УДК 621.396.67

І.Г. Дзеверін, О.О. Журавльов, О.В. Коломійцев, С.В. Орлов

Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ОБЧИСЛЕННЯ ШВИДКОСТІ І ПРИСКОРЕННЯ СНАРЯДА МЕТОДОМ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ ПОЛІНОМІВ ВІРТУАЛЬНИХ СИСТЕМ КООРДИНАТ ПРИ ОЦІНЦІ КОЕФІЦІЄНТА СИЛИ ЛОБОВОГО ОПОРУ

Розроблена процедура оцінки значень коефіцієнта сили лобового опору снаряда по моделі тангенціального прискорення його центру мас. Необхідні для цього швидкість і прискорення обчислюються диференціюванням функцій, отриманих методом інтерполяції координат центру мас поліномами віртуальних систем координат. Це дозволяє при подальшому диференціюванні цих функцій уникнути ефекту «розбовтування», розриву похідних в точках стикування поліномів і збільшити точність оцінки шуканої величини.

Ключові слова: *балістичні розрахунки, коефіцієнт сили лобового опору, інтерполяція, поліном, віртуальна система координат.*

Вступ

Постановка завдання. Для балістичних розрахунків параметрів траєкторій нових артилерійських снарядів, реактивних снарядів реактивних систем залпового вогню, ракет тактичного (оперативно-тактичного) призначення (далі – снарядів) і складання їх таблиць стрільби точність визначення значень коефіцієнта сили лобового опору $c_x(M)$ повинна характеризуватися погрішністю, не більше 0,2..0,3 % в усьому діапазоні швидкості польоту снаряда [1].

При оцінці можливості використовувати різні станцій зовнішньотраекторних вимірів (ЗТВ), що формують початкові дані, для обчислень значень функції $c_x(M)$ з вказаною допустимою погрішністю потрібний математичний апарат, що зв'язує виміряні параметри траєкторії снаряда з шуканою функцією.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Залежність $c_x(M)$ на етапі ескізного проектування отримують на основі аналітичних і чисельних методів з погрішністю до 10 % [2]. Також, оцінки значень $c_x(M)$ підтверджують на основі продувань моделей снарядів в дозвукових і надзвукових аеродинамічних трубах при деяких фіксованих значеннях чисел Маха з погрішністю до одиниць відсотків [3]. Проводяться експериментальні дослідження моделей снарядів на спеціально обладнаних балістичних трасах, що дозволяє досягти погрішності до 0,2 %, але для вузького діапазону швидкості [1].

На етапі льотних випробувань проводять уточнення функції $c_x(M)$ за результатами ЗТВ параметрів руху реального снаряда в діапазоні його швидкостей польоту [4]. Для обчислення значень функції $c_x(M)$ потрібні значення швидкості і прискорення центру мас снаряда, які розраховуються на основі диференціювання табличний заданих координат його центру мас.

Для оцінок значень швидкості і прискорення центру мас снаряда у вузлових точках по табличний заданій функції, що містить погрішності вимірів, зазвичай проводять згладжування з подальшим диференціюванням [5]. Проте цей метод не дозволяє набувати шуканих значень в проміжних точках.

Для отримання оцінок значень швидкостей і прискорень в проміжних точках використовують метод інтерполяцій табличний заданих координат [5]. При інтерполяції координат, заданих відносно великою кількістю вузлових точок, потрібні інтерполяційні многочлени високого порядку, які на кінцях траєкторії значно коливаються. Це призводить до значних погрішностей подальшого диференціювання. А при великих відстанях між вузловими точками точність інтерполяції низька.

Для виключення вказаних ефектів при інтерполяції табличний заданої функції з великою кількістю вузлових точок використовують кускову інтерполяцію. Її проводять по невеликій кількості вузлових точок і потім многочлени об'єднують в загальну інтерполяційну функцію. При цьому, в точках стикування розрив зазвичай терпить вже перша похідна [5]. Для отримання інтерполяційних формул з гладкими похідними застосовують сплайн-інтерполяцію [5]. Проте обчислення значень коефіцієнтів сплайн-функцій вимагають проведення великої кількості обчислень.

