpha_i} y_i^{\beta_i}, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\}; \quad (3)$$

$$\bar{x} = x_1, ..., x_n, \quad \bar{y} = y_1, ..., y_n, \quad \bar{V} = V_1, ..., V_n.$$

Функция выигрыша $F_i(x_i, y_i)$ игрока $i \in \{\overline{1,n}\}$ определена на множестве

$$D_i = \{(x_i, y_i) \in E^2 \mid x_i \geq V_i, y_i > 0\}, \quad (4)$$

представляет собой действительную, непрерывную, непрерывно дифференцируемую (по крайней мере, дважды) скалярную функцию векторного аргумента $(x_i, y_i) = \bar{Z}_i$, для которой из условия

$$(\bar{Z}_{i2} - \bar{Z}_{i1}) \nabla F_i(\bar{Z}_{i1}) \leq 0, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\};$$

следует $F_i(\bar{Z}_{i1}) > F_i(\bar{Z}_{i2})$ для любых $\bar{Z}_{i1} \neq \bar{Z}_{i2}$, принадлежащих множеству (4).

Другими словами целевая функция (3) строго псевдо вогнута на множестве определений (4) и обладает следующим свойством: любая последовательность точек на множестве определения, обращающая градиент $\nabla F_i(x_i, y_i)$ в ноль, приводит в положение строгого глобального максимума.

Игра рассматривается на множестве ситуаций

$$A = \prod_{i=1}^{n} D_i \cap B, \quad (5)$$

где

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (\bar{x}, \bar{y}) \in E^{2n} \mid \sum g_i(x_i, y_i) = Q_0; \quad x_i > 0, \quad y_i > 0; \\ i = \overline{1,n} \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Согласно теореме Вейерштрасса, непрерывная функция, определенная на непустом, компактном множестве достигает глобального максимума на внутренней или граничной точке допустимого множества. Исходя из вышеизложенного, решение игры на первом шаге сводится к совместному нахождению внутренних решений и двухмерных задач на условный экстремум методом множителей Лагранжа [3], который позволяет из необходимых условий первого порядка

$$\nabla L_i(x_i, y_i, \lambda) = 0, \quad i = \{\overline{1,n}\},$$

где

$$L_i(x_i, y_i, \lambda) = F_i(x_i, y_i) + \lambda \left[Q_0 - \sum_{i=1}^{n} g_i(x_i, y_i) \right],$$

$$\forall i \in \{\overline{1,n}\}$$

при выполнении достаточных условий второго порядка

$$\nabla^2_{(x_i, y_i)} L_i(x_i, y_i, \lambda) < 0, \quad \forall i \in \{\overline{1,n}\}.$$

Определить равновесную ситуацию Нэша $\bar{x}^* = x_1^*, ..., x_n^*$, $\bar{y}^* = y_1^*, ..., y_n^*$, доставляющую на множестве ситуаций (6) строгие локальные максимумы функций $F_i(x_i, y_i)$, $i = \overline{1,n}$, которые будут одновременно и глобальными.

Затем исследуется граница $\bar{x} = \bar{V}$ допустимого множества ситуаций (5), для чего, фиксируя каждый раз $m \in \{\overline{1,n}\}$ компонентов вектора $\bar{x} = x_1, ..., x_n$ рассматриваются в положительном форманте пространства размерности $(2n + 1 - m)$ следующие системы условий

$$\frac{\partial F_j}{\partial x_j}(x_j, y_j) = \lambda \frac{\partial g_j}{\partial x_j}(x_j, y_j), \quad \forall j \in J_j; \quad (7)$$

$$x_t = V_t, \quad \forall t \in J_t; \quad (8)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_i}(x_i, y_i) = \lambda \frac{\partial g_i}{\partial y_i}(x_i, y_i), \quad \forall i \in J; \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} g_i(x_i, y_i) = Q_0; \tag{10}$$

где $\lambda \neq 0$; $J_j \cup J_t = J$; $J_j \cap J_t = \varnothing$; $J = \{\overline{1,n}\}$; $J_j, J_t = \varnothing, ..., J$.