Мета статті. Викласти процедуру обчислення значень коефіцієнта сили лобового опору снаряда виміряними параметрами його траєкторії і метод обчислення необхідних швидкості і прискорень на основі диференціювання аналітичних функцій, отриманих інтерполяцією табличний заданих координат центру мас снаряда поліномами в послідовності віртуальних систем координат.

Виклад основного матеріалу

При допущеннях, що Земля – сфера, що не обертається, з центральним полем тяжіння; атмосфера – стандартна, без вітру; модель снаряда – матеріальна точка, що рухається у вертикальній площині стартової системи координат під дією сил тяги, лобового опору і земного тяжіння, оцінку величини $c_x(M)$ проводитимемо на основі формули, отриманої перетворенням диференціального рівняння, що описує тангенціальне прискорення центру мас в швидкісній системі координат [1; 3]

$$c_X(M) \approx c_0 \frac{m}{d^2} \frac{\exp\left(k_\rho h\right)}{\left(a_{зв}(h)\right)^2 M^2} \times \\ \times \left(\frac{P}{m} - \dot{v} - g_0 \left(\frac{R_з}{R_з + h} \right)^2 \sin\theta \right); \tag{1}$$

$$c_0 = \frac{8}{\rho_0 \pi} = 2{,}077274673; \quad k_\rho = 0{,}000141\,м^{-1};$$

$$R_з = 6371110\ м; \quad g_0 = 9{,}80665\ м/с^2;$$

$$M = \frac{v}{a_{зв}(h)}; \quad P = \begin{cases} P_0 - S_a\, p(h), & t \le t_k; \\ 0, & t > t_k; \end{cases}$$

$$P_0 = \dot{m}\, w_o + S_a\, p_0; \quad m = \begin{cases} m_0 - m_{рт}, & t \le t_k; \\ m_k, & t > t_k; \end{cases}$$

$$m_{рт} = \int_{t_0}^{t_k} \dot{m}\, dt, \quad t_0 \le t \le t_k \ldots, \quad m_{рт} \le m_т,$$

де m, m_0, m_k – поточна, початкова і кінцева маса снаряда відповідно; $m_т$, $m_{рт}$ – стартова і витрачена маса палива відповідно; $\dot{m}$ – масова секундна витрата палива через сопло; d – діаметр снаряда; P – тяга двигуна; v – модуль вектору швидкості центру мас; g_0 – прискорення вільного падіння у поверхні Землі; $R_з$ – радіус сферичної Землі; θ – кут нахилу вектору швидкості до стартового горизонту; ρ_0 – щільність повітря біля Землі; $a_{зв}(h)$, p(h) – швидкість звуку і атмосферний тиск на висоті h відповідно; M – число Маха; S_a – площа вихідного перерізу сопла; p_0 – тиск газів, що витікають з сопла, в цьому перерізі; w_o – швидкість витікання газів з сопла; t_0, t_k – моменти часу початку і закінчення роботи двигуна відповідно.

Значення функцій p(h) і $a_{зв}(h)$ обчислюються по таблицях нормальної артилерійської атмосфери.

По формулі (1) можна обчислювати значення $c_x(M)$ ракет, реактивних і активно-реактивних снарядів, артилерійських снарядів, що рухаються як на активній, так і на пасивній ділянках по настильним, навісним та траєкторіям максимальної дальності.

При оцінці значень $c_x(M)$ артилерійських снарядів у формулі (1) треба покласти P=0, $m=m_0$, а ракет, реактивних і активно-реактивних снарядів на пасивній ділянці – P=0, $m=m_k$.

У формулі (1) значення h, v, $\dot{v}$, θ обчислюються за результатами обробки ЗТВ, а значення тяги P і поточної маси m – по приведених математичних моделях з використанням апріорної інформації про параметри об'єктів ($\dot{m}$, m_k, w_o, S_a). Підкреслимо, що значення t_k моментів виключення твердопаливних двигунів реактивних снарядів є невизначеними параметрами, які змінюються в широких межах залежно від передстартової температури заряду палива і його фізико-хімічного стану. Значення t_k встановлюється з точністю до половини такту видачі інформації станції ЗТВ.

Комплекс ЗТВ в системі координат (СК) $O_0X_0Y_0Z_0$ на інтервалі часу $t \in [t_0, t_K]$, (t_0, t_K – моменти початку і закінчення сеансу вимірів) в моменти часу t_i з дискретністю Δt формує значення кута місця ε_i, азимута γ_i і похилій дальності D_i до снаряда, що містять погрішності вимірів [3]. Формується вектор вимірів

$$\bar{U}_i = \left(t_i, D_i, \gamma_i, \varepsilon_i\right)^T, \quad i = \overline{1, I};$$

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} = \Delta t = const,$$

де I – кількість вимірів в сеансі.

Задача. По безлічі векторів вимірювань $\bar{U}_i$, $i = \overline{1, I}$ оцінити $c_x(M)$, типовий графік якої і залежність числа M від часу польоту реактивного снаряда представлені на рис. 1.

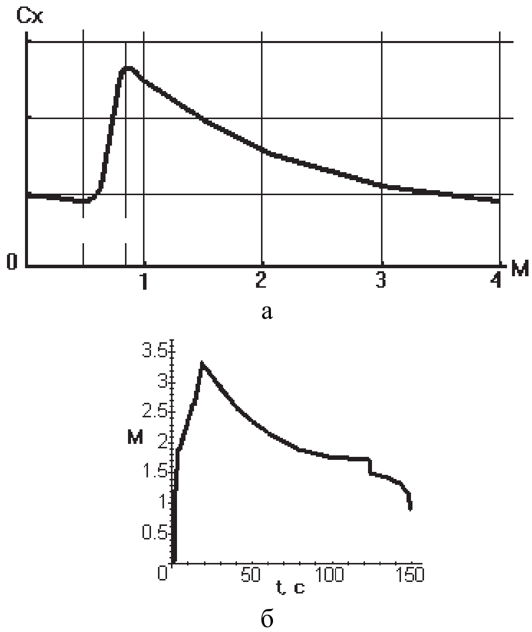

Рис. 1. Типові графіки:
а – $c_x(M)$; б – M (t) реактивного снаряда

По векторах вимірів $\bar{U}_i$, $i = \overline{1, I}$ проводиться обчислення радіус-векторів центру мас снаряда в СК $O_0X_0Y_0Z_0$

$$\bar{r}_{0i} = \left(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}\right)^T. \tag{2}$$

Координати центру мас снаряда в СК $O_0X_0Y_0Z_0$ обчислюються за формулами:

$$x_{0i} = D_i \cos\varepsilon_i \cos\gamma_i; \\ y_{0i} = D_i \sin\varepsilon_i; \\ z_{0i} = D_i \cos\varepsilon_i \sin\gamma_i. \tag{3}$$

Проводиться перерахунок координат центру мас снаряда із СК $O_0X_0Y_0Z_0$ в стартову СК OXYZ

$$\overline{r}_i = (x_i, y_i, z_i)^T = \overline{r}_{0\,0} + M_{И->Ст}\,\overline{r}_{0\,i};$$
$$M_{И->Ст} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{vmatrix}, \quad (4)$$

де $\overline{r}_{0\,0}$ – радіус вектор початку стартової СК у вимірювальній СК; $M_{И->Ст}$ – матриця переходу від вимірювальної до стартової СК; (φ – кут між осями O_0X_0 вимірювальної і OX стартовою СК.

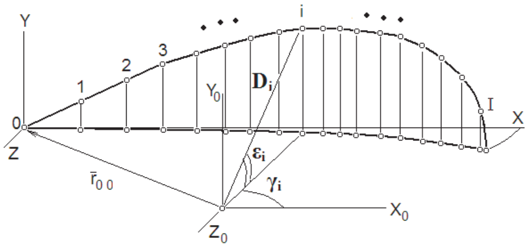

Рис. 2. Зв'язок між вимірювальною і стартовою системами координат

При обробці результатів вимірів параметрів траєкторії снаряда, наприклад, з використанням фільтру Кальмана [6–7], формуються таблично задані функції $q(t_i)$, $i = \overline{0, I}$, q – узагальнена координата, якій можна привласнювати символи x, y, z, s

$$q := (x, y, z, s),$$

де x, y, z – координати центру мас снаряда в стартовій СК; s – довжина дуги траєкторії снаряда, яка обчислюється за формулою

$$s = \sum_{i=1}^{I} \Delta s_i;$$
$$\Delta s_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2}. \quad (5)$$