Число таких систем условий при каждом $m \in \{\overline{1,n}\}$ будет

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Далее из множества полученных решений $\{\overline{x}^*, \overline{y}^*\}$ выбирается то, которое доставляет минимум функций затрат

$$W\left(\overline{x}^*, \overline{y}^*\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(q_i x_i^* + y_i^* - R_i\right). \tag{11}$$

Таким образом, решение в смысле Нэша $\overline{x}^* = x_1^*, ..., x_n^*$, $\overline{y}^* = y_1^*, ..., y_n^*$ рассматриваемой бескоалиционной игры удовлетворяющее требованиям (2) должно отвечать условиям (7–10), которые могут быть представлены в виде некоторой последовательности различных вариантов, «$\delta_1, ..., \delta_n$» ($\delta_i = 0,1$; $i = \overline{1,n}$) систем алгебраических уравнений с рациональными показателями. Отметим, что из условий (7–10) для всех $i = j$ следует

$$x_j = \frac{\alpha_j}{\beta_j q_j} y_j, \quad \forall j \in J_j. \tag{12}$$

Из условия (9) получаем для всех $i \in \{\overline{1,n}\}$, $i \neq k$, $i \in \overline{1,n}$, $k \in J$:

$$\frac{y_i + q_i x_i\left(1 - \alpha_i^{-1}\right) - R_i}{\left(y_i + q_i x_i - R_i\right)^2} = \frac{y_k + q_k x_k\left(1 - \alpha_k^{-1}\right) - R_k}{\left(y_k + q_k x_k - R_k\right)^2}.$$

Тогда после нескольких алгебраических преобразований условия (7–10) для случая $J_t = \varnothing$ с учетом соотношения (12) приводятся к варианту «$\delta_1, ..., \delta_n$» ($\delta_i = 0,1$; $i = \overline{1,n}$) следующих n нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \varphi_i(y_i, y_k) = 0, & i = \overline{1,n}, \quad i \neq k; \\ \varphi_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = 0, & k \in \{\overline{1,n}\}; \end{cases}$$

содержащих n неизвестных ($y_1, ..., y_n$);

где

$$\varphi_i(y_i, y_k) = \frac{\beta_i(\alpha_i + \beta_i - 1)y_i - \beta_i^2 R_i}{\left((\alpha_i + \beta_i)y_i - \beta_i R_i\right)^2} - \frac{\beta_k(\alpha_k + \beta_k - 1)y_k - \beta_k^2 R_k}{\left((\alpha_k + \beta_k)y_k - \beta_k R_k\right)^2};$$

$$\varphi_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i q_i}\right)^{\alpha_i} y^{\alpha_i + \beta_i} - Q_0.$$

Здесь и далее $\overline{y}^{(k)} = y_1, ..., y_{(k-1)}, y_{(k+1)}, ..., y_n$.

Для случая $J_j = \varnothing$ условия (7–10) дают вариант «$\delta_1, ..., \delta_n$» ($\delta_i = 1$; $i = \overline{1,n}$) следующих n нелинейных уравнений

$$\begin{cases} f_i(y_i, y_k) = 0, & i = \overline{1,n}, \quad i \neq k; \\ f_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = 0, & k \in J; \end{cases}$$

содержащих n неизвестных ($y_1, ..., y_n$)

где

$$f_i(y_i, y_k) = \frac{y_i + q_i V_i\left(1 - \alpha_i^{-1}\right) - R_i}{\left(y_i + q_i V_i - R_i\right)^2} - \frac{y_k + q_k V_k\left(1 - \alpha_k^{-1}\right) - R_k}{\left(y_k + q_k V_k - R_k\right)^2};$$

$$f_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = \sum_{i=1}^{n} V_i^{\alpha_i} y^{\beta_i} - Q_0.$$

Для случая $J_j = \varnothing$, $J_t = \varnothing$ условия (7–10) с учетом соотношения (11) дают варианты «$\delta_1, ..., \delta_n$» (где δ_i^t – символ Кронекера $i = \overline{1,n}$) следующих нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \Phi_j\left(y_j, y_k\right) = 0; \quad \forall j \in J_j; \quad k \in J_j; \quad k \neq j; \\ \Phi_t(y_t, y_k) = 0; \quad \forall t \in J_t; \\ \Phi_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = 0; \end{cases}$$

содержащих n неизвестных ($y_1, ..., y_n$) где

$$\Phi_j\left(y_j, y_k\right) = \frac{\beta_j\left(\alpha_j + \beta_j - 1\right)y_j - \beta_j^2 R_j}{\left(\left(\alpha_j + \beta_j\right)y_j - \beta_j R_j\right)^2} - \frac{\beta_k(\alpha_k + \beta_k - 1)y_k - \beta_k^2 R_k}{\left((\alpha_k + \beta_k)y_k - \beta_k R_k\right)^2};$$

$$\Phi_t(y_t, y_k) = \frac{y_t + q_t V_t\left(1 - \alpha_t^{-1}\right) - R_t}{\left(y_t + q_t V_t - R_t\right)^2} - \frac{\beta_k(\alpha_k + \beta_k - 1)y_k - \beta_k^2 R_k}{\left((\alpha_k + \beta_k)y_k - \beta_k R_k\right)^2};$$