Момент часу виключення двигуна реактивного снаряда $t_k \in [t_{i-1}, t_i]$ з погрішністю 0,5Δt визначається виконанням нерівності

$$\Delta s_{i-2} < \Delta s_{i-1} > \Delta s_i\,. \quad (6)$$

Для істотного скорочення необхідних обчислень при визначенні значень коефіцієнтів інтерполюючих поліномів вводиться послідовність віртуальних систем координат (ВСК) $O_i\,\tilde{q}_i\,\tau_i$, де $i = \overline{0, I}$; $\tilde{q}_i = q(t) - q_i(t_i)$; $\tau_i = t - t_i$; $\tau_i \in [t_i, t_{i+3}]$ (рис. 3).

При гіпотезі, що на проміжку часу $\tau_i \in [0, 3\Delta t]$ залежність прискорення центру мас снаряда від часу з достатньою точністю інтерполюється лінійною функцією, функція $\tilde{q}_{i\,j}(\tau_{i\,j})$ інтерполюється поліномом третьої міри

$$\tilde{q}_{i\,j}(\tau_{i\,j}) = a_{q\,i\,1}\,\tau_{i\,j} + a_{q\,i\,2}\,\tau_{i\,j}^{\,2} + a_{q\,i\,3}\,\tau_{i\,j}^{\,3};$$
$$\tau_{i\,j} \in [0, 3\Delta t];\ i = \overline{0, I};\ j = 0, 1, 2, 3. \quad (7)$$

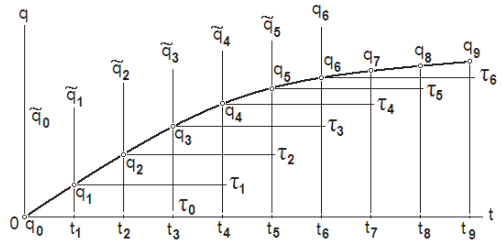

Рис. 3. Послідовність віртуальних систем координат

Кожна ВСК $O_i\,\tilde{q}_i\,\tau_i$ (рис. 4) містить чотири послідовні вузлові точки $\tilde{q}_{i\,j}(\tau_{i\,j})$, $j = 0, 1, 2, 3$, $\tilde{q}_{i0}(\tau_{i0}) = 0$, які відповідають чотирьом послідовним точкам $q_i(t_i), q_{i+1}(t_{i+1})$, , $q_{i+2}(t_{i+2}), q_{i+3}(t_{i+3})$, $t_{i+1} = t_i + \Delta t$.

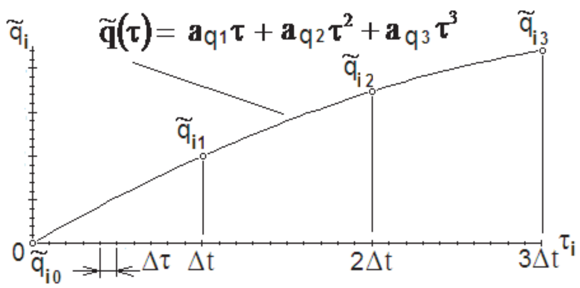

Рис. 4. Віртуальна система координат

Значення $a_{q\,i\,1}, a_{q\,i\,2}, a_{q\,i\,3}$ коефіцієнтів полінома обчислюються на основі рішення системи 3-х лінійних рівнянь

$$a_{q\,i\,1}\,\Delta + a_{q\,i\,2}\,\Delta^2 + a_{q\,i\,3}\,\Delta^3 = q_{i+1} - q_i\ ;$$
$$a_{q\,i\,1}\,2\Delta + a_{q\,i\,2}\,4\Delta^2 + a_{q\,i\,3}\,8\Delta^3 = q_{i+2} - q_i\ ;$$
$$a_{q\,i\,1}\,3\Delta + a_{q\,i\,2}\,9\Delta^2 + a_{q\,i\,3}\,27\Delta^3 = q_{i+3} - q_i\ ,$$

і після відповідних перетворень визначаються формулами:

$$a_{q\,i\,1} = \frac{3}{\Delta t}\left(\tilde{q}_{i\,1} - \frac{1}{2}\tilde{q}_{i\,2} + \frac{1}{9}\tilde{q}_{i\,3}\right);$$
$$a_{q\,i\,2} = \frac{1}{2\,\Delta t^2}\left(-5\,\tilde{q}_{i\,1} + 4\,\tilde{q}_{i\,2} - \tilde{q}_{i\,3}\right); \quad (8)$$
$$a_{q\,i\,3} = \frac{1}{2\,\Delta t^3}\left(\tilde{q}_{i\,1} - \tilde{q}_{i\,2} + \frac{1}{3}\tilde{q}_{i\,3}\right).$$

У віртуальній СК значення s_{i1}, s_{i2}, s_{i3} обчислюються за формулами:

$$s_{i1} = s_i(\Delta t) = \Delta s_{i1}\,; \quad s_{i2} = s_i(2\Delta t) = s_{i1} + \Delta s_{i2}\,;$$
$$s_{i3} = s_i(3\Delta t) = s_{i2} + \Delta s_{i3}\,;$$
$$\Delta s_1 = \sqrt{(x_1)^2 + (y_1)^2 + (z_1)^2}\,; \quad (9)$$

$$\Delta s_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2};$$

$$\Delta s_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}.$$

Для підвищення точності обчислення значень s_{i1}, s_{i2}, s_{i3} такт Δt ділиться на N тактів тривалістю $\Delta\tau$

$$\Delta t = N\,\Delta\tau. \qquad (10)$$

На основі функції (7) в проміжних вузлових точках $\tau = n\,\Delta\tau$, $n = \overline{1,3N}$ розраховуються значення $\tilde{q}_{in}(\tau_{in})$.

Тоді значення s_{i1}, s_{i2}, s_{i3} обчислюються по формулах

$$s_{i1} = \Delta s_{i1} = \sum_{n=1}^{N} \Delta s_{in};$$

$$s_{i2} = s_{i1} + \Delta s_{i2} = s_{i1} + \sum_{n=N+1}^{2N} \Delta s_{in}; \qquad (11)$$

$$s_{i3} = s_{i2} + \Delta s_{i3} = s_{i2} + \sum_{n=2N+1}^{3N} \Delta s_{in};$$

$$\Delta s_{in} = \sqrt{(x_{in} - x_{in-1})^2 + (y_{in} - y_{in-1})^2 + (z_{in} - z_{in-1})^2}.$$

Продиференціюємо двічі за часом функцію (7) і отримаємо наступні формули для обчислення першою і другою похідних узагальненої координати

$$\dot{\tilde{q}}_i(\tau_i) = a_{qi1} + 2\,a_{qi2}\,\tau_i + 3\,a_{qi3}\,\tau_i^2; \qquad (12)$$

$$\ddot{\tilde{q}}_i(\tau_i) = 2\,a_{qi2} + 6\,a_{qi3}\,\tau_i. \qquad (13)$$

Враховуючи, що і-те $(3 \le i \le I-3)$ значення швидкості (прискорення) узагальненої координати може бути вичислене в ВСК №№ і - 3, і - 2, і - 1, і, по значеннях відліків q_{i-3}, q_{i-2}, q_{i-1}, q_{i+1}, q_{i+2}, q_{i+3}, що містять випадкові погрішності вимірів, то можна використовувати усереднювання значень обчислюваних параметрів по безлічі ВСК, що містять і-ті вузлові точки. Після відповідних перетворень отримаємо формули для обчислення значень $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$ за значеннями q_{i-3}, q_{i-2}, q_{i-1}, q_{i+1}, q_{i+2}, q_{i+3} і такті часу Δt, які представлені в табл. 1.