$$\Phi_Q\left(\overline{y}^{(k)}, y_k\right) = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\alpha_j}{\beta_j q_j}\right)^{\alpha_j} y^{\alpha_j + \beta_j} + \sum_{t=1}^{n} V_t^{\alpha_t} y^{\beta_t} - Q_0;$$

$$j \in J_j; \quad t \in J_t; \quad J_j \bigcup J_t = J.$$

Таким образом, решение задачи (2) с учетом соотношений (8) и (12) сводится к последовательному рассмотрению вариантов «$\delta_1,...,\delta_n$» $(\delta_i = 0,1;\ i=\overline{1,n})$ и выбору среди полученных решений $\left\{\left(y_1^*,...,y_n^*\right)\right\}$ удовлетворяющих условиям

$$y_i^* \ge R_i \frac{\beta_i}{\alpha_i}; \quad \forall i \in \left\{\overline{1,n}\right\};$$

одного, доставляющего с учетом (11) наименьшее значение функции затрат

$$W\left(\overline{y}^*\right) = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\alpha_i}{\beta_i}+1\right)y_i^* - R_i\right].$$

Заключение

Найденное решение бескоалиционной игры

$$y_1^*,...,y_n^*; \quad x_i^* = \frac{\alpha_i}{\beta_i q_i} y_i^*; \quad i=\overline{1,n};$$

с учетом преобразований (1) определяет собой распределение финансовых ресурсов в исследуемой системе независимых центров логистической деятельности

$$r_i^* = \sigma_i^{-\frac{1}{\alpha_i}} x_i^* - R_i; \quad y_i > 0; \quad i=\overline{1,n};$$

характеризующее общесистемные затраты

$$W\left(\overline{r}^*, \overline{y}^*\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(r_i^* + y_i^*\right);$$

которые обеспечивают выполнение требуемого объема пассажирооборота при обратно-пирамидальной структуре организации управления.

Таким образом, получена модель формирования возможно-реализуемых управленческих решений при распределении финансовых средств в реальных ситуациях рыночной экономики при решении практических задач, связанных с обеспечением конкурентоспособности конкретных центров логистической деятельности, осуществляющих требуемые пассажирские перевозки автотранспортными средствами различной вместимости.

Список литературы

1. *Управление организацией: Учебник / Под ред. А.Г. Поршнева, З.П. Румянцевой, Н.А. Саломатина. - 2-е изд. перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 669 с.*
2. *Моделирование организационного управления в многоуровневых структурах / В.Г. Кучмиев, А.И. Лысенко, В.М. Момот, И.В. Чумаченко. – Харьков: Нац.аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2004. – 231 с.*
3. *Нэш Дж. Беспоалиционные игры / Дж. Нэш // Математические игры. – М.: Физматгиз, 1961. – С. 205-221.*

Поступила в редколлегию 4.03.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. И.В. Шостак. Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ СИСТЕМИ НЕЗАЛЕЖНИХ АВТОРТРАНСПОРТНИХ ПІДРОЗДІЛІВ ВНУТРІШНЬОМІСКИХ ПАСАЖИРСЬКИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

О.І. Лисенко, М.О. Шенгелія

Досліджуються питання взаємодії незалежних центрів логістичної діяльності об'єднаних спільною метою функціонування в систему з обернено-пірамідальної структурою організації. Виходячи з принципу здійсненності мети в реальних умовах ринкової економіки, завдання моделюється безкоаліційної грою рівноправних осіб з постійною сумою і забороненими ситуаціями. Рішення гри за критерієм Неша зводиться до послідовного розгляду систем нелінійних алгебраїчних рівнянь з раціональними показниками та вибору серед можливо-реалізованих ситуацій рівноваги однієї, - що забезпечує найбільш ефективне виконання загальносистемного завдання.

Ключові слова: *автотранспортне підрозділ, логістична діяльність, пасажироперевезення, обернено-пірамідальна структура, принцип здійсненності мети, безкоаліційна гра, ситуація рівноваги Неша.*

MODEL FUNCTIONING OF THE SYSTEM INTERPENDENT TRUCKING SUBDIVISIONS TRANSPORTATION PASSENGERS INSIDE THE CITY

O. Lysenko, M. Shengeliya

Researches the questions about the interaction of independent centers of logistics activities with a common purpose in the functioning of the system with back-pyramidal structure of the organization. Based on the principle objective feasibility in the real market economy, the task is modeled a non-cooperative game peer entities with a constant amount and forbidden situations. Decision on Nash criterion game is reduced to the successive consideration of systems of nonlinear algebraic equations with rational indicators and the choice among possible-equilibrium situations realized one - ensuring the most effective implementation of system-wide task.

Keywords: *autotransport company, logistic activities, passenger transportation, back-pyramidal structure, principle feasibility of objectives, non-cooperative game, Nash equilibrium situation.*