Таблиця 1

Формули для обчислення значень $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$

№	Швидкість $\dot{q}_i$	Прискорення $\ddot{q}_i$
0	$\dot{q}_0 = \frac{3}{\Delta t}\left(q_1 - \frac{1}{2}q_2 + \frac{1}{9}q_3\right)$	$\ddot{q}_0 = \frac{1}{\Delta t^2}(-5\,q_1 + 4q_2 - q_3)$
1	$\dot{q}_1 = \frac{1}{6\Delta t}(-7q_1 + 12q_2 - 5q_3 + q_4)$	$\ddot{q}_1 = \frac{2}{\Delta t^2}\left(-q_2 + q_3 - \frac{1}{4}q_4\right)$
2	$\dot{q}_2 = \frac{-4\,q_1 - 5{,}5\,q_2 + 13q_3 - 5q_4 + q_5}{9\Delta t}$	$\ddot{q}_2 = \frac{2q_1 - 2q_2 - 3q_3 + 4\,q_4 - q_5}{3\Delta t^2}$
3	$\dot{q}_3 = \frac{5q_1 - 13q_2 + 13q_4 - 5q_5 + q_6}{12\Delta t}$	$\ddot{q}_3 = \frac{4q_1 - 3q_2 - 3\,q_4 + 4\,q_5 - q_6}{4\Delta t^2}$
4	$\dot{q}_4 = \frac{-q_1 + 5q_2 - 13q_3 + 13q_5 - 5q_6 + q_7}{12\Delta t}$	$\ddot{q}_4 = \frac{-q_1 + 4q_2 - 3\,q_3 - 3\,q_5 + 4q_6 - q_7}{4\Delta t^2}$
	…	…
i	$\dot{q}_i = \frac{-q_{i-3} + 5q_{i-2} - 13q_{i-1} + 13q_{i+1} - 5q_{i+2} + q_{i+3}}{12\Delta t}$ $3 \le i \le I-3$	$\ddot{q}_i = \frac{-q_{i-3} + 4q_{i-2} - 3\,q_{i-1} - 3\,q_{i+1} + 4q_{i+2} - q_{i+3}}{4\Delta t^2}$ $3 \le i \le I-3$
	…	…
I-2	$\dot{q}_{I-2} = (9\Delta t)^{-1}\left[-q_{I-5} + 5q_{I-4} - 13q_{I-3} + 5{,}5q_{I-2} + 4q_{I-1} + 0{,}5q_I\right]$	$\ddot{q}_{I-2} = \frac{-q_{I-5} + 4q_{I-4} - 3q_{I-3} - 2q_{I-2} + 2q_{I-1}}{3\Delta t^2}$
I-1	$\dot{q}_{I-1} = \frac{-q_{I-4} + 5q_{I-3} - 12q_{I-2} + 7q_{I-1} + q_I}{6\Delta t}$	$\ddot{q}_{I-1} = \frac{-q_{I-4} + 4q_{I-3} - 4q_{I-2} + q_I}{2\Delta t^2}$
I	$\dot{q}_I = \frac{-2q_{I-3} + 9q_{I-2} - 18q_{I-1} + 11q_I}{6\Delta t}$	$\ddot{q}_I = \frac{-q_{I-3} + 4q_{I-2} - 5q_{I-1} + 2q_I}{\Delta t^2}$

Використовуючи формулу табл. 1, записану в і-тому рядку, присвоївши узагальненій координаті q значення s і враховуючи, що $\dot{s} = v$, отримаємо формулу для обчислення значення модуля вектору швидкості центру мас снаряда в і-тій вузловій точці

$$v_i = \frac{-s_{i-3} + 5s_{i-2} - 13s_{i-1} + 13s_{i+1} - 5s_{i+2} + s_{i+3}}{12\Delta t};$$

$$3 \le i \le I-3 . \qquad (14)$$

Аналогічно, з урахуванням того, що $\ddot{s} = \dot{v}$, отримаємо формулу для обчислення значення модуля прискорення центру мас снаряда в i-тій вузловій точці

$$\dot{v}_i = \frac{-s_{i-3} + 4\,s_{i-2} - 3\,s_{i-1} - 3\,s_{i+1} + 4\,s_{i+2} - s_{i+3}}{4\,\Delta t^2}; \qquad (15)$$
$$3 \le i \le I-3.$$

Для оцінки значень $\sin\theta_i$ синуса кута нахилу вектору швидкості, $3 \le i \le I-3$, в i-тій вузловій точці, розділимо $\dot{y}$ на $\dot{s}$, отримаємо формулу

$$\sin\theta_i = \frac{-y_{i-3} + 5y_{i-2} - 13y_{i-1} + 13y_{i+1} - 5y_{i+2} + y_{i+3}}{-s_{i-3} + 5s_{i-2} - 13s_{i-1} + 13s_{i+1} - 5s_{i+2} + s_{i+3}}, \qquad (16)$$

В результаті обчислень за формулою (1) з урахуванням (14–16) отримаємо функцію, задану безліччю точок $\left(\tilde{c}_{X\,i}, M_i\right)$, $i = \overline{1, I}$.

Формальна математична модель у вигляді аналітичної функції $\tilde{c}_X\left(M\right)$, яка інтерполює точково задану функцію $\left(\tilde{c}_{X\,i}, M_i\right)$, $i = \overline{1, I}$, може бути отримана методом інтерполяції кускової сплайн-функцією другого ступеня гладкості [8] у виді:

$$\tilde{c}_X = \sum_{k=0}^{K} b_k\, M^k . \qquad (17)$$

Запропонований метод може бути використаний і для набуття значень c_x в точках, розташованих між заданими вузловими точками. Для цього значення швидкості і прискорення центру мас снаряда у межах однієї ВСК розраховуються за формулами

$$\begin{gathered} v_i\left(\tau_i\right) = a_{s\,i\,1} + 2\,a_{s\,i\,2}\,\tau_i + 3\,a_{s\,i\,3}\,\tau_i^2; \\ \dot{v}_i\left(\tau_i\right) = 2\,a_{s\,i\,2} + 6\,a_{s\,i\,3}\,\tau_i. \end{gathered} \qquad (18)$$

Враховуючи, що ВСК перетинаються на тимчасових інтервалах, на основі усереднювання отримаємо наступні формули (табл. 2), що дозволяють обчислювати значення узагальненої координати в точках, розташованих між вузловими точками.

Формули для обчислення других похідних за часом узагальненої координати в проміжних точках, розташованих між вузловими точками аналогічні формулам табл. 2.

Значення синуса кута нахилу вектору швидкості обчислюється за формулою

$$\sin\theta_i\left(t\right) = \frac{\dot{y}_i\left(t\right)}{\dot{s}_i\left(t\right)}. \qquad (19)$$

Таблиця 2

Формули, для обчислення значень похідних узагальненої координати в проміжних точках, розташованих між вузловими точками

Інтервал часу	Похідні
$t \in \left]0, \Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \dot{q}_0\left(t\right)$
$t \in \left]\Delta t, 2\Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \frac{1}{2}\left[\dot{q}_0\left(t\right) + \dot{q}_1\left(t - t_1\right)\right]$
$t \in \left]2\Delta t, 3\Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \frac{1}{3}\left[\dot{q}_0\left(t\right) + \dot{q}_1\left(t - t_1\right) + \dot{q}_2\left(t - t_2\right)\right]$
…	…
$t \in \left]i\Delta t, \left(i+1\right)\Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \frac{1}{3}\left[\dot{q}_{i-2}\left(t - t_{i-2}\right) + \dot{q}_{i-1}\left(t - t_{i-1}\right) + \dot{q}_i\left(t - t_i\right)\right], \quad 3 \le i \le I-2$
…	…
$t \in \left]\left(I-2\right)\Delta t, \left(I-1\right)\Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \frac{1}{2}\left[\dot{q}_{I-4}\left(t - t_{I-4}\right) + \dot{q}_{I-3}\left(t - t_{I-3}\right)\right]$
$t \in \left]\left(I-1\right)\Delta t, I\Delta t\right[$	$\dot{q}\left(t\right) = \dot{q}_{I-3}\left(t - t_{I-3}\right)$

Висновки

Запропонований математичний апарат дозволяє за результатами ЗТВ параметрів траєкторії снаряда, що проводяться на етапі льотних випробувань, провести оцінки значень коефіцієнта сили лобового опору для уточнення функції $c_x(M)$, отриманою на попередніх етапах проектування.

Його відмітною особливістю є:

– набуття значень $c_x(M)$ в усьому діапазоні швидкостей польоту реального снаряда в реальних умовах на активному і пасивному ділянках настильної, навісної і траєкторії максимальної дальності;

– збільшення точності обчислення значень швидкості і прискорення за рахунок використання процедури усереднювання значень координат, що містять погрішності вимірів;

– уникнення ефекту «розгойдування» на кінцях інтерполяційних поліномів і спотворень похідних за рахунок застосування кускової інтерполяції кубічними поліномами;

– уникнення ефекту розриву похідних у вузлових точках «зшиву» інтерполяційних поліномів за рахунок процедури згладжування координат в пересічних віртуальних системах координат;

– можливість обчислювати значення $c_x(M)$ не лише у вузлових точках табличний заданої функції, але і в проміжних точках, розташованих між вузловими точками;

– відносно низькі обчислювальні витрати в порівнянні із застосуванням для інтерполяції сплайн-функцій.

Подальше вдосконалення цього математичного апарату полягає в оцінці впливу точності виміру параметрів траєкторії снаряда різними комплексами ЗТВ на точність оцінки значень функції $c_x(M)$.

Також, необхідно вивчити вплив міри апроксимуючого полінома віртуальної системи координат на погрішність оцінки значень $c_x(M)$.

Список літератури

1. *Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика: учебн. для студентов вузов / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.; ил.*
2. *Костров А.В. Модельно-экспериментальные методы определения аэромеханических характеристик летательных аппаратов на баллистических трасса / А.В. Костров, А.М. Шатило. – М.: МО СССР, 1982. – 195 с.*
3. *Экспериментальная баллистика ракетно-космических средств: учебн. для вузов / под ред. Л.Н. Лысенко, В.В. Бетанова, И.В. Лысенко. – М.: ВА РВСН им. Петра Великого, 2000.*
4. *Устинов В.Ф. Определение скорости движения тел: учеб. пособ. / В.Ф. Устинов, Ю.Ф. Кольцов, Н.Н. Смирнов. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1983.*
5. *Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – 13-е изд., исправленное. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544 с.*
6. *Лысенко Л.Н. Обработка результатов измерений в задачах управления движением: учеб. пособ. / Л.Н. Лысенко, И.А. Панкратов; под ред. проф. Л.Н. Лысенко. – М.: Изд-во МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1980.*
7. *Фомин В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация / В.Н. Фомин. – М.: Наука, 1984.*
8. *Сухорученков Б.И. Математические модели и методы анализа характеристик летательных аппаратов / Б.И. Сухорученков. – М.: МО СССР, 1989. – 340 с.*

Надійшла до редколегії 10.01.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Б. Кононов, Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ВЫЧИСЛЕНИЕ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ СНАРЯДА МЕТОДОМ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ПОЛИНОМОВ ВИРТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ КООРДИНАТ ПРИ ОЦЕНКЕ КОЭФФИЦИЕНТА СИЛЫ ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

И.Г. Дзеверин, А.А. Журавлев, А.В. Коломийцев, С.В. Орлов

Разработана процедура оценки значений коэффициента силы лобового сопротивления снаряда по модели тангенциального ускорения его центра масс. Необходимые для этого скорость и ускорение вычисляются дифференцированием функций, полученных методом интерполяции координат центра масс полиномами виртуальных систем координат. Это позволяет при последующем дифференцировании этих функций избежать эффекта «разбалтывания», разрыва производных в точках стыковки полиномов и увеличить точность оценки искомой величины.

Ключевые слова: *баллистические расчеты, коэффициент силы лобового сопротивления, интерполяция, полином, виртуальная система координат.*

CALCULATION VELOCITY AND ACCELERATION THE PROJECTILE BY INTERPOLATION POLYNOMIALS VIRTUAL COORDINATE SYSTEMS IN EVALUATION FACTOR DRAG FORCES

I. Dzeverin, A. Zhuravlev, O. Kolomijzev, S. Orlov

Proposed procedure assessing the strength values the coefficient frontal resistance of the projectile on the model the tangential acceleration it center mass. The necessary speed and acceleration is calculated by differentiating the functions obtained by interpolation from the center mass coordinate polynomials virtual coordinate systems. This allows the subsequent differentiation these functions to avoid the "loosening" effect, the discontinuity the derivatives polynomials in the docking points and increase the accuracy estimation the required quantity.

Keywords: *ballistic calculations, the coefficient of drag forces, interpolation, polynomial, the virtual coordinate system.*